Série A, n° 1134
N° d'ordre 1158

THÈSES

PRESENTEES

A LA FACULTE DES SCIENCES

DE L'UNIVERSITE DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR D'UNIVERSITE

PAR

HENRI PINEAU

1° **THESE** : LA CROISSANCE ET SES LOIS

2° **THESE** : Propositions données par la Faculté

"Les indices en anthropologie"

Soutenues le 18 Juin 1965 devant la Commission d'Examen

MM. PIVETEAU *Président*

DUGUE, OLIVIER } *Examinateurs*

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41534905_0007

Série A, n° 1134
N° d'ordre 1158

THÈSES

PRESENTEES

A LA FACULTE DES SCIENCES

DE L'UNIVERSITE DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR D'UNIVERSITE

PAR

HENRI PINEAU

1° **THESE** : LA CROISSANCE ET SES LOIS

2° **THESE** : Propositions données par la Faculté

"Les indices en anthropologie"

Soutenues le 18 Juin 1965 devant la Commission d'Examen

MM. PIVETEAU *Président*

DUGUE
OLIVIER } *Examinateurs*

UNIV. LEIDEN BIBL.

FACULTE DES SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE PARIS

Doyen..... M. Zamansky

- PROFESSEURS -

BRELOT..... T Analyse supérieure

PRENANT..... T anatomie et histologie comparée

GRASSE..... T évolution des êtres organisés

PREVOST..... T chimie organique

WYART..... T minéralo & cristallo

TEISSIER..... T zoologie

MANGENOT..... T biologie végé (Orsay)

AUGER..... T physique quantique et relativité

MONNIER..... T physiologie générale

PIVETEAU..... T Paléontologie

ROCARD..... T physique (ENS)

CARTAN..... T mathématiques (ENS)

LAFITTE..... T chimie générale

N..... T géométrie supérieure

COULOMB..... T physique du globe

Mlle COUSIN..... T biologie animale (SPCN)

CHRETIEN..... T chimie minérale

BOCQUET..... T zoologie

KASTLER..... T physique (ENS)

EPHRUSSI..... T génétique

RIVIERE..... T géologie SPCN & sédiment (Orsay)

GAUTHERET.... T biologie végétale PCB

LUCAS R..... T recherches physiques

THOMAS A..... T biologie cellulaire

ARNULF..... T optique appliquée

MORAND..... T physique enseignement

SOLEILLET..... T physique PCB

FORTIER..... T mécanique exp des fluides

DRACH..... T zoologie

QUENEY..... T météo & dynamique atmos

GALLIEN..... T embryologie

EICHORN..... T botanique

DE CUGNAC..... T biologie végétale SPCN

Mlle CAUCHOIS. T chimie physique

THELLIER..... T physique du globe

L'HERITIER..... T biologie générale (Orsay)

GRIVET..... T radioélectricité (Orsay)

PONCIN..... T mécanique générale

DU BREIL..... T arith & théorie des nombres

QUELET..... T chimie organique

CAGNIARD..... T géophysique appliqéué

CHAMPETIER... T chimie macromoléculaire

CUVILLIER..... T micropaléontologie

JUNG..... T géologie

TRILLAT..... T microscopie et diffracélec

WIEMANN..... T chimie organ & structu

JACQUINOT..... T spectrocospie et physique céleste (Orsay)

VASSY..... T physique de l'atmosphère

DESTOUCHES... T théorie physique

AMIEL..... T chimie générale

HOCART..... T minérall & cristal

J. P. MATHIEU.. T physique optique

COUTEAUX..... T cytologie

MAY..... T zoologie

CHOQUET..... T théorie des fonctions et topologie

FELDMANN..... T biologie végétale marine

GUINIER..... T physique des solides (Orsay)
JOST..... T physiologie com-
FORTET..... T calcul des probabilité et physique mathématiques
SCHWARTZ..... T calcul dif & intégral
CHOUARD..... T physiologie végétale
MALAVARD..... T aviation (technique aéron)
NORMANT..... T synthèse organique
BENARD..... T chimie minérale
BUVAT..... T botanique ENS
DUGUE..... T statistique mathématiques
SOULAIRAC..... T psychophysiologie
ULRICH..... T physiologie végé appli
MARECHAL..... T optique théo & appli
KIRRMANN..... T théories chimiques
CHADEFAUD.... T botanique
Mlle LE BRETONT physio de la nutrition
LELONG..... T appli de l'ana à la géom
DEVILLERS..... T anatomie & histo compa
EHRESMANN..... T topologie algébrique
FRANCON..... T physique SPCN
GLANGEAUD.... T géogra phys & géol
GODEMENT..... T mathématiques MGP
PISOT..... T technique math de la physi
ROCH..... T géologie
SCHATZMANN... T astrophysique
TERMIER..... T géologie générale
ZAMANSKY..... T mathématique générale
LENNULER..... T physique MGP
RIZET..... T génétique (Orsay)
ROUTHIER..... T géologie appliquée
Mme TONNELAT T physique théorique

DIXMIER..... T mathématiques MPC
SOUCHAY..... T chimie générale
AIGRAIN..... T électrotechni géné
BRUSSET..... T chimie systématique
M. LEVY..... T physique théorique des hautes énergies (Orsay)
Mme CHAIX..... T chimie biologique
Mme HUREL PY.. T biologie végétale PCB
PANNETIER..... T chimie générale
BRUN..... T mécanique des fluides I
LEDERER..... T chimie biologique (Orsay)
Mme DUBREIL... T mathématiques (agréga)
Mme LELONG..... T math II ENS
BELLAIR..... T géologie SPCN
COTTE..... T physique électricité
DUBOIS J. E..... T chimie organique
LAMOTTE..... T zoologie 3ùà
MICHEL A..... T chimie minérale (Orsay)
OLMER..... T énergétique générale
ROUAULT..... T électricité (Orsay)
GAUTHIER..... T mécanique appliquée
BARCHEWITZ... T chimie physique
BROSSEL..... T physique atomique
BUSER..... T physiologie comparée
CAMUS..... T physio végé
CASTAING..... T physique II thermo (Orsay)
CURIEN..... T minéralo & cristal
MOYSE..... T physio végé (Orsay)
Mme CHARNIAUX
COTTON..... T évolution des êtres organises
POSSOMPES..... T zoologie
PULLMANN..... T chimie quantique
TEILLAC..... T physique nuc et radioactivi (Orsay)

TONNELAT..... T bio physico chim (Orsay)
VILLE..... T économétrie
WILLEMART..... T chimie PCB
DODE..... T chimie (Orsay)
FREYMANN..... T recherches physiques
GUINOCHET..... T biolo végé SPCN (Orsay)
ROLLET..... T chimie minérale
Mlle JOSIEN..... T chimie SPCN
CHEVALLEY.... T géométrie algébrique et théorie des groupes
ARNOULT..... T électronique (Orsay)
CHAPELLE..... T physique I (Orsay)
DELANGE..... T mathématiques I (Orsay)
DENY..... T mathé géné (Orsay)
GERMAIN..... T mécanique théorique des fluides
LUCAS..... T géologie
ALLARD..... T chimie physique
BERTHELOT.... T physique des particules fondamentales (Orsay)
BRICARD..... T météor et physique de l'at
Mme ALBE FESSARD T psycho physio
FRIEDEL..... T physique des solides (Orsay)
M. JULIA..... T Etudes des moléculaires complexes
LENDER..... T biologie animale SPCN (Orsay)
MAGAT..... T physico chimie des radio élements
Mlle QUINTIN.... T électrochimie
MONOD..... T chimie du métabolisme
BENOIT..... T physioanimale (Orsay)
DE POSSEL..... T analyse numérique
CHARLOT..... T chimie analytique
LEMEE..... T écologie végétale (Orsay)
GUERIN..... T chimie MPC (Orsay)

CHATELET..... T chimie PCB
JEAN..... T physio nucléaire (Orsay)
MATTLER..... T physique SPCN
BERGERARD.... T zoologie (Orsay)
BERTEIN..... T électronique (Orsay)
BOUISSIERES.... T radiochimie
Mme COUTURE.. T thermo et méca physique
ELLEMBERGER. T géologie des grandes régions du globe (Orsay)
FRANC..... T biologie animale PCB
SCHNELL..... T botanique tropicale
STLKOWSKI..... T physiologie végétale
ACHER..... T chimie biologiques
BAUDOIN..... T biologie animale PCB
BEAUMONT..... biologie animale SPCN
BLAMONT..... géophysique ionosphère
BOUREAU..... T botanique
CURIE D..... physique MGP
DURAND DELGA T géologie
FREON..... T chimie organique (Orsay)
HELLER..... T physiologie génétale
TORTRAT..... T calcul des probabilites
CAILLEUX..... T géologie SPCN
MAGNAN..... T physique électricité
DAUDEL..... T mécanique ondulatoire appliquée à la chimie théo & à la physique nucléaire
Mlle FOURCROY T biologie végétale SPCN
Mme CHOQUET BRUHAT Mécanique analytique et méca céleste

Mlle VEIL..... T physiologie générale
LWOFF..... T micobiologie
SIESTRUNCK.... T Méca phys & experimentale
LACOMBE..... T métallurgie des métaux nucléaires (Orsay)
BROCHARD..... T physique PCB (Orsay)
CABANNES..... T mécanique générale
LESIEUR..... T math I (Orsay)
MAZET..... T Mèca géné (Orsay)
CAIRE..... T géogra physique et géo dynami
COMOLET..... Méca des fluides
CORABOEUF.... T physio animale (Orsay)
DELLOUE..... T physique de l'exosphère
GORENFLOT.... T botanique II (Orsay)
HOUILLON..... T biologie animale PCB
JULLIEN J..... T chimie PSCN (Orsay)
MALGRANGE.... T technique amthé de la phys (Orsay)
OLIVIER..... antropologie
NOZERAN..... T botanique II (Orsay)
BLANC-LAPIERRE T physique ENS (Orsay)
CHEVAUGEON.. T botanique (Orsay)
KAHANE..... T mathématiques (Orsay)
SAMUEL..... T math ENS féminines
KOURGANOFF.. T astronomie (Orsay)
THIRY..... T méca céleste
ABELES..... T physique SPCN
AMAT..... T physique PCB
AUBOIN..... T géologie
Mme BENOIT.....
GUEUTAL..... T physique nucléaire et radio activité (Orsay)

BOUGIS..... T biologie matine Ville franche/mer
BRUHAT..... T math MPC
BRUNN..... T géologie historique (Orsay)
CHABRAL..... T physique MPG (Orsay)
DEHEUVELS.... T math propé
D'ESPAGNAT.... T physique théorique (Orsay)
FURON..... T géologie SPCN
Mme Gans..... T génétique
GENEVES..... biologie végétale PCB
GUILBERT..... physique CUS Orléans
HUPE..... T pétrohraphie
HOLLANDE..... T biolo géné
LIONS..... T analyse numérique
MAITTE..... chimie PCB
MEYER..... T physique propé
NICOLAS..... géologie appliquée
PANIGEL..... biologie générale
RAVIER..... Pétrographie
ROSEAU..... T mésathéorique des fluides
ROUBINE..... électronique
SILBER..... T chimie PCB
UEBERSFELD... T électronique
YVON..... T théories physiques
HERVE..... T mathématiques
NERON..... T Math MPC (Orsay)
Mme PECKER WIMEL T astrophysique
BALKANSKY..... physique MPC
LE CORRE..... T électricité
DELCROIX..... T physique théorique (Orsay)
GOURDIN..... physique théorique (Orsay) des hautes énergies
LEHMANN..... T phys exp des hautes énergies
NATAF..... T physique nucléaire et radioactivité (Orsay)
ECHALIER..... biol animale PCB

BARRAUD.....		physiolo cellulaire
LIORET.....		physiologie végé (Orsay)
DARS.....		géologie structurale et géolo appli
CAMEFORT....	T	botanique (agrégation
VICHNIEWSKY..	T	mécanique industrielle
BLAQUIERE....	T	électronique (Orsay)
ARNOUS.....	T	physique théorique
TATIBOUET....	T	chimie (CSU Orléans).
MALLIAVIN.....	T	math propé (Orsay)
GAUDEMAR.....		chimie propé
PEREZ Y JORBA		physique exp des hautes énergies (Orsay)
DAVID.....	T	chimie (agrégation orsay)
BROUSSE.....	T	mécanique théorique
ROSCH.....	T	astronomie
GUY.....	T	physique expérimentale
LAZARD.....		math MPC
MOREL P.....		physique MPC
ARSAC.....		programmation
LEFEVRE.....		chimie PMC
CHAPEVILLE..		biochimie
BENOIT.....		physique CPEM
RIO.....		chimie CPEM
JAUZEIN.....		géologie ENS
PREVOST G.....		BV CPEM
FAVARD P.....		BA CPEM
VILKAS.....		chimie XPEM
Mlle FICINI.....		chimie CPEM
LEQUEUX		astronomie
COHEN TANNOUDJI		Physique MPC
TAVERNIER....		physique CPEM
Mme ROIZEN....		" "
DURAND M.....		BA SPCN
PASCAUD.....		physiologie
Mme PETIT.....		BA CPEN
BROUSSE.....		géologie (Orsay)

CAGNIAC.....	Physique agrégation (Orsay)
LEBERRE.....	zoologie (Orsay)
SCHEFFER.....	microbiologie (Orsay)
DE GENNES.....	physique des solides (Orsay)
RIOU.....	physique nucléaire exp (Orsay)
CLAUSER.....	chimie biolo (Orsay)
CHEVALIER....	physio animale (Orsay)
JANCOVINI.....	physique atomique (Orsay)
FALK-VAIRANT.	physique nucléaire (Orsay)
FETIZON.....	chimie propé (Orsay)
CERF.....	mathématiques (Orsay)
LURCAT.....	physique
RIGAUDY.....	chimie SPCN
SIGWALT.....	chimie SPCN
FOURNET.....	electricité générale
COLLONGUES..	chimie CPEN
DUBERT.....	biochimie
LAVOREL.....	biologie physico chimique
MOREL F.....	physiologie comparée
TALBOT.....	génétique chimique
Mme NOUGAREDE	botanique
FRANCOIS.....	zoologie
IVANOFF.....	océanigraphie physique
CADIOT.....	chimie oraganique
BARUCH.....	physique propédeutique
NOZIERES.....	physique générale
BOK.....	physique propédeutique
SLONIMSKI....	génétique

AVANT - PROPOS

Je tiens à exprimer ma particulière gratitude :

- A Monsieur J. Piveteau, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut qui a bien voulu agréer ce travail. Un certain nombre de recherches et de réflexions sont la conséquence directe de l'enseignement qu'il nous a prodigué.

- A Monsieur D. Dugué, Professeur à la Sorbonne, Directeur de l'Institut de Statistique, qui a consenti à se charger du rapport de thèse : tâche particulièrement délicate pour un travail qui se situe aux frontières de plusieurs disciplines.

- A Monsieur G. Olivier, professeur à la Sorbonne, qui après m'avoir orienté dans cette voie : la croissance humaine, s'est imposé la tâche ingrate de suivre mes travaux.

- A Monsieur A. Delmas, Professeur à la Faculté de Médecine de Paris, directeur du Laboratoire d'Anatomie où a été réalisé cet ouvrage ; notre directeur de Recherches auprès du Centre National de la Recherche Scientifique a apporté à la fois sa bienveillance et ses observations critiques, qui ont mené à bien le présent travail.

- A Monsieur L. Pales, Directeur de Recherches, qui a accepté de me parrainer auprès du Centre National de la Recherche Scientifique, et dont les entretiens ont toujours été pour moi aussi fructueux que stimulants.

- Au Docteur B. Tardif, dont les travaux en commun nous ont permis de vérifier certaines hypothèses de travail sur la croissance.

- A tous ceux qui m'ont apporté au Laboratoire d'Anatomie leur aide amicale et bénévole : Mesdames P. Pospiech, M. Dedieu, F. Barin, Mesdemoiselles A. Courcelle, M. Potier, M. Berthelotet, et Monsieur G. Cardot.

INTRODUCTION

«Les faits ne sont jamais aperçus qu'à travers les théories»

P. Guillaume (1)

Le concept de lois de croissance n'est véritablement apparu qu'au début du XX° siècle, tant pour les lois qualitatives énoncées par Godin, que pour les lois quantitatives exprimées dès 1908 par Robertson qui, le premier, associa l'outil mathématique au phénomène biologique du développement.

Et pourtant, des lois mathématiques qui furent appliquées beaucoup plus tard à la croissance, avaient été formulées pendant le XIX° siècle au cours d'études démographiques. C'est ainsi que la «familière» courbe de Gompertz et la logistique de Verhulst datent de 1825 et 1838 Mais leurs auteurs les avaient créées dans le but d'étudier la croissance des populations; ils ne pouvaient prévoir, à l'époque, que ces formules s'adapteraient au phénomène de la croissance des organismes. Tout ceci est d'ailleurs fort bien résumé par le titre de l'un des ouvrages de G. Teissier : «Croissance des populations et croissance des organismes».

Les premières études sur la croissance sont relativement récentes : elles remontent à la Renaissance, avec 11 travaux entre les années 1500 et 1600, si l'on en croit Scammon qui fit paraitre en 1927 «Un résumé quantitatif de la littérature sur la croissance et le développement physique du foetus, de la première et seconde enfance». L'auteur étudie déjà 5.362 titres, mais estime à environ 7.500 le nombre des travaux (2).

(1) P. GUILLAUME. - «La psychologie des singes» dans : «Nouveau traité de Psychologie» de G. DUMAS. p. 261, première phrase.

(2) R. E. SCAMMON. «The literature on the growth and physical development of the fetus, infant and child : a quantitative summary» dans : The Anatomical Record. - 1927, t. 35, n° 3 p. 241.

Depuis, un louable effort a été accompli certes, mais qui s'est traduit là comme ailleurs, pour l'ensemble de la littérature scientifique, par un véritable raz de marée. En plus du nombre considérable des publications, l'esprit se heurte à de nombreuses difficultés : l'obstacle linguistique, la très grande dispersion des recherches effectuées dans des directions les plus diverses par des méthodes les plus variées, nécessitant des connaissances spécialisées. Dans de telles conditions, il paraît vain de vouloir tout lire.

Au cours de ce travail nous avons envisagé les deux aspects qualitatifs et quantitatifs des lois de croissance. Voilà un «plan de clivage» qui restera, sinon un préjugé, du moins l'une des préoccupations de notre temps. Ne dit-on pas couramment : «La biologie ne saurait se contenter aujourd'hui de simples descriptions qualitatives et d'opinions subjectives». Cette phrase que nous avons relevée dans un prospectus de la librairie Masson, à l'occasion de la parution d'un livre de biométrie, nous paraît résumer parfaitement la tendance actuelle. Elle ne correspond pas tout à fait à notre point de vue. D'une part les descriptions qualitatives sont de deux sortes : celles qui effectivement portent un jugement subjectif sur un caractère mesurable, et dans ce cas il y a lieu d'appliquer les méthodes quantitatives. Mais, par contre, un caractère qualitatif peut être un acte de reconnaissance portant sur un point précis. C'est une prise de conscience qui échappe à toute mesure. Avant de mesurer - un humérus par exemple, il faut que la pièce considérée soit bien un humérus.

D'autre part, les études quantitatives ne chassent pas toujours l'existence des appréciations subjectives qui peuvent se glisser lors de l'interprétation des résultats chiffrés. Une étude quantitative sur la croissance est non seulement influencée par la nature et le nombre des caractères retenus mais reste encore conditionnée par le type d'équation adoptée. Au départ, la loi risque d'être postulée.

Ainsi, nous pensons qu'il est nécessaire d'employer les études qualitatives et quantitatives en les associant chaque fois que possible. Toutefois l'étude quantitative de la croissance n'est pas toujours réalisable au voisinage de l'origine. Dans cette zone essentielle pour l'embryogenèse, où des transformations et des analogies de formes ont permis à Muller de développer ses théories, l'existence d'un détail morphologique (plus généralement d'un caractère qualitatif) est quelquefois lourd de conséquense et sa constatation peut résumer une quantité considérable d'informations : la présence des fentes branchiales sur l'embryon humain par exemple. On pourrait épiloguer sur ce propos de Dalcq : «La croissance est en général, dans l'esprit du public, le propre du développement. Elle en est sans aucun doute un aspect

capital, mais seulement secondaire et complémentaire». (1)

*
* *

Qu'est-ce que la croissance ? de l'Anatomie en mouvement, disait P. Godin reprenant une image célèbre due à Haller pour qui la Physiologie était de l'Anatomie animée. Cette définition, particulièrement concise, conduit à penser qu'il s'agit des variables indissolublement liées : le temps, et les mesures dimensionnelles ou pondérales.

«L'étude de la croissance fait suite à l'embryologie avec laquelle elle constitue l'anatomie du développement» écrit Manouvrier dans la préface d'un livre de P. Godin (2). Quant à ce dernier, ses définitions sont trop nombreuses pour qu'on n'en retienne qu'une seule. Citons entre autres : la croissance est «la transformation continue que subit un corps d'enfant dans son ensemble et dans chacune de ses parties pour devenir adulte» (3) ou bien encore «le terme de croissance est l'expression synthétique de toutes les manifestations du développement» (4) complété par cette remarque : «La période de croissance représente une longue phase de l'évolution du corps humain, de sa vie, le tiers environ». (5)

Le plus souvent les travaux sur la croissance humaine sous entendent - lorsqu'ils ne le précisent pas - l'étude du poids et de la stature, ce que l'on désigne parfois sous l'expression de «Croissance globale». Mais ainsi que le fait remarquer P Godin : «La mesure de la taille nous apprend qu'une personne est grande ou petite, ce n'est pas assez Le poids ne nous renseigne pas beaucoup plus». (6) «La taille est en effet la somme des hauteurs du membre inférieur, du tronc, du cou et du crâne. Chacune de ces parties ont, fonctionnellement, un rôle différent de celles des autres ; chacun de ces «segments» participe à l'allongement total pour une part qui lui est propre et qui est différente de celle du segment situé au dessus ou au dessous..... Reconnaissons que toute mesure isolée ne vaut rien». (7)

En réalité, la croissance est le résultat d'un accroissement dans l'espace du nombre (et de la dimension) des cellules. Si l'on envisage la mesure linéaire, on ne peut parler que d'une résultante statis-

(1) A DALCQ «Initiation à l'Embryologie générale» p. 40
(2) P GODIN. «Recherches anthropométriques sur la croissance des diverses parties du corps» Première phrase de la préface de MANOUVRIER
(3) P GODIN. «La croissance pendant l'âge scolaire». p 16 et 17
(4) P GODIN. « id° » p 17 (ou encore C R A S du 13/11/1911)
(5) P GODIN. « id° » p. 16
(6) P. GODIN. « id° » p. 25
(7) P GODIN. « id° » p. 24

tique, valeur toujours plus ou moins « globale » résumant par exemple la plus grande dimension d'un os ou caractérisant une épaisseur. Il reste bien le poids, mais on ne saurait le détailler sur le vivant.

Sur la difficulté du choix des caractères, Fauré-Frémiet écrivait : « Comment doit-on mesurer la croissance ? .....Les dimensions linéaires et volumétriques peuvent être utilisées, mais pratiquement c'est la masse exprimée par le poids qui définit le plus complètement l'état global d'un organisme en voie de croissance.... Malheureusement les mesures pondérales sont sujettes à des causes d'erreurs multiples. Les poids successifs d'un même organisme ne sont pas toujours comparables entre eux ». (1)

A ces difficultés s'ajoute la complexité de l'être vivant. Bichat ne disait-il pas : « Tous les animaux sont des assemblages de divers organes..... ; ce sont autant de machines particulières dans la machine générale qui constitue l'individu. Or, ces machines particulières sont elles mêmes formées de plusieurs tissus de nature très différente ». (2)

La multiplicité de ces difficultés se retrouve dans l'ensemble des travaux. Pour les uns, la croissance reste l'étude du développement en général, tel que le poids ou encore la stature. D'autres au contraire se sont spécialisés dans la croissance d'une partie bien déterminée du corps humain : le thorax (Davenport), le pied (Meredith), les os du carpe, le cerveau ;....

Devant l'accumulation des travaux, il est certes possible de formuler quelques remarques, mais elles soulignent davantage la complexité du problème que la valeur des résultats obtenus.

Les grandes lignes qui se dégagent des études sur la croissance montrent :

-La répercussion de la forme sur le fond. Une étude transversale et une étude longitudinale ne conduisent pas nécessairement aux mêmes conclusions.

-Les difficultés qui se posent devant la décomposition ou non des courbes de croissance. Est-il préférable d'exprimer une courbe par un seul graphique ou au contraire de subdiviser cette courbe en éléments (ou étapes) jugés essentiels ? Quelle signification peut-on attribuer aux cycles de croissance ? aux variations des vitesses, c'est-à-dire

(1) E. FAURE-FREMIET. - « Où en est l'embryologie ». p. 157 et 158.

(2) X. BICHAT. - dans son « Anatomie générale appliquée à la physiologie et à la médecine ». Considérations générales, première partie, t. I, § VI, p. Ixxix (de l'édition 1801).

aux accélérations ? La perplexité reste grande devant cette forme d'étude qui se place aux confins de la méthodologie et de la biologie.

-La vanité de la recherche d'une formule globale et unique qui expliquerait complètement le phénomène de la croissance. S'il existe un « principe vital », la croissance ne l'a pas encore concrétisé dans ses lois multiples.

-L'importance du facteur temps dans ses rapports avec le phénomène de la vie. Son introduction dans les lois de la croissance a toujours été très discutée. Doit-on le bannir des études et, l'éliminant de façon délibérée, n'examiner que les rapports des caractères entre eux, comme dans l'allométrie par exemple ? La complexité de cette variable apparaît dans le fait qu'on lui substitue au besoin une valeur relative fondamentale : le temps physiologique Jamais on ne soulignera assez la nature très particulière de cette mesure si peu « tangible ». Beaucoup moins absolu que la dimension ou la masse, le temps n'existe qu'en fonction de ces mesures dont la variation au cours de la croissance ne prend tout son sens qu'en fonction même du temps. Variable étrange, dont on oublie trop souvent d'en placer l'origine à sa position véritable : l'épigénèse n'est pas un vain mot, mais dans ses rapports avec les lois de la croissance la préformation a pour elle l'avantage de la simplicité.

*
* *

Avant d'aborder l'étude de la croissance humaine, il convient de situer, puis de bien délimiter ce problème aux aspects multiples.

Certes, le sujet n'est pas nouveau et à l'heure actuelle de nombreux travaux, des thèses, des revues, des livres entiers lui sont consacrés. C'est que la croissance puise ses innombrables racines dans les disciplines les plus variées : l'Anatomie, l'Embryologie, la Physiologie, la Chimie, la Génétique, la Nutrition, etc.....Chacune d'elle peut quelquefois (et pense souvent) prendre une part prédominante dans la compréhension du phénomène. A partir de certains travaux tels que la croissance des populations qui relèvent d'une science plus ou moins connexe : la démographie, il est aisé de passer à l'interprétation de la croissance humaine. Beaucoup de lois importantes par leurs généralités ont été établies sur des animaux de laboratoire : vertébrés de tous ordres et même sur des populations de levure. L'Allométrie s'est principalement élaborée sur les invertébrés.

Contrairement à bien des sciences de la vie, la croissance s'appuie - et même s'éclaire - davantage sur les développements mathématiques que sur les statistiques Cela tient, comme nous le verrons à ce que la croissance peut être, et même devrait être individuelle, ce qui supprime les notions de moyennes, écarts-types et corrélations.

En dépit ou peut-être à cause de tout celà, la croissance n'apparait pas encore comme une science pleinement indépendante. On la cherche vainement en titre de paragraphe ou de chapitre dans de grandes encyclopédies modernes et même dans des livres de biologie générale. Et, si elle figure à la table des matières de ces ouvrages, c'est souvent en parent pauvre. Hâtons-nous d'ajouter qu'il existe d'heureuses exceptions.

C'est dans ces perspectives et en toute connaissance de cause que nous abordons ici le problème de la croissance

Notre travail comprend essentiellement deux parties indépendantes

La première partie concerne l'étude des lois et l'analyse de la croissance humaine. Ce sont là deux problèmes connexes mais distincts.

Nous avons déjà examiné un certain nombre de questions relatives à la croissance, dans des travaux antérieurs et en particulier en collaboration avec le Professeur G. Olivier, dans une série de publications sur la Biométrie de la Croissance.

Nous abordons ici le problème de la croissance sous un double aspect théorique et méthodologique nouveau, qui nous permet en l'occurence de relier entre elles des lois apparement diverses. C'est en quelque sorte une tentative d'explication qui, dégageant les rapports entre «La croissance et ses lois», permet de comprendre comment on peut passer d'un type de relation à un autre C'est la raison pour laquelle nous croyons indispensable d'exposer un historique critique des formules avant de les confronter

Ici, plusieurs questions importantes se posent. Tout d'abord les explications en général sont-elles légitimes ? Quelqu'en soit leur valeur elles nous paraissent indispensables si l'on veut donner un sens et une saveur aux faits. A la réflexion, quel travail n'en fournit pas ?

«Quelque soit le domaine où se pousuivent des recherches scientifiques, le rôle du chercheur consiste, après avoir étudié les effets d'un phénomène, d'en découvrir les causes». (1)

Cependant on ne doit pas oublier le danger d'une justification causale de même nature que «les explications périmées basées sur les «essences» et les «vertus». (2)

(1) R. RISSER et C E TRAYNARD. - «Les principes de la statistique mathématique». Paris 1933, p. 103

(2) M A TONNELAT et S MAVRIDES. - dans «Astronomie» de la pléiade, N.R.F., Paris 1962, p. 1306.

A travers la littérature critique qui abonde sur le phénomène de la croissance, les appréciations sévères ne manquent pas au sujet des explications. Ainsi : «Les dissertations sur la forme des courbes de croissance, les comparaisons ingénieuses, les essais plus ou moins habiles d'ajustement des courbes empiriques aux schémas théoriques, nous ont fort peu instruit sur ce qu'il aurait particulièrement importé de connaître.» (1)

Sans doute, quelques jugements sans rapport entre les effets et les causes découlent d'explications superficielles, ou à tout prix. Mais comme les médailles, ces défauts ont leur revers et peut-être que les explications intéressantes ont été envisagées mais n'ont jamais été exprimées par crainte de la critique ou du ridicule.

Quoi qu'il en soit, tout au long de notre travail, nous nous sommes posés de nombreuses questions concernant plusieurs remarques dont la principale est en rapport direct avec la notion de vitesse de croissance. Cette question non plus n'est pas nouvelle et nous l'avons déjà envisagée en collaboration avec les Docteurs Eyriès et Perles, au sujet du développement de l'oreille interne. Nous la généralisons ici.

Nous nous sommes également posés quelques questions relatives au coefficient de variabilité (de Pearson), qui diminue en général lorsqu'on pase des petites aux grandes mesures (membre inférieur - stature, par exemple) et nous en donnons une explication.

Une deuxième question importante qui intervient dans l'élaboration de ce travail est d'ordre bibliographique. Où trouver l'origine des lois de croissance ? Il existe évidemment des livres spécialisés dans ce genre d'études. A tout moment, dit-on, à côté de la science qui progresse il y a la science qui s'interroge. Mais ces livres spécialisés sont relativement anciens : les tout derniers - à notre connaissance bien entendu - ne dépassent guère 1945. Il reste à rechercher les plus récentes études dans la littérature scientifique au hasard des lectures. La bibliographie nous a paru d'un maigre secours : jamais elle ne nous a indiqué la provenance de lois importantes, peut-être parce que ces lois interviennent par-ci, par-là, éparses dans quelques travaux. Les titres ne les indiquent pas toujours et certains nous ont paru quelquefois particulièrement trompeurs. Souvent les auteurs oublient de mentionner les sources d'une loi importante

De plus il est possible que tel auteur choisisse pour son étude un type de loi de croissance indépendamment d'autres travaux effec-

(1) G TEISSIER. «Les lois quantitatives de la croissance» p 13

tués sur le même sujet. Dans l'histoire de la science, des recherches effectuées sur un même travail et qui ont abouti aux mêmes résultats indépendamment l'un de l'autre ne sont pas rares Nous montrerons d'ailleurs, au cours de notre exposé, comment des lois de croissance ont été redécouvertes : il est impossible de tout connaître, même sur un sujet bien déterminé.

Il y a donc lieu de s informer au maximum, d'une part à la recherche de ces lois, d'autre part pour établir le rapport (s'il existe) entre le «type» de la courbe et la signification biologique du phénomène. Ici d'ailleurs se greffe une autre question que nous examinerons plus loin, relative à l'intérêt des lois de croissance ; il n'est pas possible d'étudier isolément une formule de croissance dans le sens de l'étude d'une variable mathématique.

Au cours des lectures, on peut trouver des renseignements et des idées aux endroits les plus inattendus. On peut même parfois extrapoler et dépasser les réflexions d'un auteur : ainsi au cours de la lecture de l'ouvrage de Le Gallic : «Biologie quantique», nous avons relevé (1) une phrase particulièrement intéressante au sujet de l'allométrie de Snell : «la première loi quantitative connue consistait à s'apercevoir que le tableau de corrélation n'est pas quelconque mais obéit à une forme générale que l'on appelle aujourd'hui l'allométrie. Autrement dit, la ligne autour de laquelle se groupent les points est bien déterminée».

Rien pour nous ne pouvait mieux évoquer le fait que la courbe de croissance non seulement peut conduire à l'établissement de son équation (ce qui est banal) mais doit porter en elle-même sa propre dispersion.

Nous sommes tributaires des travaux antérieurs, «c'est la raison pour laquelle nous disons «nous» et non pas «je» car dans nos écrits il y a plus souvent d'autrui que de nous-mêmes». (H. de Montherlant).

Un coup d'oeil rétrospectif sur les travaux relatifs à la croissance est grandement facilité par les anciens livres spécialisés et quelques récents ouvrages qui traitent plus ou moins ce sujet. Il n'entre pas dans le cadre de notre travail de les citer tous, cela est matériellement impossible, il y en a trop. Nous nous contenterons seulement de mentionner quelques livres. Là encore, nous ne pensons pas du tout qu'un travail est d'autant plus intéressant, du point de vue scientifique que l'ouvrage est plus gros Il peut l'être, tout comme une petite note peut présenter un intérêt exceptionnel. Mais disons que nous sommes heureux de rencontrer en un même endroit une grande quantité de renseignements à glaner.

Parmi quelques ouvrages relativement anciens, spécialisés dans

(1) Le Gallic « «Biologie quantique». p 42

les lois mathématiques de la croissance, nous pouvons citer :

E. Fauré-Frémiet, avec «La cinétique du développement» et plus particulièrement le chapitre V : «Les lois de la croissance», puis son ouvrage : «Où en est l'embryologie», qui au chapitre VIII traite de «L'aspect cinétique du développement».

G. Teissier avec «Les lois quantitatives de la croissance» puis en collaboration avec L. Rapkine : «Développement, croissance et régénération», et bien d'autres

P.B Medawar (lauréat 1960 du prix Nobel de Physiologie et Médecine), dans un certain nombre d'articles généraux tels que «The Growth, Growth energy. and Ageing of the chicken's heart», puis dans «The shape of the human being asa function of time» ; ce titre a lui seul est tout un programme : Mais retenons surtout le très important article «Size shape and Age» que l'on trouvera dans l'édition collective d'un ouvrage particulièrement intéressant : «Essay on Growth and form presented to D'Arcy Wentworth Thompson», lequel avec : «On growth and form» ne peut pas être oublié Dans l'édition collective précédemment mentionnée on devra lire l'article de J.S. Huxley : «Some problems in the study of allometric growth», sans compter bien entendu ses autres publications.

Nous allons arrêter là cette abondante énumération. Il existe bien d'autres travaux qui mériteraient d'être mentionnés mais cela pourrait constituer la matière d'un autre ouvrage.

Le type même du livre moderne dont l intérêt et la variété attirent notre attention est certainement : «Human Growth», publié par J.M. Tanner, paru en 1960 sous la forme d'édition collective. Sous la signature de sept auteurs différents, on peut trouver :

-un aspect analytique de la croissance humaine, dans l'article de W.J. Israelsohn : «Description and modes of analysis of human growth», qui résume sous une forme critique un certain nombre de travaux antérieurs sur les lois de croissance

-l'action de divers facteurs dans le phénomène de la croissance : la contribution de la génétique, avec l'article de J M. Tanner . «Genetics of human growth», l'action raciale et climatique traitée par D.F. Roberts, et bien d'autres facteurs encore, mais nous serions amenés à reproduire ici tout au moins une partie de la table des matières de cet ouvrage et ce n'est pas cela que nous voulons. Aussi, pour une meilleure vue d'ensemble sur les travaux, nous étudierons statistiquement au paragraphe «bibliographie», la bibliographie d'un grand et tout récent livre : celui de J.M. Tanner, paru en janvier 1962.

Une troisième question qui vient à l'esprit et que l'on peut se

poser au cours de ce travail est : quel est l'intérêt des lois de croissance ? Il n'est pas possible de répondre directement et rapidement à cette question fort complexe ; mais il serait peut-être intéressant d'examiner la position de ce véritable problème à travers la littérature actuelle.

Lors de la réunion organisée par le Centre International de l'Enfance, en Octobre 1960 à Zurich, F Falkner (1) faisait justement remarquer : « A cause de la complexité de la croissance humaine et de l'inter-action d'un grand nombre de facteurs affectant son processus, il est capital de bien poser le problème par avance et de choisir une méthode d'étude appropriée »

On trouvera cette citation (dont la traduction est assez libre) dans l'introduction du livre issu de cette réunion de pédiatres, consacré principalement à la croissance infantile, et publié sous la direction de G. Fanconi. (2)

En se plaçant sur le plan méthodologique, nous pouvons observer que le sens de l'expression : « le choix de la méthode d'étude » est double selon que l'on considère les données de base ou l'étude elle-même.

Autrement dit, le choix peut porter aussi bien sur les données que sur l'étude. Nous nous expliquons :

1° - Les données de base d'une étude peuvent être longitudinales ou transversales. Si l'on suit l'évolution d'un caractère, au cours du temps, d'un sujet ou d'un groupe de sujets, l'étude est dite longitudinale. A ce travail rendu difficile par suite de la longueur de la documentation on peut substituer l'étude de groupes d'individus différents pris à des âges successifs : l'étude est dite transversale

Ces deux procédés, qui à première vue paraissent distincts, peuvent être associés et dans ce cas l'étude s'appelle semi-longitudinale. A ce sujet, voici quelques réflexions de A.T. Welford qui figurent dans le résumé de son article :

« a) Pour les études longitudinales, il y a une difficulté évidente dans le fait qu'il faut du temps pour que les sujets deviennent vieux. Ceci n'est pas une grosse difficulté dans les études zoologiques mais rend les études humaines à long terme presque impossibles. Une méthode de compromis consiste à adopter une méthode mixte longitudino-transversale où l'on suit des ensembles de sujets pour une période d'une dizaine d'années environ.

« b) Les problèmes de l'échantillonnage : - Les méthodes trans-

(1) F. FALKNER. - « Introduction », p. 1, dans « lacroissance de l'enfant normal au cours des trois premières années, Problèmes actuels de Pédiatrie. », t 7 : 1 - 2

(2) G. FANCONI. - id° , t. 7 : 1 - 2 (Karger, Basel, /New York), 1962.

versales présentent cette difficulté que la direction de toute observation est à la merci d'erreur d'échantillonnage .....» (1)

Bien que formulées dans le cadre gérontologique, ces remarques critiques s'étendent au domaine de la croissance. Les conclusions que l'on est en droit de tirer dans une étude sur la croissance sont souvent à la merci des fluctuations ou des erreurs d'échantillonnage C'est un problème crucial qui se pose, de savoir si une étude transversale fournit, dans certains travaux, des renseignements identiques à ceux que l'on aurait obtenus par une étude longitudinale à travers laquelle l'échantillonnage est toujours le même.

Longitudinale ou transversale, toutes ces méthodes comportent le temps en abscisse, c est-à-dire suivant l'axe horizontal Ox et la mesure du caractère en ordonnée (suivant l'axe vertical Oy). Ce n'est pas une convention car les deux variables ne jouent pas un rôle symétrique Un simple coup d'oeil sur la couverture de ce livre montre qu'il est difficile de changer les axes. Il est nécessaire de respecter cette disposition qui influe sur plusieurs questions : appellation des courbes en S, dérivées successives du caractère (la taille par exemple) par rapport au temps. ce qui conduit aux notions capitales de vitesses et accélérations.

Il n'est pas toujours possible de pouvoir employer indifféremment l'une ou l'autre de ces trois méthodes. Si le problème se pose effectivement à partir de la naissance, en ce qui concerne la croissance prénatale et en l'état actuel de la technique on ne peut disposer que de la seule étude transversale.

2° - L'étude de la croissance en elle-même Par souci de simplification et pour clarifier, dans notre esprit, la situation fort complexe dans laquelle se développent les études sur la croissance, il nous est apparu que l'on pouvait réduire très schématiquement ces études à quatre grandes classifications qui seraient :

a) La traduction analytique des lois de croissance, c'est-à-dire la mise en équation des données expérimentales, longitudinales ou transversales. On cherche à relier fonctionnellement soit les mesures au temps, soit les mesures entre elles au cours de leur croissance. Dans cette dernière perspective on relie plus volontiers les mesures d'un caractère aux dimensions globales, telles que la stature ou encore le

(1) A T. WELFORD. - «Longitudinal and Cross sectional methods of research on ageing», dans : «Le vieillissement de fonctions psychologiques et psycho-physiologiques», p. 30

poids, mais cela n'a rien d'exclusif.

Ces travaux peuvent avoir un prolongement qui nous intéresse particulièrement · le rapport entre le sens biologique de la croissance et sa loi.

b) La traduction graphique des lois de croissance obtenue directement dans le cas d'une étude longitudinale portant sur un seul sujet ou par l'intermédiaire de données élaborées, dans le cas d'études transversales ou de plusieurs études longitudinales ; dans ce cas on calcule la moyenne des mesures pour les différentes classes d'âge. Beaucoup d'études ne donnent pas autre chose que des données élaborées et commentées, ou des graphiques reliant les mesures entre elles ou au temps. En général la première étude implique presque la seconde.

c) Des questions connexes sur la croissance telles que la recherche des corrélations entre les caractères, leur variation au cours de l'âge ou encore la décomposition en facteurs de ces intercorrélations. C'est en quelque sorte l'aspect statistique par excellence de l'étude de la croissance.

d) L'action de divers facteurs qui interviennent au cours du développement : la contribution de la génétique, l'influence raciale, climatique, hormonale, nutritionnelle, etc.... L'évolution psychologique des enfants, vers la puberté. Les comparaisons de la croissance soit entre individus, sexe, race, soit encore chez les Primates.

Cette division est essentiellement subjective, on aurait pu en envisager ou en ajouter bien d'autres. D'ailleurs nombre de chercheurs mettraient en tête la quatrième partie c'est-à-dire l'action des divers facteurs qui, du point de vue biologique, est certainement l'une des plus intéressantes. Nous donnons cette classification parce qu'elle est en rapport avec notre étude. Naturellement la représentation graphique joue un grand rôle de même que certaines questions connexes.

Envisageons plus particulièrement maintenant l'intérêt des équations des courbes de croissance. Cet aspect a été très discuté et, si non critiqué, du moins parfaitement «pesé». Ainsi S.M. Garn et Z. Shamir dans «Methods for research in Human Growth» écrivent :

«....cependant, le chercheur étudiant la croissance humaine ne doit pas succomber à l'habitude d'expliquer les données de la croissance en termes d'une courbe particulière. Tandis que l'équation familière de Gompertz ajuste des données pour l'homme, l'ultime problème est le sens biologique de cet ajustement et non le fait que l'équation est d'un certain type». (1)

(1) S.M. GARN et Z. SHAMIR. - «Methods for research in human growth» p. 83.

Nous partageons en partie ce point de vue, car ce serait malgré tout méconnaitre la valeur de la traduction analytique dans ce qu'elle peut apporter à la connaissance de la croissance. Un certain type de courbe conditionne souvent le sens biologique du phénomène. En tout cas, nous allons montrer que l'on peut chercher un type de courbe telle que l'équation fournisse la dispersion autour de la courbe moyenne, établissant ainsi a priori une certaine relation avec le sens biologique.

On doit considérer la mathématique comme un outil, et le sens biologique en rapport avec le type de courbe doit apparaître clairement et de façon spontanée. Il est incontestable, à côté de ces considérations, que l'équation de la courbe de croissance amène des simplifications matérielles considérables dans la suite de l'étude. Ainsi, à partir de la relation donnant la stature en fonction du temps, la dérivée première fournit immédiatement la courbe des accroissements ou vitesse de croissance Il est parfaitement inutile d'effectuer le calcul des différences puis d'en construire le graphique en fonction du temps. La dérivée première doit nécessairement réunir au mieux les accroissements véritables (ou expérimentaux) et cela d'autant plus que la courbe initiale est plus voisine des points réels reliant initialement la stature au temps

En définitive, disons que l'établissement des lois de croissance et leur étude est une façon parmi bien d'autres d'envisager ou d'aborder le problème général de la croissance. Elle est très différente des autres méthodes. Quant à la question de savoir si une méthode est préférable aux autres, cela nous parait trop près de la subjectivité et par conséquent dépourvu d'intérêt scientifiques.

Un certain nombre de précautions doivent être prises, à notre avis, lors de la comparaison des formules de croissance. Quel que soit le sens que l'on donne aux coefficients (disons : aux paramètres) des courbes, la comparaison ne nous semble valable qu'à l'intérieur de formes semblables, d'une même espèce par exemple, telle que l'Homo sapiens Dans ce cas les comparaisons peuvent fournir des explications sur l'origine de croissances différentes, car ces lois - nécessairement très voisines - sont relatives à un même développement.

Est-il légitime de comparer des lois de croissance quand il s'agit de développements aussi différents que ceux de l'homme et du chimpanzé ? La croissance est une chose, le développement en est une autre. On retrouve là le propos de Dalcq (1). Mais nous abordons en même temps un problème beaucoup plus vaste. Si l'on remonte aux origines des courbes de croissance, la formule de Robertson « étant

(1) voir plus haut, renvoi (1) p. 3

appliquable d'autre part à certaines réactions chimiques, quelques auteurs ont comparé l'accroissement d'une masse protoplasmique et l'accroissement de la masse d'un corps formé au cours de la transformation autocatalytique d'une substance. Une telle comparaison n'a de valeur que par analogie, parce qu'il existe, suivant l'heureuse expression de Petrovitch, «des mécanismes communs aux phénomènes disparates» ..... » (1)

Cependant, si les courbes de croissance, au sens le plus large du mot, vont présenter à priori l'aspect d'une certaine forme en S, la courbe humaine n'en diffère-t-elle pas par un accident caractéristique au moment de la puberté ? Il existe à l'heure actuelle une évolution pubertaire, en rapport avec l'évolution psychique, tellement considérable que c'est peut-être là un des grands aspects évolutifs cachés de l'Homo sapiens.

Notre argumentation relative à la croissance pubertaire est étayée grâce à un certain nombre de travaux sur la croissance des enfants des deux sexes, mesurés et suivis tout au long de cette période particuliérement délicate et embrouillée.

Nous avons utilisé entre autres les très importantes études semi-longitudinales de P. Godin (2) et ses réflexions cliniques sur la puberté des jumeaux. De même nous avons retenu la documentation considérable établie par F. Boas (3) qui a su donner un «tour» très particulier à ses études longitudinales. Nous nous sommes également servis d'une publication de J. Deming (4) Mais en fait nous n'avons jamais rencontré ce que nous aurions souhaité : des études longitudinales individuelles, les seules véritablement valables.

Toutefois il en existe une, la plus ancienne d'ailleurs : ce sont les données que Buffon a publié dans son «supplément à l'histoire naturelle» et relative aux mesures du fils de son ami et collaborateur : Gueneau de Montbeillard. L'étude commencée le 11 avril 1759 se termine en 1777 avec 37 observations - soit une moyenne de deux observations par an. A la naissance, l'enfant mesurait 51,3 cm, à 16 ans · environ 180 cm et terminait sa croissance vers 17 ans 1/2 avec 186,3 cm. Buffon ajoute : «Depuis ce temps, c'est-à-dire depuis quatre mois et demi, la taille de ce grand jeune homme est pour ainsi dire stationnaire..... Le 30 janvier dernier, après avoir passé toute la nuit au bal,

(1) E. FAURE-FREMIET. - «La cinétique du développement». p. 325

(2) P. GODIN. - «Recherches anthropométriques sur la croissance des diverses parties du corps».

(3) F. BOAS. - «Studies in growth» principalement le volume 4 dans Human Biology p. 307 - 350.

(4) J. DEMING. - «Application of the Gompertz curve to the observed pattern of growth in length of 48 individual boys and girls during the adolescent cycle of growth»

il avait perdu 18 bonnes lignes (4 cm de nos jours), diminution bien considérable que néanmoins 24 heures de repos ont rétablie». (1).

Un très grand nombre de travaux actuels non seulement mentionne les données de Buffon mais commente abondamment la courbe qui en résulte, et nous n'aurions aucune raison de la citer ici si nous n'avions quelques remarques importantes à formuler.

Quant aux données transversales elles sont innombrables, peut-être parce que ces méthodes d'études sont plus facilement abordables.

Nous devons mentionner en premier lieu le livre de W. M. Krogman : «Growth of man» qui est une accumulation énorme, en 963 pages, de données élaborées ; un grand nombre d'individus des deux sexes et de différentes races y sont étudiés. On y trouve principalement l'évolution de la stature, du poids, puis de façon plus ou moins anarchique, diverses parties du corps, tant pour la période fœtale (assez rare cependant) que pour la croissance postnatale.

En ce qui concerne les données relatives à la croissance prénatale nous avons utilisé les ouvrages de B. M. Patten (2), L. B. Arey (3) et W. J. Hamilton. J. B. Boyd, H. W. Mossman (4).

La première partie de notre travail est contenue dans les deux premiers chapitres. Quand on examine, d'un point de vue critique, l'historique des lois et la façon dont ces lois ont été appliquées à l'étude de la croissance humaine, on ne peut s'empêcher d'observer une grande réserve envers les méthodes employées.

Un problème revient constamment au cours de ces études ; ce problème fondamental, le seul peut être qui se pose véritablement est celui de l'ajustement. Il consiste dans la recherche de la meilleure détermination possible des relations entre deux variables. Dans le cas particulier de la croissance il conduit aux équations reliant les caractères soit entre eux, soit avec le temps.

Il y a lieu de bien noter la distinction, car les variables, et par suite leur manipulation, ne sont pas les mêmes. Certains travaux sur la croissance écartent systématiquement le temps. Soit par ignorance de l'âge des sujets, ce qui arrive fréquemment dans les études sur la croissance prénatale, soit de façon délibérée, la variable temps ne figure matériellement nulle part. On pourrait se demander si ces travaux s'inscrivent dans le cadre d'une recherche sur la croissance. Mais c'est là une question subjective et nous pensons que c'est une façon

(1) BUFFON. - «Supplément à l'Histoire Naturelle», p. 174 à 176.
(2) B.M. PATTEN. - «Human Embryology», chapitre 7
(3) L.B. AREY, - «Developmental Anatomy», chapitre 6
(4) W.J. HAMILTON, J.B. BOYD, H.W. MOSSMAN. - «Human Embryology (prenatal development of form and function)», données p. 104, 106 et 409.

parmi tant d'autres d'aborder le problème.

En fait, lorsqu'on étudie les relations entre caractères, mesurés sur des sujets d'âges différents, en cours de croissance, le temps intervient bien sûr, mais sous une forme cachée que l'on devrait qualifier d'implicite, non parce qu'on élimine le temps, mais parce que l'âge des sujets ne joue directement aucun rôle. Qu'on le veuille ou non, si le temps n'intervient pas formellement, sa présence reste partout prépondérante comme facteur.

Dans notre travail, l'étude de la croissance s'effectue en fonction explicite du temps et nous aurions pu l'intituler : "Théorie de la croissance", si de nombreuses applications pratiques ne venaient s'y greffer. Quelques rares fois cependant, il nous est arrivé d'exprimer des relations entre les caractères.

Mais revenons au problème si délicat de l'ajustement. Il dépend du critère que l'on adopte au début de l'étude. Les types d'équations auxquelles on aboutit sont manifestement conditionnés par les hypothèses initiales et par les transformations arbitraires que l'on effectue sur les variables.

Les facteurs qui interviennent dans le choix de l'ajustement, soit par utilisation directe d'une portion de courbe, soit par transformation, sont d'ordre méthodologique ou biologique , et le plus souvent restent aussi valables les uns que les autres.

Devant la diversité d'un choix qui ne s'impose pas toujours, comment ne pas ajouter une condition supplémentaire ? C'est la raison pour laquelle dans la deuxième partie de ce travail nous avons utilisé une notion bien connue en elle-même : la variation. Toutefois nous l'employons comme donnée auxiliaire efficace et non comme un simple paramètre descriptif. Par le biais de la dispersion, nous introduisons dans les lois mathématiques de la croissance une des grandes caractéristiques des phénomènes de la vie : la variabilité.

Cette deuxième partie, qui englobe le chapitre trois, peut elle-même se subdiviser en deux études. L'une théorique, permet de réduire les lois de croissance classiques à une seule formule dépendant de quelques paramètres variables, l'autre est une application de cette méthode à la croissance prénatale.

Certes, nous avons dû formuler quelques hypothèses, mais elles ne conditionnent en rien le résultat final. De même que les faits, les données sont interprétées au moyen de théories plus ou moins préparées à l'avance. C'est un mal inévitable, mais qui fait surgir des aspects auxquels nous n'aurions peut-être pas songé.

Dans un domaine bien différent de celui de la biologie, Paul Valéry faisait observer que les écrits s'adressent à deux sortes de clientèle : les producteurs et les consommateurs. "L'œuvre est pour l'un le *terme* ; pour l'autre *l'origine* de développement qui peuvent être aussi étrangers que l'on voudra l'un à l'autre".

Notre travail a été conçu, en principe, pour les consommateurs. Mais comme le champ d'exploitation des lois de croissance est particulièrement vaste il va nécessairement surgir une très grande inégalité dans la lecture des chapitres qui vont suivre.

Si l'on prend comme définition de la biométrie l'application des méthodes statistiques et des formules du calcul des probabilités, l'étude et la recherche des lois de croissance va appaître sous une forme beaucoup plus mathématique que biométrique. Il est convenu que dans les sciences humaines les mathématiques ne doivent trouver leur raison d'être qu'en tant qu'outil. Mais leur emploi, indispensable dans le domaine si particulier des lois de croissance, pose le problème de leur connaissance. En particulier, les équations différentielles des lois de croissance, qui sont examinées d'abord dans la partie historique (p. 72), puis au cours du développement de notre méthode (p.167 et suivantes), demandent évidemment de la part des consommateurs des notions mathématiques. Toute tentative en vue d'apporter une plus grande justification ou clarté dans ces exposés, nous a paru vaine. "Il n'y a pas de route royale en géométrie" disait un jour Euclide à son élève Ptolémée Philadelphe, roi d'Egypte qui lui demandait d'aplanir pour lui la difficulté du chemin.

Pour les consommateurs, l'intérêt des lois réside le plus souvent dans leurs applications, et ce qu'elles apportent doit dépasser de beaucoup la façon dont elles ont été établies. C'est là un point de vue très général et les ouvrages de biométrie n'échappent pas à la savoureuse réflexion de Hugo "On ne visite guère les caves d'un édifice dont on a parcouru les salles, et quand on mange le fruit de l'arbre, on se soucie peu de la racine".

Certes, les lois constituent une origine de développement, mais dans le domaine propre à la croissance, leur établissement, particulièrement instructif a attiré notre attention sur une quantité considérable de remarques et d'applications que nous avons le plus souvent esquissées.

Les traitements biométriques des données substituent à l'ensemble des valeurs individuelles quelques résultats clés, extrêmement condensés. Mais il est impossible de tout avoir et ce que l'on gagne en concision est autant de perdu pour l'information. Les paramètres sont excellents à connaitre, ils ne remplacent cependant pas complète-

ment les valeurs individuelles. D'autre part le but essentiel de l'outil mathématique est d'exprimer sous forme de lois des résultats individuels, alors que le propre de la vie est précisément d'échapper aux relations fonctionnelles.

Ces remarques sont beaucoup plus importantes qu'on ne pourrait le croire ; elles conditionnent les études sur la croissance. Au cours de leur développement, les mesures individuelles ne sauraient être impunément substituées aux valeurs moyennes, sauf pendant la période très particulière de la vie prénatale, où la différenciation entre les individus n'est pas encore assez sensible pour que l'on puisse séparer utilement des types morphologiques distincts.

Par contre des efforts considérables sont déployés pour mener à bien des enquêtes longitudinales. Les résultats définitifs transforment les valeurs individuelles précieuses en points moyens, ce qui fait perdre d'un seul coup tout le bénéfice que l'on est en droit de tirer d'une enquête longitudinale : la comparaison et la classification des des courbes individuelles.

Sous la forme de paramètres descriptifs les enquêtes longitudinales n'ajoutent guère plus de renseignements que n'en apportent les enquêtes transversales.

C'est par manque de données individuelles que nous n'avons pu effectuer, par notre méthode, une étude précise et complète de la croissance postnatale qui, à notre avis, reste à faire. Au contraire, les mesures relatives à la croissance prénatale ne peuvent être que des données transversales ; mais elles sont suffisamment précises et stables pour que nous n'en désirions pas d'autres. Leur emploi nous a apporté entière satisfaction et les résultats obtenus constituent le meilleur test de l'excellence de ces données.

Les équations des lois de croissance ne doivent pas constituer seulement un moyen ou une fin. Entre le terme auquel arrive le producteur quand les équations ont été formulées, et l'origine de développements que vont effectuer les consommateurs en utilisant ces lois, il peut exister tout un champ d'exploitation constitué par les nombreuses observations ou applications que l'étude de ces lois ne manquent pas de faire surgir. Les sévères formulations des lois mathématiques deviendront d'autant plus instructives qu'elles s'accompagneront de remarques qui pourront éclairer et expliquer un certain nombre de problèmes que l'on rencontre en embryologie, en anatomie et en morphologie.

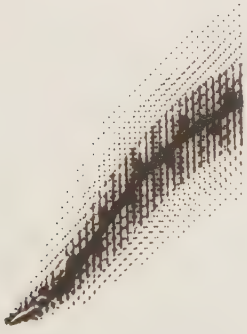
L'iconographie de ce livre a été réalisée avec le précieux concours de René Dionnet.

Nous devons enfin dire que ce travail a été conçu et écrit dans le Laboratoire d'Anatomie de la faculté de Médecine de Paris : le Professeur André Delmas, notre Directeur de recherches au Centre National de la Recherche Scientifique, nous a apporté non seulement une aide matérielle, mais n'a ménagé ni ses conseils ni ses amicales critiques.

Une étude, en définitive, est en relation avec le milieu : rien pour nous ne pouvait être plus souhaitable.

Paris, 1963

Les références des articles, travaux ou ouvrages mentionnés en bas de page, concernent les citations auxquelles nous nous sommes rapporté. La référence bibliographique complète se trouve à la fin de ce livre.



CHAPITRE PREMIER

HISTORIQUE ET CRITIQUE DES LOIS DE CROISSANCE

§ 1. - HISTORIQUE DES LOIS DE CROISSANCE

L'historique des lois de croissance pose un problème délicat : à partir de quel moment faut-il considérer qu'une formule appartient au domaine de la croissance humaine ?

Ainsi, lorsqu'on envisage la « familière » courbe de Gompertz, doit-on rappeler le travail initial de Gompertz, en 1825, ou ne signaler que la date de la première application de cette formule au phénomène de la croissance ?

Avant de savoir si, véritablement, cette question possède quelque importance, on doit observer que cette remarque n'est pas générale : elle concerne en fait l'appellation d'une courbe L'allométrie par exemple ne s'appelle pas formule de Snell ; est-ce une raison pour oublier cette formule ? Les travaux de Dubois sur le coefficient de céphalisation ne sont pas, à première vue, des travaux sur la croissance : doivent-ils être ignorés dans notre étude ?

Nous donnerons au paragraphe suivant des réponses à ces questions. Mais, indépendamment de l'attitude adoptée, les travaux de Snell, de Dubois, et les études allométriques, ont en commun une même formule dotée en toutes circonstances de propriétés mathématiques identiques C'est la raison pour laquelle certaines études sur la croissance des organes ou de diverses parties du corps, en fonction du corps entier, se plaisent à citer Snell et Dubois

Si nous séparons la notion de loi de celle de travaux, le problème posé initialement devient tout autre Les racines profondes d'une

loi de croissance peuvent provenir de domaines variés, étrangers à la croissance : ce sont ses *origines* lointaines. L'apparition d'une loi, au cours des travaux sur la croissance en marque seulement *l'émergence*. Autrement dit, l'historique des lois ne saurait être celui des travaux.

Il est loisible d'énumérer dans un ordre strictement chronologique les études contenant des lois quantitatives, entreprise redoutable en raison de leur nombre, ce qui ferait surtout ressortir le trés grand désordre de l'utilisation des lois

Il semble bien préférable de grouper ces études en *Famille de lois* et de présenter leur historique sous cette forme

Comment avons-nous procédé ? Nous mentionnerons d'abord la formule de Gompertz, parce qu'elle se situe chronologiquement la première. Elle est à l'origine de travaux sur la croissance, qui n'apparaitront que beaucoup plus tard. Nous n'en citerons qu'un certain nombre car il est impossible de les dénombrer tous. Nous ajouterons quelques réflexions critiques suscitées par cette courbe et ces travaux. L'étude des autres lois s'effectuera suivant le même plan

On peut objecter que la systématisation des lois est plus ou moins subjective Le problème n'est pas là Notre intention est d'abord de mettre de l'ordre et dans cette perspective nous avons eu des devanciers. Medawar (1) en particulier a donné un tableau des lois de croissance. Et s'il existe une part d'arbitraire dans cet exposé, elle ne saurait jouer ultérieurement un grand rôle.

Pour une meilleure compréhension du texte qui va suivre, nous invitons le lecteur à se référer aux tableaux synoptiques I et II des Lois de Croissance. (pages 60 et 61).

1° - *LA COURBE EN S DE GOMPERTZ*

En 1825, un mathématicien et démographe anglais : Benjamin Gompertz (1778-1865) publie un ouvrage (2) dans lequel se trouve l'équation de la courbe connue actuellement sous le nom de « Courbe de Gompertz » et donnant la mortalité en fonction de l'âge.

(1) P.B. MEDAWAR. - « Size shape and age ». 1945, tabl. I p. 160

(2) 1825. - B. GOMPERTZ. - « On the nature of the function expressive of the law of human mortality ». Phil. Trans. Royal. Soc. ; 115 p. 513-585.

L'équation de cette courbe est :

$$y = k e^{-a e^{-bt}}$$

(où k, a et b sont des constantes positives.)

Nous examinerons la signification de cette formule au paragraphe Discussion. Mentionnons seulement sa forme (fig. 1). C'est une courbe en S qui possède deux concavités à courbures opposées séparées par une portion rectiligne de trajectoire autour du point d'inflexion. Elle est limitée supérieurement par une asymptote.

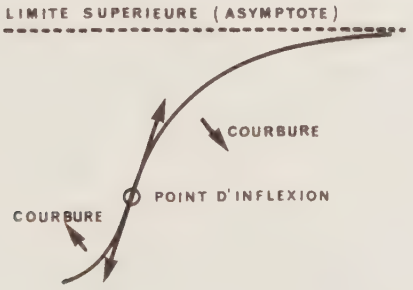


FIG 1. FORME DE LA COURBE DE GOMPERTZ

Cette courbe n'était nullement destinée à servir de courbe de croissance et il fallut attendre cent ans pour qu'en 1926 S. Wright (1) l'introduise dans ce domaine. Cette opération est-elle légitime ? Voici les réflexions de G. Teissier (2) sur ce point : il remarque d'abord que c'est dans les écrits de Minot (3) que l'on note la première esquisse d'une application de la sénescence à la croissance ; il manifeste ensuite une prudente réserve en ce qui concerne cette application : « La formule de Wright applique à la croissance une loi de vieillissement

(1) 1926. - S. WRIGHT. - Journ. Amer. Statist. Soc XXI, p. 493.
(2) G. TEISSIER. - « Les lois quantitatives de la croissance » p. 10 et p. 11.
(3) 1908. - C.S. MINOT. - « The problem of Age, Growth and Death ».

qui n'a été justifiée, jusqu'à présent que par des recherches sur les lois de mortalité. Cette extension de la formule de Gompertz n'est pas absurde, ... Elle n'en reste pas moins assez aventurée ....».

A partir de 1926 plusieurs travaux sur la croissance, utilisent cette courbe, comme ceux de : Davidson (1938), Weymouth, Mc Millin et Rich (1931) (1), dans une étude sur la croissance longitudinale d'un mollusque marin. Ces auteurs ajustent également cette courbe aux données de Donaldson sur la croissance pondérale du rat.

En 1932, Winsor (2) choisit un titre particulièrement adapté aux circonstances «La courbe de Gompertz comme courbe de croissance» et paraphrase la base même de la courbe de Gompertz puisqu'il postule que «dans des petits intervalles de temps égaux, l'organisme perd d'égales proportions de sa puissance de croissance.»

Le processus de toutes ces recherches est résumé par G. Teissier en ces termes : «Pour ces auteurs, l'équation fondamentale de la croissance serait $\frac{1}{x}\frac{dx}{dt} = \rho e^{-qt}$ qui après intégration représente une une courbe en S» (3).

En 1940, Medawar, (4) commentant la courbe de Gompertz écrit : «La base théorique de la fonction de Gompertz, s'il est nécessaire d'en avoir une, est simplement que le rapport spécifique de croissance de certains systèmes biologiques décroit de façon exponentielle, comme le déclin bien connu des autres caractéristiques du comportement», et cette remarque : «Il est nécessaire d'ajouter que dans la courbe de Gompertz, comme dans les autres courbes de croissance, le point d'inflexion n'a pas de sens biologique».

En 1945, Medawar (5) donne le graphique de la courbe de Gompertz ainsi que les graphiques des deux premières dérivées, correspondant aux vitesses de croissance ($v = \frac{dx}{dt}$) et aux accélé-

(1) 1931. - F.W. WEYMOUTH, H.C. Mc. MILLIN et W.H. RICH. - «Latitude and relative growth of the razor clam, Siliqua Patula». J. Exp. Biol., 8, p. 228-249.

(2) 1932. - CH. P. WINSOR. - «The Gompertz curve as a growth curve». Proc. Nat. Acad. Sci., 18, p. 1-8.

(3) G. TEISSIER. - op. cité. p. 10

(4) 1940. - P. B. MADEWAR. - «The growth, growth energy and ageing of the chicken's heart.» p. 352 et p. 353.

(5) 1945. - P. B. MEDAWAR. - «Size, shape and age». Fig. 1. p. 162

rations $\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)$.

Passant sur un certain nombre de travaux, nous arrivons en 1957 à la très importante étude éffectuée par J. Deming (1) dans la quelle sont analysées plusieurs publications antérieures, concernant la courbe de Gompertz, ce qui facilite considérablement notre tâche. Dans ce travail on peut lire, p 85 : «La conception de cycle de croissance a été utilisée par différents auteurs dans le champ de la croissance, avec toutefois diverses définitions sur son sens. Une définition pratique a été proposée par Courtis (2) qui définit le cycle de croissance comme une période de maturation spécifique pendant laquelle les forces agissant sur le processus de la croissance restent constantes, avec des limites raisonnables».

L'auteur souligne également (p. 86) que Courtis fournit beaucoup d'exemples satisfaisant dans l'application de la courbe de Gompertz à la croissance des plantes, des animaux ainsi que la croissance mentale des garçons et des filles, ce qui à notre avis, tout en soulignant la souplesse adaptative de la courbe de Gompertz ne manque pas, précisément par cette généralisation , d'être singulièrement inquiétant.

L'auteur indique la méthode d'ajustement de données longitudinales concernant la croissance d'un groupe d'enfants des deux sexes. Mais il modifie la formule de Gompertz, en ajoutant une *constante arbitraire*, et en remplaçant la valeur de a par e^c, ce qui est toujours possible. Dans ces conditions $ae^{-bt} = e^c . e^{-bt} = e^{c-bt}$, et la formule devient : $y = y_0 + ke^{-e^{c-bt}}$

Cette courbe décrit le «cycle» de croissance englobant la puberté. Elle ne part donc pas de l'origine (plus exactement : de valeurs voisines de l'origine) mais d'un certain niveau y_0 qui représente une constante arbitraire et qui a été atteint au cours d'un (ou plusieurs) «cycle» antérieur.

Il est intéressant de connaitre le champ d'application de cette courbe car nous aurons l'occasion d'utiliser cette donnée dans la suite de notre étude. Voici les résultats de J. Deming :

(1) 1957. - J. DEMING. - «Application of the Gompertz curve to the observed pattern of growth in length of 48 individual boys and girls during the adolescent cycle of growth.» 83-122.

(2) 1937. - S. A. COURTIS. - «What is a growth cycle ? «Growth, 1, pp. 155-174

1° - Pour les garçons, entre 11 et 21 ans (p: 88) :

$$y = 153 + 35\, e^{-\,e^{9,491\,-\,0,0571\,x}}$$

(où y = taille en cm et x = âge en mois). Cette formule peut s'écrire :

$$y = 153 + 35\, e^{-\,13.240\, e^{-\,0,0571\,x}}$$

2° - Pour les filles, entre 9 et 19 ans (p.89) :

$$y = 129 + 27,5\, e^{-\,e^{10,843\,-\,0,0853\,x}}$$

L'intérêt du cycle de croissance est précisé par l'adjonction des graphiques représentant la dérivée première ou vitesse de croissance. J. Deming à placé sur cette courbe en « cloche » la position de la date d'apparition des caractères sexuels secondaires qui survient-nent au moment de la puberté. (p. 88 et p. 89, fig. 2 et fig. 3).

En 1960, W. J. Israelsohn exploitent cette idée, indique la position de ces caractères sur la dèrivée seconde (ou courbe des accélérations de croissance). Il est visible que l'apparition des caractères sexuels secondaires n'est pas quelconque puisqu'elle occupe les extremum de l'accélération (maximun ou minimum de la courbe). En particulier chez les filles, la date d'apparition des premières règles est liée à une accélération de croissance minimum (malgré les réserves de l'auteur) (1).

Un très grand nombre d'études critiques sur la croissance citent et commentent cette courbe. Retenons, entre autre : D'Arcy W. Thompson (2) et, plus récemment Tanner (3).

* *

2° - *LA LOGISTIQUE (OU COURBE EN S DE VERHULST - PEARL)*

Nous allons présenter maintenant une autre courbe de croissance : la logistique, qui possède beaucoup de points communs avec la courbe de Gompertz.

(1) 1960. - W. J. ISRAELSOHN. - « Description and modes of analysis of human growth » dans « Human Growth » de J. M. TANNER, fig. 11, p. 36 et remarques p. 37.

(2) 1948. - D'ARCY W. THOMPSON. - « On growth and form » p. 156-157 et la remarque*, p. 144.

(3) 1962. - J. M. TANNER. - « Growth at adolescence », p. 7 et 8.

C'est entre 1838 et 1847 qu'un mathématicien et démographe belge, P. F. Verhulst (1804-1849), propose dans ses travaux (1) une formule exprimant la croissance d'une population en fonction du temps.

Son équation est de la forme : $y = \frac{a}{1 + be^{-kt}}$, (où a, b et k sont des constantes positives).

De même que la courbe précedente, cette courbe tire une de ses appellations de sa forme en S. Mais on la connait davantage sous le nom de *logistique*.

Nous indiquons à la fig. 2 son graphique, et nous précisons que le temps *(t)* étant en abscisse, on peut lire en ordonnée *(y)* le nombre d'habitants qui à la date *(t)* constituent la population étudiée.

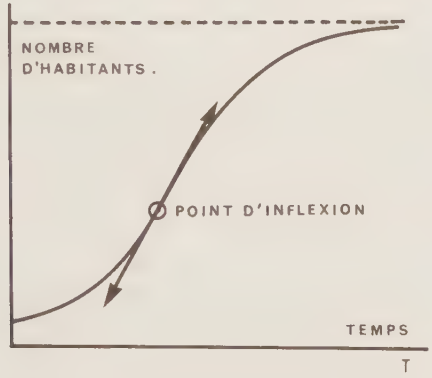


FIG 2 - LOGISTIQUE.

Sur la vie et les travaux de Verhulst, on peut consulter l'étude que J. R Miner a fait paraître en 1933, dans «Human Biology» sous le titre évocateur : «Pierre-François Verhulst, the discoverer of the logistic curve» (pp. 673-689, avec-fait assez rare - un portrait du mathématicien). De ce travail extrayons les quelques lignes suivantes : (p.674) «Quételet, le célèbre statisticien belge, pensait, par analogie avec la résistance d'un milieu au passage d'un projectile que la résistance

(1) 1838. - P. F. VERHULST. - «Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement.» Correspond. math. et phys. publié par A. QUETELET, 10, pp. 113-121.

1845. - id° - «Recherches mathématiques sur la loi d'accroissement de la population.» Nouveaux mémoires de l'Acad. Roy des Sci. et Belles Lettres de Bruxelles, 18, pp. 1-38.

1847. - id° - «Deuxième mémoire sur la loi d'accroissement de la population». - id° -, 20, pp. 1-32.

de la croissance d'une population s'accroît comme le carré de la vitesse avec laquelle la population tend à s'accroître. En 1838, Verhulst, un élève de Quételet, pensa que la croissance d'une population varie en proportion de la population elle-même. Dans cette voie, il obtint la familière courbe en S, limitée supérieurement et inférieurement par deux asymptotes, et qu'il baptisa la courbe logistique».

Mais les travaux de Verhulst tombèrent dans l'oubli : «.... It thus happened that Verhulst's works was generally forgotten until after the independant rediscovery of the logistic curve by Pearl and Reed, in 1920» (1) et, en note de la page 674 : « .... La seule référence sur ce travail de Verhulst, dans les temps actuels, avant le travail de Pearl et Reed, est celui de L. G. Du Pasquier (1918).»

Plus récemment, A. Sauvy (2) explique le processus de la pensée de Verhulst en ces termes : «Vers 1840, Verhulst exploitant une idée de Quételet, avait étudié la résistance que rencontre une population de la part de son milieu. Partant d'un chiffre très bas, elle doit augmenter de plus en plus rapidement, puis elle passe par un point d'inflexion et augmente ensuite de moins en mois vite, tendant vers une limite supérieure, sorte de plafond imposé par la nature».

Au début du XX° siècle apparaissent les premiers travaux sur la croissance relevant de cette formule, avec Deschamps (1903) qui étudie théoriquement l'évolution d'une culture de Protistes. Le nombre de cellules *(x)* en fonction du temps *(t)* est obtenu par l'équation différentielle : $\frac{dx}{dt} = Kx(a - x)$ ce qui par intégration donne une logistique (3).

En 1908, paraissent les travaux de W. Ostwald (4) et surtout ceux de Robertson qui utilise la notion capitale de *vitesse de croissance.*

(1) 1920. - R. PEARL et L. J. REED. - «On the rate of growth of the population of the United States since 1790 and its mathematical representation.» Proc. Nat. Acad. Sci, 6, pp. 275-288.

1922. - id° - «A further note on the mathematical theory of population growth». Proc. Nat. Acad. Sci., 8, pp. 365-368.

1923. - id° - «On the mathematical theory of population growth». 3, pp. 6-19.

1925. - id° - «Skew-growth curves». Proc. Nat. Acad. Sci. , 11, pp. 16-22.

- Il est extrêmement intéressant de constater l'évolution de ces travaux qui passent de la croissance des populations aux courbes de croissance.

(2) 1957. - A. SAUVY. - «La démographie» dans «Histoire de la Science» Encyclop. de la Pléiade, p. 1615.

(3) G. TEISSIER. - op. cit, p. 5, 14 et 15.

(4) 1908. - W. OSTWALD. - «Ueber die zeitlichen Eigenschaften der Entwicklungsvorgänge». pp. 71. L'auteur ne propose pas de formule.

les théories de Robertson (1) sont exposées, développées et remaniées pendant vingt ans. Son article fondamental consacrant en quelque sorte l'analogie entre l'autocatalyse et la croissance, date de 1923 (2).

Les travaux de Robertson ont été analysés et commentés dans un grand nombre d'études critiques. Ainsi Fauré-Frémiet (3) développe les explications nécessaires sur l'établissement de l'équation différentielle qui est à la base de ces travaux $\frac{dx}{dt} = Kx\,(A - x)$ et indique sa résolution.

On sépare les variables : $\frac{dx}{Kx\,(A - x)} = dt$

Puis on décompose la fraction $\frac{1}{Kx\,(A - x)}$ en éléments simples : $\frac{1}{Kx\,(A - x)} = \frac{1}{AKx} + \frac{1}{AK\,(A - x)}$ et on intègre :

$$\int dt = \int \frac{dx}{AKx} + \int \frac{dt}{AK\,(A - x)} + C^{te}$$

ce qui conduit à la solution définitive : $t = \frac{1}{AK} \log \frac{x}{A - x} + C$

A première vue, cette équation parait différente de celle de Verhulst, en fait il n'en est rien, et l'on retrouve bien l'équation de la logistique si l'on exprime le caractère en fonction du temps.

G. Teissier (4), sur les travaux de Robertson écrit : «C'est à ses qualités formelles, qui n'ont strictement rien à voir avec l'autocatalyse, que la formule de Robertson doit sa valeur pratique ».

Dans son livre «On growth and form» D'Arcy Thompson expose les travaux de Robertson (p. 257) ainsi que les travaux de Verhulst

(1) 1908. - T. B. ROBERTSON. - «Remarks on the normal rate of growth and its biochemical significance». Arch. f. Entwicklungsmech ; 25, p. 581-614.

(2) 1923. - T. B. ROBERTSON. - «The chemical basis of growth and senescense.» Philadelphia, p. 16 et seq.

(3) 1925. - E. FAURE-FREMIET. - «La cinétique du développement». pp. 232-233, puis 241 et 324.

(4) G. TEISSIER. - op. cit. p. 5 et suiv.

(p. 145 à 147). On pourra confronter à la page 150 (fig. 30) la logistique montrant l'accroissement de la population des Etats-Unis, et que l'auteur appelle justement loi de Verhulst-Pearl, avec la logistique présentée par G. Teissier (dans « les lois quantitatives de la croissance », fig. 1 p. 14) et représentant la croissance d'une population de levures, c'est-à-dire le nombre de cellules en fonction du temps.

En 1931 parait un important travail de Margaret Merrell (1) et dont le titre à lui seul ne manque pas d'intérêt. L'auteur étudie théoriquement la courbe moyenne d'un groupe de logistique avec, à cette occasion, une description sommaire des propriétés de la logistique. Il apparait que l'allure de la courbe moyenne diffère de celle des logistiques individuelles : « The form of the mean curve differs from the simple logistic in two fundamental characteristics, - it is a sinuous curve having fluctuations in its rate of growth not present in the logistic, and it is not a symmetrical curve ». (p. 68). A la page 40 la fig. 1 illustre parfaitement cette remarque.

L'auteur indique également une méthode d'ajustement de logistique individuelles à la croissance pondérale de lapins, (c'est-à-dire la détermination des constantes *a*, *b*, et *k* d'une courbe individuelle). Les courbes pondérales individuelles tracées sur un même graphique (fig. 7 p. 59) forment une famille de courbes sensiblement « parallèles » et dont la dispersion en éventail croît de plus en plus. Par contre la courbe moyenne n'est pas « représentative » du groupe étudié.

Nous aurons l'occasion de revenir un certain nombre de fois sur les erreurs d'interprétation que l'on peut commettre en substituant, puis en étendant aux éléments d'un ensemble les propriétés d'une valeur fictive : leur moyenne, qui ne caractérise que l'ensemble.

Un certain nombre de travaux antérieurs concernant la logistique sont cités et commentés : Robertson, Pearl et Reed entre autres.

En 1953, dans une étude transversale, Sung-Ken Quo (2) applique la logistique à la croissance humaine, en dernier cycle. L'auteur étudie la croissance pondérale des Formosans, de la naissance à 39 ans. Les groupes représentatifs sont particulièrement nombreux puisque ce travail porte au total sur 87.277 sujets du sexe masculin et 83.376 sujets du sexe féminin.

L'auteur modifie légèrement la formule de la logistique (exactement comme J. Denning avait procédé pour la courbe de Gompertz) par

(1) 1931. - M. MERRELL. - « The Relationship of individual growth to average growth ». Hum. Biol., 3, pp. 37-70.

(2) 1953. - SUNG-KEN QUO. - « Mathematical analysis of the growth of man, with special reference to Formosans ». Human Biol., 25, pp. 333-358.

l'adjonction d'une constance arbitraire : y_0 , représentant le niveau atteint au cours du cycle antérieur, et par une petite modification interne, où b est remplacé par e^t.

Dans ces conditions, la formule devient : $y = y_0 + \frac{a}{1 + e^{c - bt}}$

Voici les résultats auxquels aboutit Quo (p. 347), et valables pour un âge égal ou supérieur à 13 ans :

1°) pour les sujets de sexe masculin :

$$y = 19 + \frac{34,5}{1 + e^{1,21071 - 0,44726\,x}} = 19 + \frac{34,5}{1 + 3,3559\,e^{-0,44726\,x}}$$

2°) pour les sujets de sexe féminin :

$$y = 22 + \frac{25,5}{1 + e^{1,06866 - 0,59474\,x}} = 22 + \frac{25,5}{1 + 2,9115\,e^{-0,59474\,x}}$$

(avec y = poids en kg et x = (âge - 12), en années).

Pour la première courbe le point d'inflexion, correspondant à une vitesse de croissance maximum, se situe à 14 ans et 8 mois 1/2.

Pour la deuxième courbe, ce même point se trouve à 13 ans et 10 mois.

Dans ce travail, les grands noms associés à la logistique : Verhulst, Robertson, Pearl et Reed, sont indiqués.

* *

3° - *L'ALLOMETRIE ET LES COURBES PARABOLIQUES*

En 1892 parait un article de l'Allemand Otto Snell (1) où l'auteur évalue le poids de l'encéphale en fonction du poids du corps, chez certains vertébrés.

A cette époque, la question était d'actualité. Déjà en 1862,

(1) 1892. - O. SNELL. - « Die Abhängigkeit des Himgewichtes, von dem Körpergewicht und den geistigen Fähigkeiten ». Archiv. für Psychiat. , 23, pp. 436-446.

Dareste comparait et attribuait un sens au poids de l'encéphale rapporté au poids du corps (poids relatif). Manouvrier, à partir de 1882, et surtout en 1885, fournissait une interprétation «de la quantité dans l'encéphale». Mais tous ces travaux cherchaient une liaison linéaire entre le poids de l'encéphale et le poids du corps.

C'est une très heureuse idée qu'a eu Snell de penser, à la suite de déductions assez rationnelles, qu'il pouvait exister une relation *non linéaire* entre le poids de l'encéphale et celui du corps. Voici le raisonnement de Snell, résumé par le Gallic :

«L'allométrie de Snell concernait les espèces d'un genre de vertébrés. .... les raisonnements de Snell étaient en somme excellents ; ils ne suffisaient simplement pas à déterminer tous les aspects du phénomène, mais ils en mettaient un en lumière, à savoir que : la densité des terminaisons nerveuses à la périphérie du soma d'un vivant est une propriété de son genre ; et que : ces terminaisons sont en relation avec une cellule du cerveau dont le nombre, donc la masse cérébrale totale, sera proportionnel à ce nombre de terminaisons, donc à la surface du soma, qui varie comme la puissance 2/3 = 0,66 de la masse du soma, chez les espèces à peu près homothétiques». (1).

Pour exprimer le poids du cerveau en fonction du poids du corps, Snell propose la formule $b = p.\ K^s$ (b est le poids du cerveau, K est le poids du corps). Snell appelle s l'exposant somatique et p le facteur psychique. Snell donne un procédé de calcul pour obtenir l'exposant somatique : (p. 440 et 441).

«Pour calculer l'exposant somatique il faut connaître le poids du corps et le poids du cerveau pour deux animaux qui soient de poids corporels très différents mais de formes corporelles très similaires».

Snell aboutit à la formule : $s = \dfrac{log\ b_1 - log\ b}{log\ K_1 - log\ K}$

(où b et K appartiennent à l'un des animaux, b_1 et K_1 à l'autre).

En 1897, le célèbre anthropologiste hollandais Dubois (1858-1940) publie une étude (2) concernant le poids de l'encéphale chez les mammifères. L'auteur reprend les idées de Snell, les critique fortement par endroits (p. 343 et 344) et les développe en donnant un autre sens

(1) 1961. - P. LE GALLIC. - «Biologie quantique», p. 44.

(2) 1897. - E. DUBOIS. - «Sur le rapport du poids de l'encéphale avec la grandeur du corps chez les mammifères». Bul. de la Soc. d'Anthr. de Paris, 8, pp. 337-376. (Une première publication avait été effectuée en Hollandais le 10.4.97. Les citations que nous donnons sont extraites du Bul. de la Soc. d'Anthr. de Paris).

aux coefficients c et r de la relation $E = c.\ S^r$, reliant le poids de l'encéphale E au poids du corps (ou soma) S :

« Suppose-t-on que la quantité de l'ancéphale soit en proportion directe de la surface du corps, 0,6666 .... serait donc le nombre qui, comme exposant doit être ajouté aux poids de deux ou plusieurs animaux, exprimés par une certaine unité de poids, pour donner le rapport du poids de leurs encéphales. Qualifions ce nombre (correspondant à « l'exposant somatique » de Snell), d'exposant de relation....

Voudrait-on comparer les poids de l'encéphale d'animaux d'organisation d'un degré différent, la valeur trouvée $S^{0,6666}$ ... devrait encore être multipliée pour chaque animal par un facteur qui exprime le degré d'organisation de l'encéphale, ... , c'est-à-dire la céphalisation relative de l'animal en question . Ce nombre, correspondant en certaine mesure au facteur psychique de Snell, nous l'appellerons facteur de céphalisation : c. » (p. 361-362).

Dubois calcule d'ailleurs (p. 362) le coefficient c de céphalisation en admettant comme exposant somatique la valeur 0,66 à partir de la relation : $c = \frac{E}{S^{0,66}}$. Il constate que la concordance est bonne pour des animaux « systématiquement égaux mais différents de grandeur corporelle ».

Le grand mérite de Dubois est de ne pas admettre par un raisonnement *a priori* la valeur $r = 0,66$ (ou 0,68), mais de calculer expérimentalement cet exposant. Pour celà, il utilise la deuxième formule de Snell. Ainsi, avec *deux* animaux de même famille mais, autant que possible, corporellement différents : Felis leo et Felis domestica par exemple, il tire la valeur de l'exposant r : $r = \frac{log\ E - log\ e}{log\ S - log\ s}$

A partir d'un couple de huit valeurs (tabl. 11, page 366), Dubois détermine un exposant moyen de relation égal à 0,56, ce qui lui permet de calculer alors son fameux facteur de céphalisation, pour une assez grande quantité de mammifères (tabl. 4, p. 371-372). Dubois ne manque pas de formuler quelques réserves : « une organisation supérieure se manifeste aussi bien dans la qualité que dans la quantité (p. 370). », mais ceci ne concerne pas notre étude.

En 1907, Lapicque (1866-1952) reprend (1) l'idée de Dubois et

(1) 1907. - L. LAPICQUE. - « Tableau général des poids somatiques et encéphaliques dans les espèces animales ». Bull. et Mém. de la Soc. d'Anthr. de Paris, 8, pp. 248-262 (avec la très importante discussion de MANOUVRIER (pp. 263-270).

présente graphiquement la relation entre le poids de l'encéphale et le poids du corps. Il introduit une notion tout à fait nouvelle (dans ce domaine) : l'utilisation d'une transformation. Dans le cas présent, Lapicque emploie la transformation doublement logarithmique qui est d'ailleurs l'une des plus simples. L'auteur ne manque pas de tirer parti des avantages offerts par cette transformation en effectuant un découpage du tableau par des droites parallèles, de coefficient angulaire égal à 0,56. Ces «familles» de droites parallèles, baptisées isoneurales, groupent des animaux «homologues». Ainsi, le principal succès de cette heureuse transformation était finalement la mise en évidence d'une *relation linéaire* que Lapicque écrit : $log.\ E = 0,56\ log.S + log.c$.

La même année, Lapicque calcule l'exposant de relation entre le poids de l'encéphale et celui du corps, dans une même espèce. (1). l'auteur arrive à la conclusion que : «Dans une espéce donnée, le poids encéphalique varie sensiblement comme la racine quatrième du poids du corps». Autrement dit, à l'intérieur d'une même espèce, l'auteur rapporte les variations de poids d'un organe à celui du corps tout entier : $E = K.\ P^{0,25}$.

Puis l'auteur ayant conçu quelques doutes quant à la relation entre le poids et la taille, chez l'homme, cherche «arithmétiquement si le poids marche comme une puissance de la taille autre que le cube». (p.325). Calculant l'exposant de relation, Lapicque écrit : « le poids du corps croît, approximativement, comme le *carré* de la taille. On trouve en effet une valeur voisine de 2», (p. 326).

Ces deux dernières études se rattachent manifestement à ce qui deviendra, beaucoup plus tard, l'allométrie.

Parallèlement à ces travaux, mais dans une toute autre perspective et indépendamment, signalons les recherches effectuées vers la fin du siècle dernier par un économiste italien : Vilfredo Pareto (1848-1923). Sa célèbre formule sur la distribution des revenus est : $N = \frac{A}{x^{\alpha}}$ (ou encore $N = A\,x^{\alpha}$ l'exposant étant négatif. ce qui correspondra dans la croissance allométrique à l'énantiométrie).

Un excellent compte rendu de cette formule, envisagé du point

(1) 1907. - L. LAPICQUE. - «Le poids encéphalique en fonction du poids corporel entre individus d'une même espéce». Bull. et Mém. de la Soc. d'Anthr. de Paris, 8, pp. 313-345. Toutefois une communication du même auteur portant sur le même sujet avait paru bien antérieurement, en 1898 : «Sur la relation du poids de l'encéphale au poids du corps». Soc. de Biol., p. 62-63.

de vue statistique, a été présenté par le Baron Mourre en 1940 devant la Société de Statistique (1) et on peut lire, p. 106 : « M. Amy est très frappé par l'identité de la formule de Pareto avec celles utilisées par de nombreux auteurs dans l'étude de phénomènes n'ayant certainement aucune autre analogie. En voici quelques exemples :

La loi d'allométrie, qui représente la croissance des animaux ou des végétaux en fonction du temps.... »

On pourra également se rendre compte de la généralité de l'emploi de cette formule par la lecture d'un article de M. Fréchet (2).

Les études sur la croissance, utilisant la formule $y = Ax^{\alpha}$ sont très nombreuses, et éparpillées dans la littérature scientifique. Il n'est pas dans notre but de les énumerer toutes. Cependant parmi les plus anciennes on peut mentionner les travaux de Mumford et Young, parus en 1923 (3) ou ces auteurs mettent en relation la stature l est le poids w sous la forme $l = kw^{n}$ avec un exposant n qui varie ainsi que k, suivant l'âge, de 11 ans à 18 ans.

A 11 ans $n = 0{,}279$ et $k = 53{,}120$, ce qui correspond à une stature moyenne de 141 cm et un poids moyen de 33,12 kg (p. 112).

De la même façon pour 18 ans $n = 0{,}291$ et $k = 52{,}099$, correspondant à une stature moyenne de 171,66 cm pour un poids moyen de 60,42 kg.

Les auteurs se basent sur les travaux antérieurs éffectués par le Professeur A. Walker et G. Dreyer (4).

La prise de conscience de cette forme d'étude s'est effectuée lentement, peut-être par suite de l'indépendance des travaux. C'est sensiblement à la même époque, vers 1931-1932, que G. Teissier en France et J. S. Huxley en Angleterre ont mis en évidence le grand

(1) 1941. - Baron MOURRE. - « La formule de PARETO comme instrument statistique ». J. de la Soc. de Statist. de Paris, p. 85-100. (avec une très importante discussion p. 100-108). On trouvera également (p. 86) la formule de M. BARRIOL :

$N = \dfrac{A}{(x+a)^{\alpha}} - k$ qui, avec la formule de PARETO, permet de rendre compte de certains phénomènes physiologiques.

(2) 1941. - M. FRECHET. - « Sur la loi de répartition de certaines grandeurs géographiques ». J. de la Soc. de Statist. de Paris, p. 114-122.

(3) 1923. - A. A. MUMFORD et M. YOUNG. - « The interrelationships of the physical measurements and the vital capacity ». Biometrika, 15,pp. 109-133.

(4) 1920. - G. DREYER. - « The Assessment of physical fitness ». En août 1919 un article sur ce sujet avait déjà paru dans The Lancet.

intérêt de cette forme d'étude. Dans la *croissance relative*, la relation entre deux *caractères* : x et y rapporte la croissance d'un caractère (y) à celle du corps entier (x) (ou d'un caractère référence). Eliminant le temps, on aboutit en définitive à un autre procédé de mesure : l'allométrie $y = A\,x^{\alpha}$.

Ces courbes ne présentent qu'une seule courbure, lorsqu'elle existe. On peut classer leurs formes en quatre catégories suivant, les différentes valeurs de α (fig. 3) : $\alpha > 1$; $\alpha = 1$ (droites) ; $\alpha < 1$ et α négatifs.

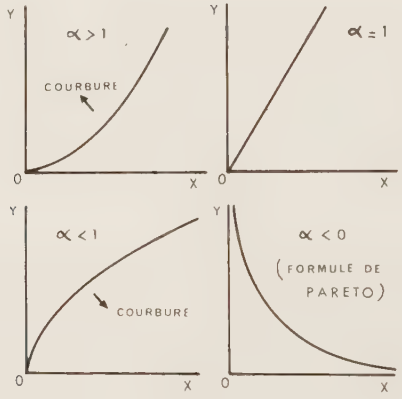


FIG 3 . FORME DES COURBES $Y = A\,X^{\alpha}$ SUIVANT LES DIFFERENTES VALEURS DE α

Dans son ouvrage critique «Les lois quantitatives de la croissance», G. Teissier (1937) explique les bases rationnelles de l'allométrie (p. 22), au moyen de l'équation différentielle : $\frac{1}{y}\frac{dy}{dt} = \alpha \frac{1}{x}\frac{dx}{dt}$, formulée à partir de quelques hypothèses sur l'interprétation du rôle des facteurs nutritifs dans la croissance. L'auteur souligne l'intérêt des points critiques, correspondant à des variations de l'exposant α, au cours de la croissance.

On trouvera une formule dérivée de l'allométrie et préconisée par Robb (1) (p. 29) : $y = A\,x^{\alpha} + b$, où b est une constante.

En 1945 parait un important article de Reeve et Huxley (2). De

(1) 1929. - R. C. ROBB. - «Hereditary size-limitation in the rabbit» J. Exper. Biol., 6, p. 311.

(2) 1945. - E. C. R. REEVE et J. S. HUXLEY : «Some problems in the study of allometric growth»., p. 121-156.

même que dans l'ouvrage de G. Teissier, un grand nombre de travaux antérieurs y sont rappelés, chacun apportant une contribution plus ou moins importante à l'édification de l'allométrie (Pezard (1918) et Champy (1924) par exemple).

Dans le paragraphe intitulé «Formal difficulties», les auteurs formulent une remarque sur un des aspects du problème relatif à une loi de composition. Si un organe L est la somme de deux autres organes : $L = y + z$ et si $y = b_1 x^{\alpha_1}$ et $z = b_2 x^{\alpha_2}$ peut-on avoir :

$L = b_1 x^{\alpha_1} + b_2 x^{\alpha_2} = b_3 x^{\alpha_3}$?

Ce problème, qui n'est pas nouveau, a été examiné plusieurs fois et récemment encore par Le Gallic (1).

En marge des relations allométriques qui éliminent le temps de façon délibérée, une place importante - dans notre étude - doit être attribuée aux relations dont la *forme* est allométrique, mais dans lesquelles le temps est substitué à l'un des deux caractères. A ce sujet, G. Teissier dans son ouvrage cité précédemment écrit (p. 10) :

«Przibram (1920) remarqua que le taux de croissance variait sensiblement en raison inverse de l'âge, mais admit que cette règle souffrait de nombreuses exceptions. Schmalhausen (1927) fit la même constatation et posa comme équation fondamentale de la croissance une relation équivalente à $\frac{1}{x}\frac{dx}{dt} = \frac{k}{t}$ ou $x = a t^k$.»

Une étude théorique de la «Similitude biologique» conduisit vers le même temps Teissier à proposer une équation à laquelle il attribua une signification essentiellement formelle : $\frac{1}{x}\frac{dx}{dt} = \frac{3}{t+b}$.

Medawar dans son article «Size, shape and Age» classe la fonction $W = b t^k$, au tableau récapitulatif (tabl. 1 p. 160) sous le nom de Parabola et cite en référence les travaux de Murray (2) etc.... Effectivement Murray étudiant la croissance pondérale embryonnaire du poulet obtint la relation : $W = b t^{3,6}$.

C'est cette forme de relation que nous retiendrons au cours de notre étude et nous lui donnerons le nom de relation parabolique (par

(1). - LE GALLIC. - op. cit. p. 62

(2) 1926. - H. A. Jr. MURRAY.- «Physiological ontogeny. A. Chicken embryos III. Weight and growth rate as function of age». J. gen. Physiol. 9, p.39-48.

abus de langage). Nous-mêmes, dans des travaux antérieurs nous avons utilisé ce type de relation :

1° - pour représenter une partie de la croissance prénatale humaine (1) pendant la période embryonnaire, entre 21 et 95 jours de fécondation : $taille\ v.\ c. = 10^{-4} . 9{,}139\ t^{2{,}564}$

(taille vertex-coccyx en mm et t en jours de fécondation, non en âge menstruel).

2° - pour représenter une partie de la croissance postnatale (2). Chez des garçons, écoliers français, pour une période de temps comprise entre 5 ans 1/2 et 12 ans :

$$stature = 62{,}07\ (Age)^{0{,}337}$$

Chez des filles nord-américaines, entre 5 ans 1/2 et 10 ans:

$$stature = 64{,}56\ (Age)^{0{,}337}$$

(stature en cm, âge en années).

Au cours de l'étude du développement de l'oreille interne (3), nous avons utilisé la formule $y = A t^{\alpha} + b$ qui est l'homologue de la formule de Robb, mais dans laquelle le temps est substitué au caractère référence. Nous avons appelé cette relation para-allométrique.

Il est apparu que c'est la somme des longueurs des trois canaux semi-circulaires qui donnent la meilleure représentation du développement du labyrinthe postérieur :

$$Somme\ des\ longueurs\ des\ trois\ canaux = 10^{-5}\ t^{2{,}939} - 1{,}5$$

(longueur en mm, t en jours de fécondation).

Cette forme de relation est indispensable puisque les canaux semi-circulaires ne se déterminent qu'entre le 30° et le 31° jour (de fécondation), c'est-à-dire chez l'embryon de 6,3 mm environ. Autrement dit cette courbe ne peut partir de l'origine.

* *

(1) 1958. - G. OLIVIER et H. PINEAU. - «Détermination de l'âge du foetus et de l'embryon». - La semaine des Hopitaux, (Arch., d'Anat.). Cette formule est tirée d'une formule équivalente qui figure p. 23.

(2) 1961. - G. OLIVIER et H. PINEAU. - «Les lois de croissance postnatale». C. R. A. S. 252, p. 1842.

(3) 1960. - CH. EYRIES, B. PERLES et H. PINEAU. - «Développement de l'oreille interne humaine du 26° au 70° jour de la vie embryonnaire». AN. d'Oto. Laryng., 77, p. 912.

4° - *DEVELOPPEMENTS EN SERIES*

En 1904, dans une courte note, Henry et Bastien (1) étudient la croissance du poids et de la taille (de l'homme) à partir de données empruntées à Quételet.

Les courbes de croissance pondérale sont représentées par les auteurs sous la forme d'arcs d'hyperboles valables : 1° pour le foetus ; 2° de zéro à 2 ans ; 3° de 2 à 19 ans.

«La loi de croissance en taille est également très bien représentée par quatre hyperboles à concavités tournées, la première vers l'axe des tailles, les trois autres vers l'axe des temps. Les équations de ces courbes sont :

1° - de 0 à 3 mois de gestation : $2y^2 - y(135 - 18x) + 80x^2 = 0$

2° - de 3 mois de gestation à 2 ans d'âge :

$$608x^2 - 80xy + y^2 + 4800x - 110y + 3000 = 0$$

3° - de 2 ans à 18 ans : $0{,}16x^2 - xy - 7{,}8x + 120y - 78 = 0$ (2).

Les points où se raccordent les hyperboles du poids ou de la taille sont des *âges remarquables,* auxquels la loi de croissance tout en étant représentée toujours par la même fonction mathématique, change d'allure. Ces âges sont différents pour la taille et pour le poids. Les anciens physiologistes avaient entrevu plus ou moins vaguement deux de ces âges remarquables : la durée de la gestation et celle de la «période d'accroissement» ; ils considéraient ces âges comme des fractions constantes de la durée de la vie pour une espèce déterminée».

A côté de ces considérations où les mathématiques côtoient la biologie, on relèvera (p. 813) les premières remarques concernant la notion de vitesse de croissance :

«Si l'on désigne par P le poids, T la taille, le rapport $\frac{dP}{dT}$ peut être considéré comme le rapport des vitesses d'accroissement en poids et en taille au bout d'un temps dt ; ..... Le rapport $\frac{dT}{dt}$ diminue avec l'âge plus vite que le rapport $\frac{dP}{dt}$».

(1) 1904. - C. HENRY et L. BASTIEN. - «Sur la croissance de l'homme et sur la croissance des êtres vivants en général». C. R. A. S., T. 139, pp. 811-814.

(2). - Les quatrièmes arcs d'hyperboles, tant pour le poids que pour la stature, n'ont pas été retenus ici car ils relèvent du domaine de la sénescence.

Ces équations, assez peu maniables, valent en définitive surtout par les observations que leurs auteurs ont formulées.

En plus de ces fonctions implicites, vont se développer toute une série de formules empiriques plus ou moins approchées ; elles n'ont d'autre souci qu'une traduction analytique simplifiée de la courbe de croissance.

En 1906, Roberts (1), étudiant la croissance pondérale du foetus humain propose : $P = T^3$ (P en grammes, T en jours comptés depuis l'origine).

En 1908, Tuttle (2) introduisit des coefficients simples : $P = 50\ (T - 2)^2$ (P en grammes et T en mois).

En 1909, Jackson (3) donne la formule : $P = \left(\frac{T}{37}\right)^4$ (P en grammes et T en jours).

Un peu plus tard, Donaldson, Dunn et Watson expriment la croissance pondérale du rat blanc sous la forme d'un développement en séries :

$P = a + bT + cT^2$ (T en jours, et tel que $10 < T < 80$).

En 1923, Arey (4) assimile la courbe de croissance de l'embryon humain à un segment de droite : *Age = 0,3 Taille v.c. + 1 cm* (Age en mois lunaires, taille vertex-coccyx en centimètres)
et de même pour le foetus : *Age = 0,2 Taille debout.*

Dans le très important ouvrage de Scammon et Calkins sur le développement et la croissance du foetus humain, on relèvera la formule reliant pendant cette période l'Age et la stature : (5).

(1) 1906. - R. C. ROBERTS. - « On the uniform lineal growth of the human fetus ». Lancet, 130, p. 295.

(2) 1908. - L. TUTTLE. - « The relation between weight and age in the fetus ». J. Am. Med. Assn, 51, p. 919-920.

(3) 1909. - C. M. JACKSON. - « On the prenatal growth of the human body and the relative growth of the various organs and parts ». Am. J. Anat., 9, P. 119-165.

(4) 1923. - L. B. AREY. - « Formulae for calculating the age and size of human embryos ». (résumé). ANat. Record., 25, p. 117.

(5) 1929. - R. E. SCAMMON. L. A. CALKINS. - « The development and growth of the external dimensions of the human body in the fetal period ». p. 49 (graphique p. 51).

$$T = 2,3 + \frac{2,5L}{28} + \frac{L^2}{784} = \left(\frac{L}{28} + 1,25\right)^2 + 0,74.$$

(où T = âge en mois lunaires et L = taille debout en cm.)

En 1923, Mumford et Young proposent la courbe de croissance pondérale suivante (1) :

$$W = 93,235443 - 19,595190\,A + 1,694150\,A^2 - 0,039464\,A^3$$

(où W est le poids en kg et A l'âge en années), valable entre 10 et 19 ans. Ces auteurs estiment qu'on peut approximer cette courbe par un segment de droite :

$W = 4,472\,A - 19,886$. (L'âge A étant compris entre 11 et 17 ans)

De la même façon, pour la taille ces auteurs donnent les équations suivantes :

$$T = 285,975415 - 41,030312\,A + 3,410002\,A - 0,082280\,A$$

(stature en cm et âge en années), variant entre 10 et 19 ans. Cette équation peut être approximée par le segment de droite:

$Stature = 5,341\,A + 79,364$ (l'âge variant entre 11 et 17 ans).

Il est possible de classer ces courbes en trois catégories d'après leurs formes (quatre si l'on y ajoute les segments de droite).

1° - Les courbes telles que $y = aT^2$, $y = bT^3$, $y = cT^4$, $y = a + bT + cT^2$, ainsi que la première courbe de Henry et Bastien.

Leur forme est indiquée à la fig. 4, partie 1.

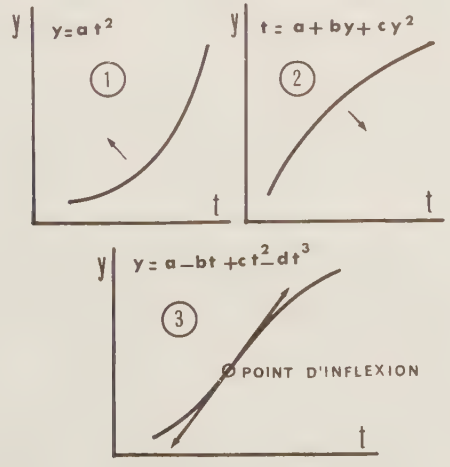


FIG. 4

(1) 1923. - A. A. MUMFORD et M. YOUNG. - op. cit., p. 120.

2° - Les courbes telles que : $T = a + by + cy^2$ ainsi que les deux autres courbes de Henry et Bastien. Leur forme est indiquée à la fig.4, partie 11.

3° - La courbe $y = a - bT + cT^2 - dT^3$, qui est utilisable autour du point d'inflexion (fig. 4 partie 111). Le graphique montre pourquoi il est possible d'approximer cette courbe par un segment de droite en restreignant bien entendu la variation utile.

* *

5° - *LA FONCTION LOGARITHMIQUE (COURBES DE CROISSANCE EN FONCTION DU LOGARITHME DU TEMPS).*

En 1913, Hatai utilise la fonction logarithmique sous une forme simple pour relier le poids d'un organe au poids total du corps (1). $y = aX + b.\ log.\ X + c$, et quelquefois : $Y = b.\ log.\ X + c$

Vers la même époque, Donaldson, Dunn et Watson proposent : $P = a\ log.\ T - bT - c$, pour représenter la croissance pondérale du rat blanc. (T en jours, tel que $80 < T < 365$ jours).

En 1909, Pearl utilisait une relation de la forme :

$$y = a + c.\ log.\ (x + \beta),$$

entre le poids y d'un organe et le poids x du corps. (2)

Ainsi se produit, là comme ailleurs, pour d'autres groupes de formules (allométrie, développement en séries) une substitution de la variable temps à l'un des caractères.

Mais ce sont principalement les travaux de E. W. Count en 1942-1943 qui ont justifié en quelque sorte l'intérêt des formules exprimant la croissance d'un caractère en fonction du logarithme du temps.

(1) 1913.. - S. HATAI. - «On the weights of the abdominal and the thorax viscera, the sex gland, ductless gland, and the eye balls of the albino Rat according to body weight.» - Amer. J. of Anat., 15, P. 87.

(2). - Toutes ces formules logarithmiques sont exposées dans l'ouvrage de E. FAURE-FREMIET : «La cinétique du développement» aux pages 231, 234 et 235.

Cet auteur part de l'idée fondamentale développée par Scammon et Calkins et qui est la suivante : «Le résultat le plus important de ce travail est l'établissement d'un nouveau principe, que généralement la croissance linéaire des différentes parties du corps s'effectue dans un rapport constant pendant la période feotale. Ceci semble à première vue contredire le fait bien connu que les proportions des différentes régions changent pendant cette période, les membres inférieurs devenant relativement plus grands et la tête relativement plus petite (1).

Count montre que si deux caractères se développent selon la loi : $y = a + c.\ log.\ t$, la relation entre ces deux caractères est linéaire, ce qui justifie bien les lois établies par Scammon et Calkins pendant la période foetale. Voici d'ailleurs la démonstration, très logique, de l'auteur (2) : «Si deux dimensions x et y présentent un rapport de croissance constant entre eux suivant la formule : $y = ax + c$, alors $\frac{dy}{dx} = a$, Quelles sont, cependant, les valeurs de $\frac{dy}{dt}$ et $\frac{dx}{dt}$?

J'ai déjà fait remarquer que problablement ou usuellement y et x sont reliés à t logarithmiquement. Soit :

$y = a + c\ log.\ t$ et $x = a' + c'\ log.\ t$. Alors :

$$\frac{dy}{dt} = \frac{0{,}4343\,c}{t} \quad \text{et} \quad \frac{dx}{dt} = \frac{0{,}4343\,c'}{t} \quad \text{et}$$

$$\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{dy}{dx} = \frac{c}{c'}$$, qui est une constante.

Ceci expliquerait que les lois de Scammon et Calkins sont correctes. » (3)

Mais l'auteur exprime une certaine réserve quant à l'usage de cette formule pour la période postnatale :

«Les données empiriques sont contre cela. Une courbe du type $y = c\ log.\ t$ est trop abrupte. Il est nécessaire, en définitive, d'introduire un terme moyen et nous avons : $y = a + bt + c\ log.\ t$ ».

Count montre que, dans ces conditions, le rapport

$$\frac{dy}{dx} = \frac{b\ t + 0{,}4343\ c}{b't + 0{,}4343\ c'}$$

(1). - R. E. SCAMMON et L. A. CALKINS. - op. cit. Préface

(2) 1943. - E. W. COUNT. - «Growth patterns of the human physique : an approach to kinetic anthropometry». Part. 1, Hum. Biol., p. 3.

(3) a, c, a', c', sont des constantes. Nous expliquerons ces formules au § discussion.

entre deux caractères y et x ne saurait être constant. Par suite, la relation entre les deux dimensions n'est pas linéaire.

Ainsi, le principe de linéarité n'étant plus valable pour la croissance postnatale, la croissance d'un caractère peut être mise sous la forme $y = a + bt + c \log. t$.

L'auteur ajuste cette courbe aux données de Wu et Soong (1) et obtient :

1° - Pour la croissance staturale des garçons chinois :

$$y = 492{,}71 + 2{,}26\ (t + 1) + 682{,}4 \log\ (t + 1)$$

(y en mm, t en années, tel que $-0{,}75 < t < 6$ ans)

et $y = 191{,}815 + 3{,}39\ (t + 1) + 1023{,}6 \log\ (t + 1)$

(y en mm, t en années, tel que $6 < t < 11$ ans).

2° - Pour la croissance staturale des filles chinoises :

$$y = 483.7 + 9\ (t + 1) + 625 \log\ (t + 1).$$

(y en mm et t en années, tel que $-0{,}75 < t < 6{,}4$ ans).

et $y = 309{,}54 + 11{,}71\ (t + 1) + 813{,}2125 \log\ (t + 1)$

(y en mm et t en années, tel que $6{,}4 < t < 11$ ans).

En 1942, Count avait déjà utilisé ce type de relation pour exprimer la croissance de certaines parties du crâne. Envisageant une courbe de croissance moyenne y_M il l'encadre par deux autres courbes « parallèles » situées à $\pm\ 1\ \sigma$ de la courbe moyenne, soit $y_{M+\sigma}$ et $y_{M-\sigma}$ montrant ainsi qu'il se produit une véritable dispersion en éventail

Dans cette étude très particulière, les équations sont de la forme: $y = \pm\ a \pm bt + c \log. t$. Cependant pour la croissance de la stature on doit retenir comme type de relation : $y = a + bt + c \log. t$.

La forme de ces courbes est indiquée à la fig. 5.

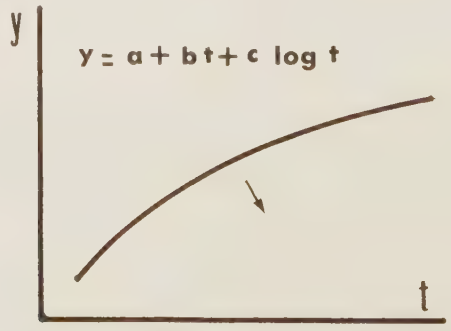


FIG. 5

(1) 1941. - C. H. WU et S. C. SOONG. - « The growth rate of chinese ». Amer. Journ. Phys. Anthrop. 28, pp. 357-373.

Un grand nombre de travaux sur la croissance cite et commente ce type de courbe (Israelsohn, Tanner, etc.).

*

Nous dirons un mot des fonctions de croissance proposées en 1934 par Backman. Ces courbes ont pour équation :

$$Log.\ vitesse = a + b\ log.\ t - c\ log.^2\ t$$

Elles ajustent la *vitesse* de croissance, mais non la croissance elle-même (voir Tanner (1), Martin-Saller (2) et Krogman (3),).

Ce sont des courbes «en cloche», ayant comme la courbe de Gauss un maximum - mais de part et d'autre de ce maximum, les deux points d'inflexion sont disposés de façon non symétrique.

D'Arcy Thompson (4) la propose comme courbe en S. Effectivement si l'on pose : $log.\ y = a + b\ log.\ t - c\ log.^2\ t$, et si $\frac{b}{2c} > log.\ t$, la dérivée y' est positive et la portion de courbe issue de l'origine et passant par le premier point d'inflexion, jusqu'au maximum de la courbe, offre bien l'aspect d'une courbe en S.

Il est possible de mettre cette dernière équation sous la forme :

$$y = k\ e^{b\ log.\ t - c\ log.^2 t} = k\ t^{b - c\ log.\ t}$$

Pour une plus grande documentation relative à ce sujet, on pourra consulter une publication de E. W. Count (5).

6° - *LA FONCTION EXPONENTIELLE*

En 1913, Slator (6) étudie la croissance des cellules, plus précisément la multiplication des *cellules libres*. Ces expériences sur les cellules de levure de bière sont rapportées par E. Fauré-Frémiet (7).

(1) J. M. TANNER. - op. cit. p. 8

(2) 1959. - R. MARTIN and K. SALLER. - «Lehrbuch der Antropologie», p. 863.

(3) W. M. KROGMAN. - «Growth of Man», p. 341 : l'auteur donne la référence de BACKMAN (1934, p. 21), les graphiques et les formules pour les différentes périodes.

(4) D'ARCY THOMPSON. - op. cit. p. 157 et renvoi * p. 161 et 162

(5) 1957. - E. W. COUNT. - «Annals of the New York Academy of Sciences» P. 1000, 1071 et 1072, (Voir système de von BONIN p. 1003).

(6) 1913. - SLATOR. - «The rate of fermentation by brewing yeart cells» Biochem. J. 7, p. 197.

(7) 1925. - E. FAURE-FREMIET. - op. cit. , p. 268-269.

« Soit un milieu supposé illimité, ensemencé de N cellules de Levure. Si l'on nomme n le nombre total de cellules existant au temps t, et provenant de la multiplication des N cellules primitives, le taux de croissance sera exprimé par : $\frac{dn}{dt} = K(N + n)$

K est la constante de croissance qui dépend évidemment de la température et de la valeur nutritive du milieu.

En intégrant ; $n = N(e^{Kt} - 1)$

On retrouve ce type de formule dans un certain nombre de travaux Ainsi en 1920, Fauré-Frémiet, et All.(1) étudiant la croissance pondérale du tissu épithélial : (x), à partir de mesures de surface effectuées sur des coupes de poumons foetaux, arrivent à la formule : $log.\ x = at + b$, qui peut se mettre sous la forme : $x = e^{at+b} = ke^{at}$

Vers la même période en 1919, Blackman (2) montre qu'une relation du type : $y = ke^{at}$ *peut* rendre compte du début de la croissance.

En 1955 J. Hrachovec (3) insiste sur le fait que le début de la croissance pourrait bien être une fonction exponentielle du temps. A ce sujet nous pouvons citer le passage suivant :

« A toute époque il y a eu des publications exposant des observations nouvelles, dont l'importance n'a pas toujours été remarquée. Jackson (1909) a étudié la croissance prénatale du corps humain : se basant sur les données biométriques à partir de 43 embryons et foetus humains d'âges différents, il a calculé que, dans la premiére quinzaine de jours du premier mois après la fécondation, l'oeuf humain augmente 200 fois en masse alors que dans sa 2ème quinzaine il n'augmente que 50 fois ; donc au total, il augmente sa masse 10.000 fois dans le 1er mois. Mais dans le 2ème mois, il ne l'augmente plus que 74 fois, dans le 3ème mois 11 fois seulement, et dans les mois suivants : 1,75 fois, 0,82 fois, 0,67 fois, 0,50 fois, 0,47 fois, et 0,45 fois. ... »

« Si l'on représente graphiquement, en fonction du temps, la croissance pondérale de l'embryon humain (ou de n'importe quel embryon de vertébré), la courbe obtenue donne l'apparence d'une croissance en

(1) 1920. - E. FAURE-FREMIET, DRAGOIN et DU VIVIER de STREEL. - « La différenciation histochimique de l'épithélium pulmonaire foetal du mouton » C.R.A.S. t, 171 p. 368.

(2) 1919. - H. BLACKMAN. - « The compound interest law and plant growth ». Ann. Botany, 33, pp. 353-360.

(3) 1955. - J.HRACHOVEC. - « Ralentissement progressif de la croissance de l'animal et différenciation chimique des tissus au cours de la vie ». Thèse Paris p. 2-3.

progression géométrique où le poids P serait une fonction exponentielle du temps : $P = p.e^{kt}$ (p étant le poids à l'origine, k une constante) ; mais s'il en était ainsi, le logarithme du poids devrait être une fonction linéaire du temps. En réalité il ne l'est que tout à fait au début de la croissance et ceci encore d'une manière très approximative. Il ne saurait en être autrement, parce que le taux de croissance $(\frac{1}{p}.\frac{dp}{dt})$ d'une croissance en progression géométrique est constant et indépendant du temps, alors que le taux de croissance d'une croissance réelle diminue rapidement dès le début, comme Jackson l'a déjà montré».

La forme des courbes $y = a.e^{kt}$ est indiquée à la fig.6.

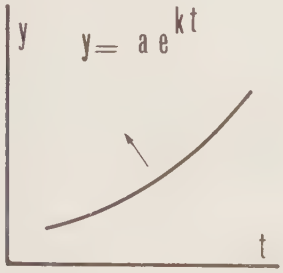


FIG.6. COURBE EXPONENTIELLE.

Cette courbe qui présente continuellement sa courbure vers l'axe des y ne saurait se maintenir ainsi d'une façon permanente au cours du temps, puisque la croissance est essentiellement un phénomène mesuré, c'est-à-dire limité.

Cependant, une telle disposition se retrouve dans les courbes de croissance humaine assez loin de l'origine.

Ainsi, Sung-Ken Quo (1) découpant la croissance postnatale pondérale des Formosans, utilise en 4° cycle la relation :

$$y = A\,e^{bx} = e^{a+bx} \text{ (en posant } e^{a} = A)$$

Dans la période de croissance comprise entre 5 ans et 13 ans :

1° - Pour les garçons :

(1) 1953. - SUNG-KEN-QUO. - op. cit. p. 346 et 347.

$$y = e^{2,34034 + 0,08135x} = 10,3851\, e^{0,08135x}$$

2° - Pour les filles :

$$y = e^{2,24202 + 0,09146x} = 9,4126\, e^{0,09146x}$$

(y = poids du corps en kg et x = âge en années).

A côté de ces courbes de croissance, mentionnons une formule exprimant le rapport du poids à la taille sous la forme d'une fonction exponentielle du temps.

En 1925, Lambolez (1) écrit : $\frac{P}{I} = \frac{P_o}{I_o}\, e^{\lambda t}$

où P est le poids en gr., I la taille en cm des enfants, P_o et I_o étant les valeurs moyennes à la naissance. Cette formule est donnée comme étant valable entre 2 et 24 mois. Les valeurs de λ ne sont pas stables mais fonction du temps :

$\lambda = 0,075$ environ entre 2 et 9 mois, puis décroit ensuite pour arriver à la valeur $0,034$ au 24° mois.

* *

7° - *INVERSE D'EXPONENTIELLE*

(Fonction Monomoléculaire ou Catalytique, Courbe de JENSS et BAYLEY.

Si l'on s'en réfère à G. Teissier (2), on doit à Pütter, en 1920 (3) une théorie de la croissance mais qui manque en bien des points de la rigueur voulue. C'est la raison pour laquelle G. Teissier analyse les travaux de Bertalanffy (qui en 1932 (4) reprend ce même problème) en ces termes :

« Dans un organisme en croissance l'assimilation l'emporte sur la désassimilation, l'anabolisme a sur le catabolisme c, de sorte que

(1) 1925. - R. LAMBOLEZ. - « La loi de croissance chez l'enfant ». Soc. Biol. de Nancy, p. 39-41

(2). - G. TEISSIER. - op. cit. p. 8.

(3) 1920. - A. PUTTER. - Arch. ges. Physiol. 180, p. 298.

(4) 1934. - L. VON BERTALANFFY. - Arch. Entro. Mech. Org. 131, p. 613.

que l'on peut écrire, α et γ étant des constantes :

$$\frac{dx}{dt} = \alpha . a - \gamma . c$$

a et c variant avec la taille, Bertalanffy suppose que a est proportionnel à la surface, c'est-à-dire à la puissance 2/3 du poids et que c est proportionnel au poids. On peut alors écrire, en posant $x = l^3$ et en changeant la désignation des constantes pour simplifier l'écriture :

$$\frac{dl}{dt} = K - \mu l$$

qui représente l'arc asymptotique d'une exponentielle. Pütter a montré que cette équation s'appliquait assez bien à la description de la croissance de divers Poissons ».

Effectivement en intégrant l'équation différentielle proposée on aboutit à une relation de la forme $l = A - Be^{-\mu t}$

Déjà, en 1926. Brody avait exprimé la croissance pondérale d'un animal de la fonction : $W = A - Be^{-kt}$ (1).

La forme de la courbe. $y = a - be^{-kt}$ est indiquée à la fig. 7

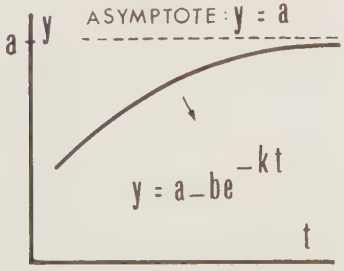


FIG. 7 FONCTION MONOMOLECULAIRE

C'est une courbe qui admet une asymptote supérieure horizontale : $y = a$, pour t suffisamment élevé.

Cette formule à connu un certain succès. Quelques auteurs

(1) 1926. - S. BRODY, A. G. HOGAN, H. L. KEMPSTER, A. C. RAGSDALE et E. A. TROWBRIDGE. - « Growth and development, with special reference to domestic animals. I. Quantitative data .1. weight growth and linear growth. » Univ. Missouri Agricult. exp. Sta, res. Bull. 96, p. 8.

(Medawar, 1945 (1) l'appelle «Monomoléculaire». D'autres lui donnent le nom de «Catalytique». Quo par exemple qui emploie cette formule pour représenter deux cycles de la croissance humaine. (2)

En particulier pour le 2° cycle valable de 9 mois (après la naissance) à 5 ans :

1° - Pour les garçons :

$$y = 21,5 - e^{2,7390 - 0,1913x} = 21,5 - 15,4722\,e^{-0,1913x}$$

2° - Pour les filles :

$$y = 20,5 - e^{2,6873 - 0,1958x} = 20,5 - 14,6928\,e^{-0,1958x}$$

(y = poids du corps en kg , x = âge en années).

*

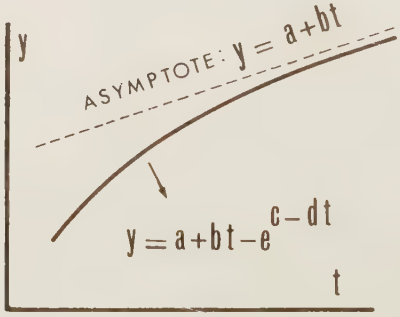
De la même façon que Count avait introduit un terme moyen dans la relation logarithmique, en 1937 Jenss et Bayley (3) apportent à la fonction monomoléculaire un terme correctif.

En effet la fonction de croissance est représentée, pour ces auteurs, par la formule :

$$y = a + b.\ t - e^{c - dt} = a + b.\ t - k\ e^{-dt}$$

(a, b, c, k sont des constantes positives ; $e^{c} = k$)

La forme de cette courbe est indiquée à la fig. 8. Par suite de



FIG·8 . COURBE DE JENSS ET BAYLEY .

(1). - P. B, MEDAWAR. - «Size, shape and age», tabl. 1 p. 160
(2) 1953 . - S. K. QUO. - op. cit. p. 346.
(3) 1937. - Rachel M. JENSS et Nancy BAYLEY. «A mathematical method for studying the growth of a child.» Hum. Biol. 9, pp. 556-563.

l'introduction du terme correctif, l'asymptote n'est plus horizontale comme dans la fonction monomoléculaire mais elle est remplacée par la droite $y = a + b.\ t$ plus ou moins inclinée suivant la valeur du coefficient correctif b. (on dit aussi : asymptote oblique).

Jenss et Bayley utilisent les données d'une étude longitudinale et appliquent cette formule à la croissance du poids et de la taille des enfants, valable dans l'intervalle du temps compris entre le 3° er le 60° mois de la vie postnatale.

Voici les résultats obtenus par ces auteurs :

1° - Croissance staturale

a) Des garçons :

$$y = 79{,}434 + 0{,}615\ x - e^{3{,}192 - 0{,}108\ x}$$

b) Des filles :

$$y = 80{,}962 + 0{,}471\ x - e^{3{,}223 - 0{,}0689\ x}$$

2° - Croissance pondérale :

a) Des garçons :

$$y = 9{,}564 + 0{,}175\ x - e^{2{,}500 - 0{,}345\ x}$$

b) Des filles

$$y = 10{,}415 + 0{,}124\ x - e^{1{,}987 - 0{,}0859\ x}$$

(taille en cm, poids en kg et x en mois).

* *

8° - *EXPONENTIELLE D'INVERSE*

En 1941, le Docteur Edith Boyd (1) ajuste les données de la croissance staturale relative à la période prénatale chez l'homme au moyen de la formule :

$$Length^{cm} = 107{,}3\ e^{-\frac{208{,}2}{T}}$$

(1) 1941. - Edith BOYD. - « Outine of Physical growth and development. » Burgess Publishing Co, 1941, Minneapolis, 43 p.

(où T est la valeur du temps compté en jours à partir des dernières règles)

La courbe $y = a.\ e^{-\frac{b}{t}}$ est une courbe en S, dont la forme est indiquée à la fig. 9. Elle admet une asymptote supérieure horizontale. En

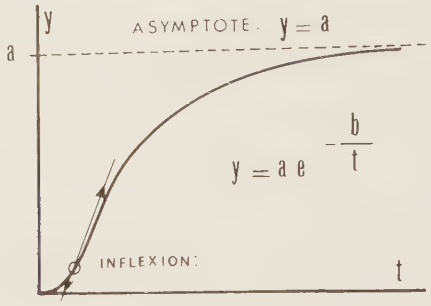


FIG. 9. EXPONENTIELLE D'INVERSE

exprimant le temps comme fonction de la mesure y, on obtient une équation équivalente :

$$t = \frac{A}{B - \log y} \quad (A \text{ et } B \text{ étant des constantes}).$$

Nous n'avons pas pu trouver l'origine véritable de cette loi de croissance. On sait que les exponentielles d'inverse, de ce type, peuvent présenter l'allure de nombreux phénomènes. De même que les deux autres courbes en S (courbe de Gompertz et logistique) cette courbe peut rendre compte de la prolifération des colonies microbiennes en fonction du temps. Elle peut représenter aussi la croissance de la population humaine (nombre des habitants) en fonction du temps.

Cette fonction est restée assez peu utilisée dans le domaine de la croissance.

En dehors de ce domaine, on peut trouver, dans les tables numériques de Marcel Boll, le graphique et un tableau des valeurs de cette fonction. (1)

Cet auteur souligne d'ailleurs que par un changement de variables, il est possible de transformer la formule de Van der Waals (1881) et de la mettre sous cette forme.

(1). - M. BOLL. - « Table numériques universelles » Dunod ed. p. 453-454 et 492.

Dans le domaine de la croissance, cette fonction (avec sa référence) figure dans le livre d'anatomie : Morris' Human Anatomy (1). On la retrouve également dans le livre d'embryologie de Patten (2).

En 1953, P. Jöhr s'inspire de ce type d'équation dans l'étude de la croissance de la tête. Mais l'auteur n'emploie que la partie de la courbe située entre le point d'inflexion et l'asymptote supérieure horizontale (3)

On retrouve également cette particularité dans un travail de Lichtenberg. Cet auteur représente la croissance du cerveau au moyen de deux arcs de courbe; le premier : de la naissance à sept mois ; le second au-delà. Le type d'équation utilisé est une exponentielle d'inverse (4).

* *

Nous allons terminer ici cette classification des lois de croissance, bien qu'il existe d'autres formules mais, parce qu'elles sont :
- ou d'un maniement trop complexe de l'aveu même de leurs auteurs
- ou trop empiriques et d'une élaboration difficilement acceptables
- ou parce qu'elles n'ont pas encore été appliquées à la croissance humaine.

Dans cette dernière catégorie cependant, nous ferons une exception pour la courbe exponentielle du 3° ordre décrite par Hrachovec (5).

(1) 1942 . - MORRIS' Human Anatomy, Edition collective réalisée par 13 auteurs. au Chapitre 1er, R. E. SCAMMON utilise cette formule,.p. 31.

(2) 1946. B. M. PATTEN. - « Human Embryology », p. 189. Dans ces deux dernières ouvrages, la boucle du *e* est effacée, et typographiquement remplacé par ϵ (epsilon) ; mais c'est un *e* que l'on doit lire.

(3) 1953. - P. JOHR. - « Valeurs moyennes et limites normales en fonction de l'âge, de quelques mesures de la tête et de la région orbitaire ». journ. de Génét. hum. - Vol. 2 - pp. 247 - 282.

L'auteur utilise la formule $y = K\, a^{-\frac{1}{x+d}}$

(4) 1960. - R. LICHTENBERG. - « Radiographie du crâne de 226 enfants normaux de la naissance à 8 ans. Impressions digitiformes, capacité, angles et indices » - Thèse Médecine - Paris n° 8180.

L'auteur utilise la formule $y = K.\, 10^{-\frac{A}{x+d}}$

(5). - 1955 - '. HRACHOVEC. - op. cit. p. 5, 10 et 11.

$$p = P.\ K.\ E^{-e^{(e^{a - b\frac{t}{-}} e)}}$$

(p est le poids de l'animal au temps t , t l'âge en jours compté à partir de la conception, K, a, et k des constantes).

L'auteur applique cette formule à la croissance pondérale *totale* du lapin, depuis le développement embryonnaire jusqu'à l'âge « adulte ».

Cette formule est en quelque sorte « le prolongement » de la courbe de Gompertz. Résumons très brièvement le procédé utilisé par l'auteur pour aboutir à cette équation :

On calcule

$$log\ (log\ P - log\ p)\ ,$$

pour chaque valeur expérimentale de p. On associe la valeur correspondante t. Il est possible de reporter ce couple de valeurs dans un système de coordonnées. Si les points sont alignés, on écrit l'équation de la droite ainsi obtenue : $log\ (log\ P - log\ p) = a - k\,t$.

Cette équation est équivalente à la formule de Gompertz.

Si la relation précédente ne vérifie pas l'équation d'une droite, c'est-à-dire si les points obtenus offrent une certaine courbure, on continue le processus initial.

On calcule :

$$log\left[log\ (log\ P.\ K - log\ p) + e\right]$$

pour chaque valeur de p. On associe la valeur correspondante t. Dans un système de coordonnées rectangulaires, on porte les couples de valeurs ainsi définies. Si les points sont alignés, ils vérifient l'équation d'une droite :

$$log\left[log\ (log\ P.\ K - log\ p) + e\right] = a - k.\ t$$

Cette équation est bien équivalente à la fonction proposée par l'auteur.

§ II - DISCUSSION

L'historique des lois de croissance va nous permettre de formuler de très nombreuses remarques et quelques commentaires.

L'aspect bibliographique ne sera pas abordé ici puisque nous n'avons fourni que des références.

Lorsqu'il s'agit d'études critiques, les dates ne sont mentionnées en principe qu'une seule fois. De la sorte il reste environ 70 dates qui s'échelonnent de 1825 à nos jours. Si nous enlevons les quatre travaux les plus anciens (de 1825 à 1847), les lois de croissance ne remontent plus qu'en 1892 : elles sont par conséquent relativement récentes.

On s'est souvent posé la question de savoir si, en général, une formule dépendait des travaux d'un seul. Dans le cas très particulier de la croissance il paraît difficile de l'admettre. Ainsi, la logistique a été redécouverte plusieurs fois et au moyen de sources différentes : par l'intermédiaire de la démographie avec Verhulst et Pearl, tandis que Robertson s'est inspiré en Allemagne des travaux de Loeb.

Une autre remarque réside dans la nature des formules employées, On doit constater qu'elles sont peu nombreuses, compte tenu de ce que possède l'arsenal mathématique. En définitive, les lois de croissance font appel aux exponentielles ou à leur «réciproque» : les logarithmes, ainsi qu'aux puissances.

L'ensemble des lois quantitatives retenues a été classé au chapitre précédent en neuf groupes. C'est un point de vue commode, mais nous allons montrer que d'autres classifications sont capables de faire apparaitre des propriétés particulières et à première vue difficilement concevables.

C'est dans cet esprit que nous allons aborder un aspect formel du problème des courbes de croissance : l'étude de ces courbes en fonction de leur courbure.

1° - *ETUDE SOMMAIRE DES COURBES DE CROISSANCE : LEUR FORME EST CONDITIONNEE PAR, LE SIGNE DE L'ACCELERATION.*

Un rapide coup d'oeil sur la vue d'ensemble des figures représentatives des courbes de croissance (fig. 1 à 9) montre immédiatement une autre classification *a posteriori* qui nous paraît beaucoup plus rationnelle que la classification plus ou moins chronologique des *Familles de Lois,* par laquelle nous avons été obligés de commencer.

Il est possible, en effet, de grouper les courbes de croissance en deux grandes catégories :

- *les courbes à une seule courbure* (tabl. I)
- *Les courbes en S à deux courbures* (tabl. II)

Le sens de la courbure joue un rôle important dans l'histoire des lois de croissance, en dépit du fait que certaines courbes en S n'ont été utilisées que dans une seule partie de leur courbure, ou au contraire que deux courbes à courbures opposées, adroitement ajustées, peuvent toujours offrir l'aspect d'une courbe en S.

De quel facteur relève le sens de la courbure des courbes de croissance ?

Les fonctions proposées sont essentiellement *positives* et de plus toujours *croissantes* (ou, tout au moins, jamais décroissantes). Cette dernière hypothèse implique le fait que la dérivée première, ou vitesse de croissance, soit constamment positive (ou encore jamais négative).

$$y' = \frac{dy}{dt} = \text{ vitesse, toujours positive}$$

La dérivée seconde, ou accélération (ou encore : fluctuation de la vitesse de croissance), peut posséder au contraire un signe variable. Or, on sait en mathématique que le sens de la courbure (c'est à dire : la concavité de la courbe) est déterminé par le signe de la dérivée seconde :

$$y'' = \frac{d^2y}{dt^2} = \text{accélération (positive ou négative)}$$

Dans le cas des courbes de croissance, on peut affirmer que :

- *Si l'accélération est positive :* la courbe offre une courbure dont la concavité est tournée vers l'axe des y (positifs).

- *Si l'accélération est négative :* la courbe offre une courbure dont la concavité est tournée vers l'axe des temps.(c'est-à-dire vers l'axe des x, du côté des x positifs).

- *Si l'accélération est constamment nulle :* la courbe est un segment de droite qui ne possède pas davantage de courbure d'un côté que de l'autre.

- *Si l'accélération est passagèrement nulle :* (en passant par exemple des valeurs positives aux valeurs négatives) la courbe offre un point d'inflexion.

Nous allons examiner d'abord les courbes de croissance n'offrant qu'**une seule courbure**. (Dans tout ce qui va suivre les coefficients a, b, c. d, k sont des constantes positives).

a) **Courbe parabolique :** $y = a.\ t^{\alpha}$, avec $\alpha > 0$

$y' = a.\ \alpha\ .\ t^{\alpha - 1}$, toujours positive

$y'' = a.\ \alpha\ .\ (\alpha - 1).t^{\alpha - 2}$ $\begin{cases} \text{si } \alpha > 1 \text{ positive} \\ \text{si } \alpha < 1 \text{ négative} \end{cases}$

si $\alpha = 1$, $y'' = 0$ et la courbe est un segment de droite.

Le sens de la concavité est fonction de l'exposant α , ce qui confère à cette courbe une valeur tout à fait exceptionnelle parmi les courbes à une seule courbure.

b) **Courbe exponentielle :** $y = a.\ e^{k\,t}$

$y' = a.\ k.\ e^{k\,t}$ toujours positive

$y'' = a.\ k^{2}.e^{k\,t}$ toujours positive

c) **Courbe logarithmique :** $y = a + bt + c\ log.\ t$ (1)
(ou encore la forme simplifiée $y = a + c\ log.\ t$)

$y' = b + \frac{c}{t}$ toujours positive même lorsque $b = 0$

$y'' = -\frac{c}{t^2}$ toujours négative.

L'introduction du terme linéaire : $b\ t$ dans la relation simplifiée ne change pas la valeur de l'accélération, ce qui fait que le sens de la courbure n'est pas modifié.

d) **Courbe monomoléculaire :** $y = a - be^{-kt}$ (2)

Cette fonction n'existe que pour $y > 0$, soit encore $a > be^{-kt}$.
Pour les valeurs suffisamment élevées de t, le terme e^{-kt} est nul. La courbe est un arc d'exponentielle qui tend asymptotiquement vers l'horizontale $y = a$. Cette conception est intéressante dans l'histoire des lois de croissance car elle correspond en principe à une partie terminale de la courbe de croissance. Malheureusement, dans les courbes de croissance humaine cette possibilité n'a jamais été exploitée.

$y' = bke^{-kt}$ toujours positive.

$y'' = -bk^2e^{-kt}$ toujours négative.

e) **Courbe de Jenss et Bayley :** $y = a + bt - e^{c-dt}$ (2)

L'adjonction à la courbe monomoléculaire du terme intermédiaire $b\ t$ peut paraître assez paradoxal. En effet ce terme transforme l'asymptote horizontale $y = a$, précédemment obtenue, en une asymptote oblique $y = a + bt$, car pour les valeurs de t suffisamment élevées le terme e^{c-dt}

(1) En principe, tous nos logarithmes sont naturels ou Népériens, c'est-à-dire à base e, tels que $log.\ e = 1$, et il aurait fallu les écrire avec une lettre majuscule. Mais ici, cela ne peut prêter à confusion, et ne change en rien la valeur de notre texte. Toutefois, la dérivée de $log.\ x$, lorsqu'on adopte les logarithmes vulgaires ou décimaux, est égal à $0{,}4343/x$ et non plus à $1/x$. Lorsque nous adopterons le système à base 10 (tel que $log.\ 10 = 1$) nous l'indiquerons dans notre texte.

(2) Nous avons classé cette courbe, au § précédent, sous la rubrique : « inverse d'exponentielle ». Effectivement, le terme e^{-kt} est égal à $\frac{1}{e^{kt}}$ et cela correspond, en quelque sorte à une « inversion » du temps.

$y' = b + d.e^{c - dt}$, toujours positive.

$y'' = - d^2 . e^{c - dt}$, toujours négative.

Ici encore on peut observer que l'introduction du terme intermédiaire $b\ t$ ne modifie pas la valeur de l'accélération qui est la même que pour la fonction monomoléculaire.

f) **Développement en séries :**

Pour $y = a\ t$, on obtient $y' = a$ et $y'' = 0$ ce qui correspond bien à un segment de droite.

Pour $y = a\ t^n$, avec n entier égal à *2, 3* ou *4* on obtient :

$y' = n a t^{n-1}$ toujours positive.

$y'' = n\ (n - 1)\ a t^{n-2}$ toujours positive.

Si l'on envisage la relation $y = a + b\ t + c\ t^2$ qui est le commencement d'un véritable développement en séries (ici, un arc de parabole), on obtient :

$y' = b + 2\ c\ t$ toujours positive.

$y'' = 2\ c$ toujours positive.

La courbe $t = a + b\ y + c\ y^2$ (utilisée par Scammon et Calkins) est symétrique de la courbe précédente par rapport à la bissectrice du premier quadrant (y = x). C'est un arc de parabole qui tourne sa concavité vers l'axe des temps.

Les courbes de croissance ainsi décrites figurent au Tabl. 1.

Ce tableau indique : le nom des courbes de croissance à une courbure, leur équation, le signe de l'accélération qui conditionne la courbure de la courbe ou ce qui revient au même, le sens de la vitesse de croissance qui augmente lorsque l'accélération est positive ou au au contraire diminue lorsque l'accélération est négative.

Nous n'avons pas fait figurer au tabl. 1 le segment de droite représentatif de la fonction $y = a\ t$ qui peut d'ailleurs aussi bien appartenir aux courbes paraboliques ($\propto = 1$) qu'au développement en séries réduit à ce seul terme.

Nous allons examiner à présent les courbes de croissance en S

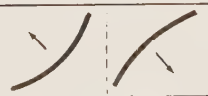
NOM	EQUATION	$\gamma = \frac{d^2y}{dt^2}$	VITESSE	FORME DE LA COURBE SENS DE LA COURBURE	AUTRE MODE D'EXPRESSION
Parabolique	$y = a\,t^{\alpha}$	$\alpha > 1$, +	↗		Allométrique $y = a \cdot x^{\alpha}$
		$\alpha < 1$, −	↘		Para"allométrique" $y = at^{\alpha}b$
Exponentielle	$y = a\,e^{kt}$	+	↗		$t = A \log y + b$
Logarithmique	$y = a + bt + c \log t$	−	↘		si $b = 0$ $y = C \log t + a$
Monomoléculaire	$y = a - be^{-kt}$	−	↘		"Catalytique" $y = a - e^{c-dt}$
Courbe de Jenss et Bayley	$y = a + bt - e^{c-dt}$	−	↘		Monomoléculaire si $b = 0$
(Courbes empiriques) Developpement en séries	$[y = at]$; $y = at^2$; $y = at^3$; $y = at^4$; $y = a + bt + ct^2$ etc...	+	↗		si $t = a + by + cy^2$ γ est −

TABLEAU I . COURBES DE CROISSANCE A UNE SEULE COURBURE .

(γ - Acceleration . Vitesse toujours + . A, B, a, b, c, d : Constantes +)

NOM	EQUATION	$\gamma = \frac{d^2y}{dt^2}$	VITESSE	FORME DE LA COURBE SENS DE LA COURBURE	AUTRE MODE D'EXPRESSION
Gompertz	$y = k e^{-e^{c-bt}}$	$t < \frac{c}{b}$. + $t > \frac{c}{b}$. −	↗ ↘	$y = k$ $y = \frac{k}{e}$	$y = k e^{-a e^{-bt}}$
Logistique	$y = \frac{a}{1 + e^{c-bt}}$	$t < \frac{c}{b}$. + $t > \frac{c}{b}$. −	↗ ↘	$y = a$ $y = \frac{a}{2}$	$t = \frac{1}{AK} \log \frac{X}{A-X} + C$
Exponentielle d'inverse	$y = a e^{-\frac{b}{t}}$	$t < \frac{b}{2}$. + $t > \frac{b}{2}$. −	↗ ↘	$y = a$ $y = \frac{a}{e^2}$	$t = \frac{A}{B - \log y}$
Cubique	$y = a - bt + ct^2 - dt^3$	$t < \frac{c}{3d}$. + $t > \frac{c}{3d}$. −	↗ ↘		

TABLEAU II . COURBES DE CROISSANCE EN S A DEUX COURBURES .

(γ = Acceleration . Vitesse toujours + . A, B, a, b, c, d, k, K = constantes +)

à **deux courbures opposées.** Elles figurent au tableau II.

a) **Courbe de Gompertz :** $y = k e^{-e^{c-bt}}$

Pour des raisons d'ordre pratique il est plus commode d'étudier l'équation de cette courbe mise sous cette forme.

A l'origine des temps ($t = 0$), y n'est pas nul puisque $y = k e^{-e^{c}}$ Mais c'est là une valeur qui, pratiquement, peut être très voisine de zéro.

Pour les valeurs de t suffisamment élevées, le terme e^{c-bt} tend vers des valeurs nulles et dans ces conditions, $y = k e^{0} = k$: c'est la limite supérieure correspondant à l'asymptote horizontale.

$y' = k b e^{c-bt}_{e} - e^{c-bt}$ toujours positive

$y'' = k b^2 . e^{c-bt}_{e} - e^{c-bt} (e^{c-bt} - 1)$ positive, négative ou nulle.

y'' s'annule pour $e^{c-bt} = 1$ soit $c - bt = 0$ d'où l'on tire la valeur du temps $t = \frac{c}{b}$ correspondant au point d'inflexion. Pour cette valeur très particulière de t, $y = k e^{-e^{0}} = k e^{-1} = \frac{k}{e} = \frac{k}{2,7183} = 0,368\ k$

Le point d'inflexion se situe donc un peu plus haut que le tiers de la hauteur totale de la courbe, qui ne peut dépasser k.

Avant le point d'inflexion, l'accélération est positive ; après ce point l'accélération devient négative. On en déduit immédiatement le sens des courbures.

b) **Logistique :** $y = \frac{a}{1 + e^{c - bt}}$

A l'origine des temps, soit $t = 0$, y n'est pas nul puisque $y = \frac{a}{1 + e^{c}}$ mais cette valeur peut être, en fait, très voisine de zéro.

Pour les valeurs de t suffisamment élevées, le terme e^{c-bt} tend vers zéro, et $y = a$. Comme pour la courbe précédente, on obtient ici la limite supérieure de la courbe ou encore son asymptote horizontale.

$$y' = \frac{a.b.e^{c-bt}}{\left(1+e^{c-bt}\right)2} \quad \text{toujours positive}$$

$$y'' = \frac{ab^2 e^{c-bt}\left(e^{c-bt}-1\right)}{\left(1+e^{c-bt}\right)^3} \quad \text{positive, négative ou nulle.}$$

L'accélération s'annule pour $e^{c-bt} = 1$, ou encore $c - bt = 0$. On en déduit la valeur du temps $t = \frac{c}{b}$ correspondant au point d'inflexion.

Pour cette valeur de t, $y = \frac{a}{2}$. Le point d'inflexion se situe à la moitié de la hauteur totale de la courbe.

c) **Exponentielle d'inverse :** $y = a e^{-\frac{b}{t}}$

La courbe part de l'origine car pour $t = 0$, y est nul.

Pour les valeurs de t suffisamment élevées $e^{-\frac{b}{t}}$ tend vers $e^0 = 1$ et par suite $y = a$: c'est la valeur limite donnant l'asymptote horizontale.

$$y' = \frac{ab}{t^2} e^{-\frac{b}{t}} \quad \text{toujours positive}$$

$$y'' = \frac{ab^2}{t^3} e^{-\frac{b}{t}} \left(\frac{b}{t} - 2\right) \text{positive, négative ou nulle.}$$

L'accélération s'annule pour $t = \frac{b}{2}$, ce qui donne le point d'inflexion. La valeur correspondante de y est :

$$y = a e^{-2} = \frac{a}{e^2} = \frac{a}{7{,}389} = 0{,}135\, a.$$

Le point d'inflexion est situé un peu plus bas que le septième environ de la hauteur totale de la courbe.

d) **Cubique :** $y = a - bt + ct^2 - dt^3$

Cette courbe se distingue très nettement des trois autres courbes en S car elle ne peut représenter qu'une portion de la croissance. Elle est utilisée en général au voisinage de son point d'inflexion. Elle ne possède pas d'asymptote.

$y' = -b + 2ct - 3dt^2$. Elle doit être toujours positive ce qui impose certaines conditions aux constantes (et à t)

$y'' = 2c - 6dt$, s'annule pour $t = \frac{c}{3d}$

Cette courbe ne peut évidemmènt représenter un cycle de croissance puisqu'elle ne possède pas d'asymptote la limitant supérieurement.

2° - *CRITIQUE DES LOIS DE CROISSANCE*

Quelle est la forme de la courbe de la croissance humaine ? Il y a lieu de préciser le sens de cette phrase en indiquant la nature du caractère retenu. Nous allons envisager le caractère métrique le plus global : *la stature.*

Si l'on ajoute à la courbe en S de la croissance prénatale, décrite par E. Boyd, une courbe longitudinale, par exemple celle obtenue à partir des données de Buffon, on obtient en définitive la courbe *totale* de la croissance de la stature pour un sujet. Elle offre l'aspect de deux courbes en S (fig. 10).

Cet ajustement est possible car la courbe de Boyd se termine à 51 cm en un point très voisin de celui où avec 51,3 cm débute la courbe de Buffon.

En fait, il manque le raccord entre l'origine et la partie inférieure de la courbe où la stature n'existe pas encore puisque l'embryon est enroulé. Mais pour l'instant cela est de peu d'importance.

Une première courbe en S part de l'origine et franchit la naissance apparemment sans rupture.

La puberté est une seconde naissance et le même processus en S survient à nouveau mais avec une amplitude comparativement restreinte.

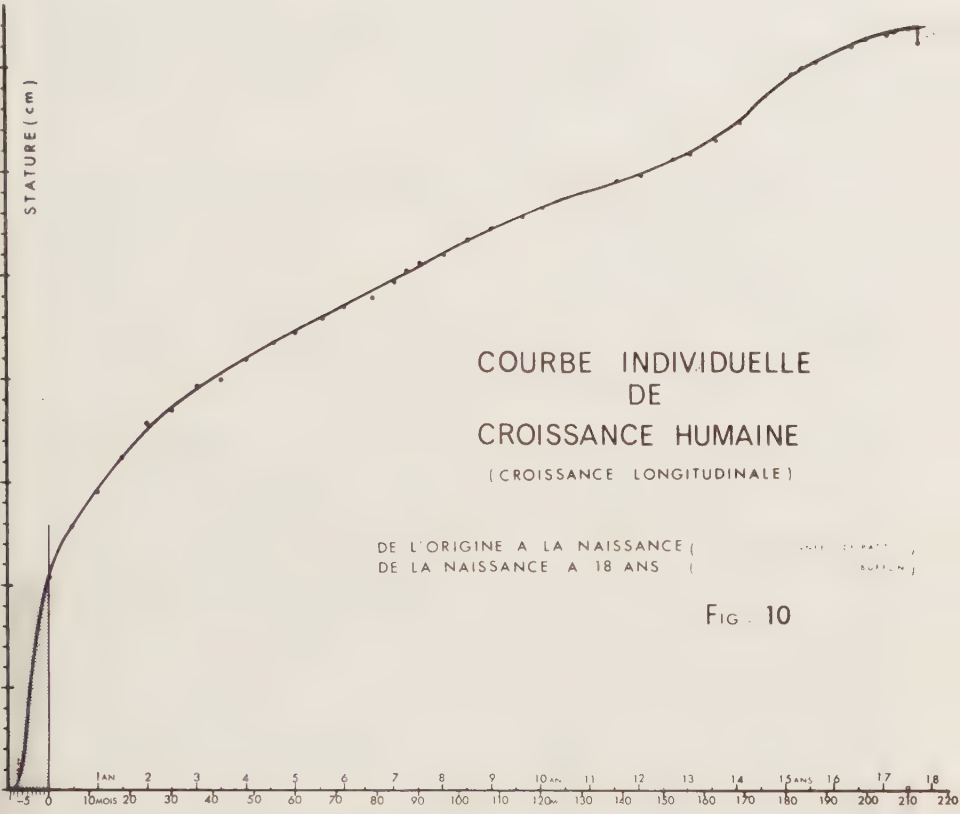


FIG. 10

EXEMPLE DE COURBE INDIVIDUELLE

Remarque : Dans la dernière partie de la courbe de croissance, la moyenne des courbes en S n'est pas représentative des courbes individuelles.

Il peut exister, en effet, à ce niveau, un déplacement important du point d'inflexion, d'un sujet à l'autre ; la moyenne tend à minimiser l'accroissement individuel véritable autour de ce point.

C'est la raison pour laquelle nous donnons ici une courbe individuelle, plus intéressante en définitive que les courbes moyennes qui résultent, elles, d'une étude transversale ou longitudinale.

En examinant cette courbe totale individuelle (fig. 10) on pourra choisir aux tableau I et II des courbes de croissance la fonction qui convient en raison du sens de sa courbure.

A partir du tabl. I , ce problème est toujours possible. Il suffit d'effectuer un découpage en série d'arcs plus ou moins étendus, selon leur aptitude à s'identifier, sur un intervalle de temps plus ou moins long avec la courbe observée.

La portion de courbe située avant le premier point d'inflexion correspond au développement embryonnaire. Le tabl. I nous offre trois fonctions :

- Les développements en séries. Beaucoup d'auteurs ont exprimé leur scepticisme sur l'emploi de telles fonctions. (1)

- Il reste donc la forme parabolique $y = a\,t^{\alpha}$ avec $\alpha > 1$, ou exponentielle $y = a\,e^{k\,t}$. Nous indiquerons ultérieurement un procédé permettant sans *a priori* de sélectionner l'équation la meilleure. On doit formuler ici une remarque importante : il est toujours possible d'ajuster une fonction préparée à l'avance, compte tenu du sens adéquat de la courbure Le problème se ramène à la recherche d'un intervalle d ajustement plus ou moins grand et plus ou moins valable. Mais il ne pourra fournir aucune garantie quant à la valeur et au sens biologique de la fonction retenue.

Au-delà du premier point d'inflexion se développe une portion de courbe d'une longueur considérable et conservant une courbure de même sens, ceci jusqu'au début de la période prépubertaire. Est-ce une raison pour l'englober par une même fonction choisie au tabl. I ? Deux objections sont valables :

Dans cette intervalle, la littérature scientifique fournit cinq fonctions possibles : la forme parabolique avec $\alpha > 1$. logarithmique, monomoléculaire, de Jenss et Bayley ou encore un développement en séries un peu particulier de la forme $t = a + by + cy^2$. Ce qui n'exclue nullement le fait qu'il n'existe pas d'autres fonctions. Toutes ces courbes ont été employées mais après découpage et ceci par ce qu'aucun des arcs envisagés n'est capable d'englober la totalité de la courbe réelle.

(1) En particulier P. B. MEDAWAR écrit en 1940 dans « The Growth, growth energy, and ageing of the chicken's heart, au sujet des développements en séries (p. 333) : « Une expression de cette sorte avec un nombre infini de termes est de peu d'intérêt pour le Biologiste » Même remarque formulée par E. FAURE-FREMIET dans « Cinétique du développement » p. 250.

On pourrait voir là un des aspects stériles d'un exercice d'analyse mathématique. En fait, la constatation que ce problème n'est pas réalisable, si l'on ne veut utiliser qu'une seule fonction, suggère que quelque chose peut se modifier au cours de la croissance, sans changer pour autant le sens de la courbure, ce qui rend impraticable l'ajustement par une seule fonction.

C'est là une deuxième objection principale L'historique des lois de croissance nous a montré que le découpage de cette portion de courbe n'est pas quelconque, et ceci grace à la présence des *points de rupture* dont le sens a été parfaitement souligné par Henry et Bastien.

Une statistique de la date d'apparition de ces points montre qu'ils se situent aux environs des dates suivantes. (toujours pour la stature) :

- Le 3° mois de la gestation ; 2 ans ; 5-6 ans ; 10-11 ans.

Le premier point et le dernier point constituent des évidences. En particulier le premier point, correspondant à cette portion de courbe de croissance, coïncide avec le premier point d'inflexion, et parait d'autant plus important que la courbure change de sens. Ce point se place effectivement à la limite de ce que nous appelons le développement embryonnaire et la croissance foetale.

Par contre on peut observer que, pour la stature, la naissance n'est pas une rupture . beaucoup de courbes l'englobe sans inconvénient soit en une même formule dont l'intervalle de temps valable se situe de de part et d'autre soit par une représentation graphique continue (1).

On peut se demander si certaines dates sont critique pour *l'ensemble* de la croissance des différentes parties du corps. Nous pensons que les extrémités de cette portion de courbe constituent des époques particulièrement critiques. Mais en dehors de ces dates, les autres points de rupture ne sont certainement pas communs à l'ensemble des courbes de croissance. La stature doit être envisagée comme un caratère composite. La croissance du membre inférieur n'évolue pas de façon parallèle à celle du tronc (P. Godin). C'est d'ailleurs la un point où l'analyse mathématique peut être utile, dans une certaine mesure.

Nous-mêmes avons montré que, si l'on admet un seul type de lois de croissance pour les segments du corps, cette croissance est hétérogène car les points de rupture ne surviennent pas aux mêmes mo-

(1) Voir par exemple D'ARCY THOMPSON, op. cit. p. 112, fig. 15.

ments (1). La croissance de la taille assis ne change de rythme que vers cinq ans, alors que celle des membres inférieurs à déjà changé vers deux ans. Cette constatation n'est pas surprenante lorsqu'on envisage la différence profonde qui existe, du point de vue anatomique, entre le tronc, cavité splanchnique plus ou moins lié au développement des organes qu'il renferme (2), et le membre inférieur où l'on est obligé de tenir compte de la présence des os longs.

Ainsi l'établissement et l'étude d'une loi de croissance valable pour la stature ne présume en rien l'établissement d'une loi générale de de croissance bien au contraire. Les développements particuliers de chaque segment donnent au total une résultante qui peut effacer, masquer ou exagerer les différences de croissance des composantes de la taille.

Nous n'envisagerons pas pour l'instant l'interprétationde la partie terminale de la courbe de croissance au moyen d'une courbe à une seule courbure. Cette question sera examinée en détail au chapitre suivant.

Nous allons examiner à présent les possibilités offertes par les courbes en S à deux courbures, présentées au tabl. II.

Evidemment, il est possible d'utiliser très partiellement ces courbes en ne retenant qu'une partie de leur tracé, correspondant à une courbure constante par exemple. Ces cas sont assez rares dans la littérature scientifique et nous ne pensons pas que réside là l'avenir des courbes en S.

Seule, la courbe E. Boyd rend compte de la première partie de la courbe de croissance. Cette courbe ne part pas de l'origine, puisque la stature n'existe pas encore, mais par contre elle peut dépasser de façon valable la naissance.

Cette courbe possède un point d'inflexion au temps

$$T = \frac{208,2}{2} = 104,1 \quad \text{jours},$$

(1) G. OLIVIER et H. PINEAU. - «Les lois de croissance postnatale» C. R. A.S. (note présentée par M. J. PIVETEAU) p. 1842.

(2) Sans effectuer aucun rapprochement, bien entendu, on doit remarquer qu'un résultat peu banal se produit pour des raisons fonctionnelles *futures* dans la croissance du pigeon (G. Teissier op. cit. p. 39-41). «En même temps que se font ces transformations préparatoires au vol, la plupart des viscères diminuent de poids.... Nous dirons qu'il s'agit là d'un phénomène *d'énantiométrie* ».

en moyenne et en âge menstruel (1). La valeur correspondante pour la stature est de 14,52 cm. La position du point d'inflexion correspond à la réalité des faits et sa valeur enlève tout espoir à un éventuel ajustement par les courbes de Gompertz ou de Verhulst, car pour ces deux courbes en S le point d'inflexion n'est pas assez éloigné de son asymptote supérieure, ou encore trop éloigné de l'origine (pour la valeur y), ainsi que l'indique le tabl. II. Certes, ce n'est pas là une démonstration, aussi nous reprendrons cette question tout autrement.

Quant à la cubique elle ne figure au tabl. II que pour mémoire.

Au contraire, la partie terminale de la courbe de croissance offre l'aspect d'une courbe en S et peut être facilement représentée par la courbe de Gompertz pour la stature (et par la logistique pour le poids). Loin de l'origine, un ajustement est souvent beaucoup plus facile.

En fait, on s'aperçoit qu'il existe deux sortes de courbes : les courbes *théoriques* et des courbes *empiriques*. Les premières reposent sur des bases rationnelles, solides, établies au moyen d'équations différentielles obtenues à partir de considérations biométriques. On pourrait se demander, dans ces conditions, les raisons qui justifient l'exisrence des courbes empiriques, La réponce paraît assez simple : les courbes théoriques ne fournissent pas les résultats pratiques que permettent les courbes empiriques, conçues précisément dans cet esprit et qui ajustent les données expérimentales. Ainsi la courbe en S de E. Boyd qui représente de façon satisfaisante l'évolution de la stature prénatale ne peut être utilisée pour ajuster la taille assis, pendant cette période. Ce qui montre bien qu'une loi, valable pour la stature, n'est pas nécessairement une loi générale.

Il n'y a là rien de très paradoxal ou de choquant. Il suffit de lire la littérature critique pour se convaincre qu'il n'existe entre les bases rationnelles des lois de croissance et celles-ci que des extensions de raisonnement ou des analogies, quelquefois d'ailleurs valables.

Il parait évident qu'il doit exister *a priori* une certaine relation (ou analogie) entre les formules donnant l'accroissement de la population du nombre des cellules (plus généralement du nombre des habitants) et la croissance des organismes ; la corrèlation statistique *doit* être élevée entre le nombre des cellules et le poids, donc la dimension, d'un sujet. Mais un individu possède des cellules qui sont loin d'être aussi relati-

(1) La valeur 104,1 ainsi obtenue correspond à la moitié du coefficient b de la formule exponentielle d'inverse (voir tabl. II).

vement libres que le sont les Protistes ou les habitants d'une population, bien qu'eux aussi restent soumis à quelques facteurs limitant leur croissance, laquelle reste en dernière analyse un phénomène «mesuré».

La notion de cellules liées entraine tout naturellement l'idée de relation, ou si l'on veut de corrélation (mais que l'on devrait entendre au sens large du mot et non avec acception restrictive de corrélation statistique).

Cette conception à laquelle nous sommes conduits n'est pas nouvelle et apparaît dans quelques considérations biologiques assez récentes. A ce sujet, J. Piveteau écrit :

«Ainsi se dessine ce que l'on appelle parfois le déterminisme du champ, le champ étant une certaine région de l'espace dont les éléments se commandent réciproquement....

La biologie naissante du début du siècle dernier était arrivée à une conception semblable, tout au moins dans l'oeuvre de Cuvier« «La raison de la manière d'être de chaque partie d'un corps vivant réside dans l'ensemble», écrivait-il. Ou encore : «Toutes les parties du vivant se correspondent mutuellement et concourent à une même action par une réaction réciproque». Les modifications d'un organe exercent une influence sur celles des autres. «Toutes les parties d'un corps vivant sont liées ; elles ne peuvent agir qu'autant qu'elles agissent toutes ensemble».

Toutes ces formules ne sont que des variantes ou des aspects complémentaires du principe des corrélations.....». (1)

Mais avec cette remarque qui complique singulièrement, pour nous, le problème :

«Le principe des corrélations ne présente pas la rigidité qui lui a été souvent attribuée, et sans tomber dans l'excés contraire de croire que l'être vivant est une mosaïque de pièces absolument indépendantes, il n'est point contestable que les diverses parties du corps conservent, les unes par rapport aux autres, un certain degré de liberté. Par exemple, le crâne peut se transformer, en une large mesure, d'une façon tout à fait indépendante des membres.» (1).

Qu'il existe des corrélations en anatomie relève du simple bon sens. Quand on met en relation deux mesures (appartenant à un même sujet), il doit se produire une évolution du point moyen, allant des valeurs les plus petites aux valeurs les plus grandes. Nous voulons dire,

(1) J. PIVETEAU. - «Le caractère relationnel de la spéciation humaine» dans : l'Evolution Humaine» p. 8 et 11, pour la deuxiéme citation.

par là, que, *en moyenne,* lorsqu'un sujet est petit, tout a tendance à être petit; au contraire, chez un très grand sujet, tout est grand. Dans un tableau de corrélation, les points se répartissent à l'intérieur d'un contour elliptique plus ou moins aplati, certes, mais dont le grand axe offre une tendance toujours croissante. Une liaison négative parait impensable.

C'est une disposition qui introduit un facteur parasite, car il peut faire apparaître une liaison là où il n'en existe pas. L'élimination de ce facteur n'est pas facile, et l'introduction des corrélations partielles est loin de résoudre ce problème, même si elle l'améliore dans certains cas.

Mais ces corrélations statistiques impliquent la présence de plusieurs individus. Or, chez un même sujet, des liaisons «internes» existent, ne serait-ce que pour assumer un élément de symétrie assez rigide. Ainsi, les membres inférieurs droits et gauches, par exemple, ne sauraient être trop différents. L'écart de quelque 1 cm qui peut se produire en moyenne entraine malgré tout une corrélation statistique très élevée.

En définitive, on ne voit pas très bien comment rattacher directement ces deux problèmes : corrélation statistique d'une population et corrélation individuelle. Nous reviendrons sur ce problème.

Dans un autre ordre d'idées, il faut se garder d'une certaine confusion que pourrait créer la littérature scientifique entre la croissance du nombre des cellules et celle de courbe de croissance.

Les formules donnant l'accroissement des cellules d'un organisme n'ont pas tellement évoluées par rapport aux anciennes formules bien antérieures, telles que la logistique. Parmi ces formules récentes, citons celle donnée par N. Rashevsky (1) : $n = \dfrac{ag + bj}{Ce^{-(ag + bj)} + bj}$

Mais nous ne pensons pas que de telles considérations puissent aboutir à élucider le phénomène assez complexe de la croissance humaine. Ainsi que le pense G. Teissier (2) «Le jour où une interprétation physicochimique véritable de la croissance pourra être donnée est pro-

(1) N. RASHEVSKY. - «Mathematical biophysics. Physico-mathematical fundation of biology» - Voir la formule p. 300 du vol. I.

(2) G. TEISSIER. - op. cit. p. 8.

bablement encore lointain ; et cette interprétation future ne ressemblera sans doute en rien aux schémas puérils dont on s'est contenté jusqu'à présent».

Cette remarque engagerait à rechercher ailleurs les bases d'une théorie de la croissance.

3° - *EQUATIONS DIFFERENTIELLES DES LOIS DE CROISSANCE*

L'établissement des équations différentielles des lois de croissance est nécessaire pour la suite de notre travail ; elles concerneront tout particulièrement le chapitre III.

Il est toujours possible de mettre les équations des lois de croissance sous la forme d'équations différentielles du premier ordre à variables séparées, de la forme : $f(y)\,dy = g(t)\,dt$
où $f(y)$ est une fonction du caractère y et $g(t)$ une certaine fonction de la variable temps (t), correspond à l'âge du sujet.

En général, comme nous allons le voir ci-dessous, la fonction $f(y)$ est, le plus souvent, égal à $1/y$, plus rarement à une constante que l'on peut toujours ramener à l'unité, et une seule fois à $1/(a - y)$, où a est une constante positive telle que $a > y$ dans l'intervalle considéré.

Contrairement à $f(y)$ qui est une fonction simple de y, la fonction $g(t)$ pourra être une fonction plus ou moins compliquée de la variable t .

Ces équations différentielles à variables séparées s'intégrent immédiatement et donnent comme solutions :

$$F(y) = G(t) + C$$

où C est une constante arbitraire déterminée par le fait qu'*une seule courbe passe par un point déterminé du plan*. $F(y)$ s'appelle la primitive de $f(y)$ (c'est-à-dire que la dérivée de $F(y)$ donne $f(y)$). De même $G(t)$ est la primitive de $g(t)$.

Comment calculer la valeur de la constante arbitraire ? On veut faire passer une courbe intégrale par un point donné du plan, de coordonnées (y_0 , t_0) où y est la grandeur du caractère correspondant au temps t_0.

On doit avoir $F(y_0) = G(t_0) + C$ d'où la valeur de la constante d'intégration $C = F(y_0) - G(t_0)$

Il y a naturellement une infinité de solutions. Mais on doit aborder ici deux problèmes très importants concernant des conditions restrictives. (Ils seront examinés très en détail au chapitre II.)

1° - Les courbes intégrales ne passent pas, en réalité, par *tous* les points du plan. Ces courbes restent comprises entre des limites avec une certaines *densité* de répartition. Cela tient aux faits, que pour un âge donné les mesures d'un sujet ne sont pas quelconques mais varient dans une amplitude déterminée.

2° - La condition qu'une seule courbe intégrale passe par un point du plan, n'est valable que pour le premier « cycle » de croissance correspondant à la première courbe en S. Pour le deuxième cycle, englobant la puberté, le problème se complique singulièrement du fait que par un point donné passe une grande quantité de courbes de croissance. Il faudra adopter alors un nouveau critère pour remettre de l'ordre.

La forme de solution : $F(y) = G(t) + C$ montre que si l'on pose $Y = F(y)$ et $T = G(t)$, il est toujours possible d'obtenir l'équation d'une droite : $Y = T + C$ obtenue par une transformation des coordonnées et qui a joué, de ce point de vue, un rôle considérable dans l'histoire des lois de la croissance.

Si, dans l'équation différentielle à variables séparées : $f(y)\,dy = g(t)\,dt$, la fonction $f(y)$ est égal à $1/y$, on peut transformer cette équation et l'écrire : $y' - g(t)\,y = 0$, qui est une équation différentielle linéaire (du premier ordre) sans second membre (avec $y' = \frac{dy}{dt}$)

L'intégrale de cette dernière équation est :

$$y = C\,e^{G(t)}$$

où C = constante d'intégration et $G(t) = \int g(t)\,dt$.

C'est une des raisons pour lesquelles on rencontre si fréquemment des fonctions exponentielles (où leur « inverse » les logarithmes) dans des lois de la croissance.

D'autre part, la constante d'intégration C prend ici une forme multiplicative ; on la rencontre sous cette forme en pratique le plus sou-

EQUATIONS DIFFERENTIELLES DES COURBES DE CROISSANCE

NOM DES COURBES	*A VARIABLES SEPAREES*	*LINEAIRES sans second membre*
Gompertz	$\frac{dy}{y} = \frac{b.dt}{e^{bt-c}}$	$y' - \frac{b}{e^{bt-c}} y = 0$
Logistique	$\frac{dy}{y} = \frac{b.dt}{1+e^{bt-c}}$; $\frac{dy}{y(a-y)} = k.dt$	$y' - \frac{b}{1+e^{bt-c}} y = 0$
Exponentielle d'inverse	$\frac{dy}{y} = \frac{b.dt}{t^2}$	$y' - \frac{b}{t^2} y = 0$
Parabolique (allométrie)	$\frac{dy}{y} = \alpha \frac{dt}{t}$	$y' - \frac{\alpha}{t} y = 0$
Exponentielle	$\frac{dy}{y} = k.dt$	$[y' - k.y = 0]$
Logarithmique	$dy = \frac{c.dt}{t}$ et $dy = \frac{(bt+c)\,dt}{t}$	
Monomoléculaire	$\frac{dy}{a-y} = k.dt$; $dy = \frac{b.k.dt}{e^{kt}}$	

TABLEAU III

vent dans les lois, comme pour $y = A\ t^{\alpha}$ par exemple, où A est la constante d'intégration. On peut obtenir une forme additive dans la relation $y = a + c\ log\ t$, mais cette équation ne provient pas d'une équation différentielle linéaire (1).

On doit observer qu'une courbe peut posséder quelquefois deux formes apparemment distinctes d'équations différentielles à variables séparées. Ainsi la logistique provient aussi bien de l'équation différen-

classique $\frac{dy}{y\ (a - y)} = k\ d\ t$, que de l'équation $\frac{dy}{y} = \frac{b\ dt}{1 + e^{bt - c}}$

qui est une forme très voisine de l'équation différentielle de la courbe de Gompertz. Mais on sait qu'une très petite modification d'un paramètre de la fonction $g\ (t)$ peut modifier totalement la valeur de son intégrale $G\ (t)$.

Au tabl. III figurent des équations différentielles des courbes de croissance à variables séparées et, chaque fois que possible, linéaires sans second membre

Nous n'avons pas fait figurer l'équation différentielle des cubiques qui est : $dy = dt\ (-b + 2\ c\ t - 3\ d.\ t^2)$, ou des courbes de Jenss et Bayley : $dy = dt\ (b + d.\ e^{c - d.\ t})$. Sous cette forme les équations différentielles sont assez peu utilisables, tout au moins pour nous.

Les équations différentielles linéaires possèdent des propriétés géométriques simples et intéressantes.

Soit trois courbes intégrales C_1, C_2 et C_3, (fig. 11) obtenues

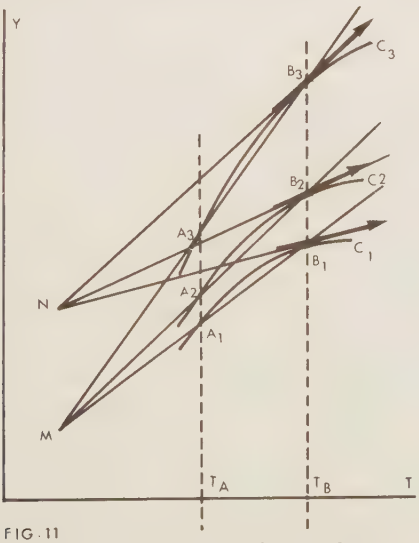


FIG. 11

(1) Il est toujours possible cependant de transformer très artificiellement une équation différentielle telle que $dy = \frac{c\ dt}{t}$, dont l'intégrale est $y = a + c\ log.\ t$ en une autre équation de la forme $\frac{dy}{y} = \frac{c\ dt}{t\ (a' + c'\ log\ t)}$

pour trois valeurs différentes de la constante d'intégration. On élève les ordonnées en deux points d'abscisses t_A et t_B. Les parallèles à O Y, menées par ces valeurs, coupent les courbes intégrales en des points A_1, A_2, A_3 et B_1, B_2, B_3. On sait que les droites $A_1 B_1$, $A_2 B_2$ et $A_3 B_3$ convergent en un point M. A la limite, les tangentes aux courbes en B_1, B_2, B_3, par exemple, convergent également en un point N (1).

Les relations paraboliques ou allométriques possèdent des propriétés encore plus particulières. Sans les citer toutes, nous allons en indiquer quelques unes. La relation $y' = \alpha \frac{y}{x}$ (équivalente à $\frac{dy}{y} = \alpha \frac{dx}{x}$) est une équation différentielle *homogène*. Le coefficient angulaire y' que fait la tangente en un point de la courbe, s'obtient en multipliant par α l'angle $\frac{y}{x}$ que forme la droite joignant l'origine au point considéré.

Ainsi pour fixer les idées, soient (fig. 12) deux courbes allomé-

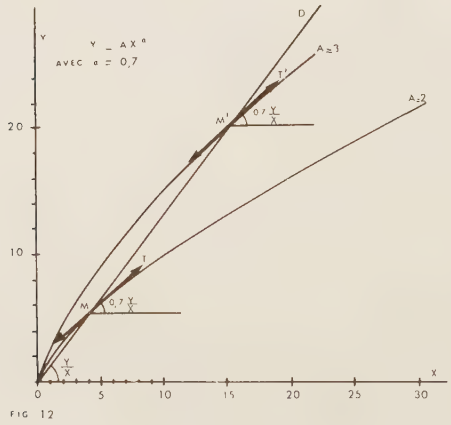


FIG 12

triques $Y = 2\,X^{0,7}$ et $Y = 3\,X^{0,7}$, (correspondant dans la formule $Y = A\,X^{\alpha}$ à $A = 2$ ou $A = 3$ et $\alpha = 0,7 < 1$).

Si l'on mène par l'origine O une droite coupant les courbes en M et M', les tangentes aux courbes (en ces points) sont parallèles entre

(1) G. Valiron. — «Equations fonctionnelles. Applications», p. 149

elles. Le coefficient angulaire de la droite OD est constant tout le long de cette droite, puisque égal à Y/X. Par suite, le coefficient angulaire de la tangente en M ou en M' est de toute façon égal à $\propto \frac{Y}{X}$ soit ici à $0{,}7\frac{Y}{X}$. Donc les tangentes MT et M'T' sont bien parallèles. C'est là une des traduction simple des relations allométriques ou paraboliques.

Plus généralement, soit M un point du plan, de coordonnées X et Y (fig. 13. La droite OM joignant l'origine O au point M a pour

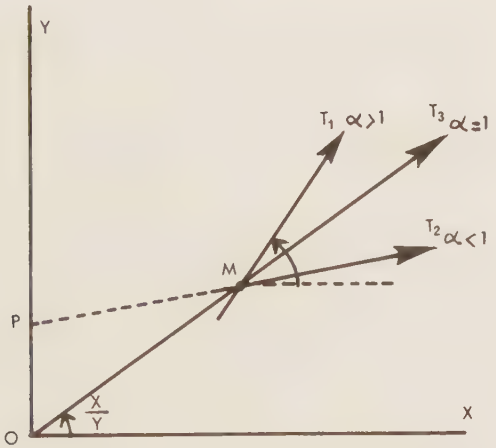


FIG. 13

coefficient angulaire Y/X. On dit que M évolue sur une courbe allométrique : $Y = AX^{\propto}$, lorsque la tangente en M a pour coefficient angulaire $\propto$. Y/X.

Si $\propto$ est inférieure à 1 (voir fig. 13), la tangente MT_2 vient couper l'axe OY en P au-dessus de l'origine. En relation linéaire, cette disposition se traduit par : Y = MX + N (M et N sont deux constantes positives). La valeur de l'ordonnée à l'origine N étant positive, on sait que la *mesure relative* : Y/X du caractère Y est une fonction décroissante de la variable indépendante X.

Il ne faut pas confondre cette notion avec celle de *croissance relative* (1), bien que ces deux termes évoluent de façon parallèle. En

(1) Suivant Gray (1920) le terme de «rapport de croissance relative» possède un autre sens en biologie. Cité par MEDAWAR, 1940, op., cit. en note p. 335.

effet, lorsque α est plus grand que 1, la tangente MT_1 coupe l'axe OY au-dessous de l'origine ; en relation linéaire cette disposition se traduit par $Y = MX - N$. La mesure relative du caractère Y est ici une fonction croissante de même que la croissance relative puisque α est plus grand que 1.

4° - *LA METHODE DES TRANSFORMATIONS DANS L'ETUDE DES LOIS DE CROISSANCE*

Medawar souligne très justement que d'Arcy Thompson, l'auteur par excellence de la « méthode des transformations », offre deux voies d'utilisation bien distinctes.

L'une doit chercher ses bases dans l'étude des transformations considérée comme une simple application de l'analyse mathématique.

L'autre examine la *continuité* des rapports existant au cours de la croissance, dans le sens de l'étude des gradients de croissance.

Dans cette seconde perspective de nombreux chemins offrent également des aspects très variés. Citons Medawar lui-même exploitant une idée de Jackson. Ce dernier expose côte à côte six figures représentatives des étapes de la croissance humaine, depuis l'embryon de 5 mois de gestation jusqu'à l'âge adulte. L'intérêt de cette schématisation est dû au fait que les six silhouettes, dessinées entre deux bandes parallèles, sont ramenées à une mesure commune faisant ainsi apparaître les différences de proportions. Medawar quantifie cette appréciation subjective en effectuant un découpage de la première silhouette en 10 parties égales. On peut alors suivre la croissance de chacune de ces parties jusqu'à l'âge adulte (1). On notera l'évolution considérable et ordonnée de ces intervalles, suivant un certain gradient de croissance qui amplifie les membres inférieurs et rapetisse au contraire, la partie supérieure du corps, tout particulièrement la tête. Ces résultats sont d'ailleurs en contradiction avec la théorie de la foetalisation de Bolk : il ne reste rien chez l'adulte des proportions foetales.

On trouvera ces figures commentées dans un récent ouvrage collectif de J. M. Tanner (2).

Mais on doit surtout souligner l'excellente concordance entre ce

(1) P. B. MEDAWAR. (1945). « Size shape and age ». Voir d'abord l'exposé p. 168, puis les figures d'après JACKSON p. 171 et leur découpage p. 176. L'article est en grande partie consacré aux transformations.

(2) J. ISRAELSOHN (1860) dans J. M. TANNER : « Human Growth », vol. III p. 39-40 fig. 13 et 14.

gradient de croissance et le gradient des corrélations fournies par ces différents segments du corps soit entre eux, soit avec leurs composantes partielles ou totale : la stature. On pourrait mettre en parallèle la grandeur métrique de ces segments chez l'adulte et la valeur des coefficients de corrélation obtenues avec la stature par exemple. A mesure que l'on s'élève, les coefficients de corrélation faisant intervenir les segments du grand axe somatique diminuent jusqu'à l'extrémité céphalique où ils sont très faibles.

De la méthode des transformations, nous ne retiendrons que l'application de l'analyse mathématique. Ce sont des changements d'échelles des axes de coordonnées qui peuvent amener des simplifications. Pour s'en convaincre, on pourra jeter un coup d'oeil sur les graphiques transformes de la courbe de Gompertz où Medawar (1) remplace le caractère (W) par son logarithme (log. W). La courbe initiale et ses deux premières dérivées offrent manifestement un tracé simplifié.

En pratique le problème qui se pose généralement est le suivant :

En coordonnées ordinaires, le nuage de points que l'on obtient soit entre le temps (t) et la mesure d'un caractère (y), soit plus généralement entre deux caractères (x) et (y), n'est pas nécessairement linéaire. Existe-t-il des transformations des coordonnées qui fournissent au nuage un axe linéaire ? Dans ce cas la transformation effectuée est-elle la meilleure ou la seule possible ?

Ce problème a été envisagé et traité par R. Schrek (2).

Les données de cet auteur sont empruntées à Streeter et portent sur le poids et la taille de 668 foetus.

En coordonnées ordinaires la corrélation entre ces deux mesures est très forte puisque R = 0,8432. Elle n'est cependant pas linéaire car le rapport de corrélation $\eta = 0{,}9808$ et la différence est statistiquement significative.

L'auteur effectue une double transformation logarithmique. Dans ce système de coordonnées, les nouveaux coefficients de corrélation sont : r = 0,9833 et $\eta \neq 0.9833$. On ne peut espérer mieux. L'auteur en déduit qu'il existe une relation allométrique entre le poids (W) et la taille (H) :

$$\text{Log } W = 2{,}999 \log H - 4{,}1517 \quad \text{ou encore} \quad W = 0{,}0000705\ H^{2{,}999}$$

(1) P. B. MEDAWAR. - op. cit. p. 162

(2) P. SCHREK. - (1942). - « Logarithmic correlation coefficient and regression equation », Hum. Biol. 14, pp. 95-103.

Cette solution n'est pas toujours possible :

- soit parce qu'on ne dispose pas d'un nombre suffisant de sujets. Le calcul du η est illusoire, car sa valeur est fortement influencée par les groupements de classe que l'on est obligé d'effectuer.

- soit encore parce qu'on ne dispose que des points moyens. Dans ce cas on peut tracer expérimentalement la courbe joignant au mieux les points considérés. On doit chercher alors la meilleure transformation possible, telle que la courbe initiale devienne une droite.

Certaines transformations sont directes.

Dans la double transformation logarithmique, par exemple, si les points obtenus par transformation sont bien alignés, il est facile d'écrire l'équation de la droite schématisant le nuage de corrélation. (droite de régression ou grand axe du nuage). Par retour inverse, en revenant en coordonnées ordinaires on obtient la relation d'allométrie.

De même si l'on cherche une relation de la forme $y = a\, e^{-\frac{b}{t}}$ il suffit de prendre le logarithme de cette expression : $log\ y = -\frac{b}{t} + log.\ a.$

Pour chaque couple de points expérimentaux donnés : $(y_i\ ,\ t_i\ ,)$ on calcule : $Y_i = log.\ y_i$ et $T_i = \frac{1}{t_i}$

Si les points Y_i et T_i sont alignés, l'équation de la droite représentative de ces points fournira immédiatement la valeur des paramètres a et b de l'équation initiale.

Cette droite s'écrit d'abord sous la forme : $Y = -AT + C$ ou encore $log.\ y = -\frac{A}{t} + log.\ B$ conduisant à la relation : $y = B.\ 10^{-\frac{A}{t}}$.

Il y a lieu de transformer cette expression en logarithmes népériens (c'est-à-dire à base e). Cette modification n'est pas indispensable mais particulièrement commode pour le calcul des dérivées successives.

Le plus souvent, cependant, les transformations ne présentent pas cette facilité et nécessitent des calculs préalables ; partiquement de nombreux tâtonnements sont nécessaires.

CRITIQUE DE LA METHODE DES TRANSFORMATIONS

Quelques critiques peuvent être formulées contre le *principe* et

l'application de la méthode des transformations. Nous allons les résumer sous la forme de deux objections essentielles :

1° - Si après un choix particulièrement heureux d'une transformation les points transformés s'alignent exactement sur une droite, cela montre qu'il est possible d'écrire rapidement d'abord l'équation de cette droite puis, en revenant en coordonnées ordinaires, l'équation de la courbe groupant au mieux les points initialement donnés. C'est un procédé mathématique particulièrement commode ; mais il ne nous semble pas possible de tirer un jugement de valeur essentiellement basé sur la vertu de la droite. Tout au plus la transformation joue le rôle d'une preuve, parfois négative, permettant de tester le bien fondé de la transformation envisagée.

Pour faire image : que pourrait-on dire d'une transformation par laquelle les points expérimentaux se placeraient sur une circonférence ?

En résumé, vouloir déduire un sens biologique de la seule valeur mathématique d'une transformation relève du domaine des appréciations subjectives. Ces remarques ne veulent nullement dire que la méthode des transformations doit être rejetée, bien au contraire. Mais c'est ailleurs qu'il faut attribuer un sens biologique à la courbe obtenue.

En particulier le problème des points de rupture ne doit pas être déduit du seul examen graphique de la transformation. Elle permet toutefois de mettre en évidence que quelque chose peut se passer à ce moment-là. Mais c'est sur le plan biologique que l'accord et l'explication véritable doivent être recherchés. D'ailleurs il ne faut pas oublier que tel point de rupture, obtenu dans un système de transformation peut disparaître complètement dans un autre système. Ainsi la courbe de E. Boyd englobe le développement embryonnaire et la croissance foetale. En courbes paraboliques, il est bien évident qu'il doit exister un point de rupture correspondant au point d'inflexion de la courbe en S, c'est-à-dire au *changement de sens de la concavité* de la courbe. Avant le point d'inflexion, correspondant au développement embryonnaire, $\alpha > 1$, après le point d'inflexion, correspondant à la croissance foetale, $\alpha < 1$.

2° - Lorsqu'une transformation a été adoptée, il existe deux procédés permettant de calculer l'ajustement. A titre d'exemple nous allons prendre la transformation doublement logarithmique telle que $X = log.\, x$ et $Y = log.\, y$ (ou encore telle que $y = A\, x^{\alpha}$).

La détermination des paramètres A et α s'effectue en se basant sur la condition supplémentaire suivante : la somme des carrés des

écarts de chaque point expérimentaux à la courbe cherchée, doit être minimum (ces écarts peuvent se mesurer par exemple suivant la parallèle à l'axe des ordonnées).

$$\Sigma\ (y - A x^{\alpha})^2 = \text{un minimum}$$

C'est un problème de variation théoriquement assez simple. Il suffit de dériver par rapport aux deux paramètres A et α, ce qui fournit deux équations, d'où l'on tire les valeurs de ces paramètres. Pratiquece procédé est peu utilisable.

On tourne cette dificulté en cherchant dans le système (X, Y) l'équation de la droite $Y = \alpha X + log.\ A$, schématisant le nuage de points.

Comment est obtenue l'équation de cette droite ? puisque les coefficients de corrélation sont toujours particulièrement élevés, il suffit d'écrire l'équation de l'une des droites de regression. Pratiquement elles sont confondues avec le grand axe du nuage.

Mais on aurait tort de croire que le retour inverse, en coordonnées ordinaires, conduisant, à partir de cette équation, à la forme allométrique $y = A x^{\alpha}$, fournit le meilleur ajustement C'est une approximation certes mais la somme des carrés des écarts n'est plus ici un minimum : la transformation lui fait perdre cette propriété.

Cependant, cette estimation reste valable dans un très grand nombre de cas et principalement lorsque l'amplitude des variations est relativement faible. Mais elle ne s'applique pas toujours, et nous allons le montrer sur un *exemple fictif* suivant :

Soit les valeurs données : x et y (et leurs logarithmes décimaux : X et Y).

x	y	X = log x	Y = log y
1,259	2,399	0,1	0,38
1,585	2,884	0,2	0,46
1,995	4,169	0,3	0,62
39,811	52,481	1,6	1,72
60,256	74,132	1,78	1,87
79,43	95,50	1,9	1,98
91,20	109,65	1,96	2,04
114,82	125,90	2,06	2,10
138,04	138,04	2,14	2,14

En coordonnées logarithmiques, la corrélation est très forte :

$$r = 0{,}9994.$$

Soit $Y = 0{,}87084\ X + 0{,}31390$ l'équation de la droite de régression. On en déduit $y = 2{,}06 \times^{0{,}87084}$; la somme des carrés des écarts des points expérimentaux à cette courbe est égale à 192,61.

Or, il existe des ajustements bien meilleurs si l'on s'en tient au critère que la somme des carrés des écarts entre les points expérimentaux et la courbe doit être minimum.

Par exemple, on peut se servir de l'équation :

$$Y = 0{,}8\ X + 0{,}44726$$

qui donne en coordonnées ordinaires : $y = 2{,}801 \times^{0{,}8}$; la somme des carrés des écarts des points expérimentaux à cette courbe n'est plus que 89,14.

Pour arriver à cet ajustement, la valeur 0,8 est obtenue « à vue d'œil » en tenant compte de la remarque suivante : un très petit déplacement de la droite d'ajustement en coordonnées logarithmiques, modifie beaucoup les écarts des points expérimentaux les plus élevés (par rapport à la courbe $y = A x^{\alpha}$), et en même temps ne modifie que très peu (en valeur absolue) les écarts des points expérimentaux les plus faibles.

Le terme constant : 0,44726 s'obtient en faisant passer la droite de coefficient 0,8 par le point $(\log \bar{x}, \log \bar{y})$, et non par le point $(\bar{X}, \bar{Y})$.

Ces remarques sont essentiellement pratiques, Si l'on désire de plus amples considérations théoriques sur ce problème, on pourra consulter un article de D. Sholl (1).

(1) D. SHOLL (1947). « The quantitative investigation of the vertebrate brain and the applicability of allometric formulae to its study ». Proc. Roy. Soc. p. 243-258.

§ III - PRESENCE ET ACTION DU TEMPS

Dans l'étude de la croissance, la présence du temps, tout au moins sous sa forme la plus directe, s'exprime par une relation entre l'âge du sujet et la grandeur du caractère étudié.

Cette relation se représente symboliquement par $y = f(t)$ où y est la mesure du caractère et $f(t)$ une certaine fonction du temps. On dit parfois (en langage mathématique) que c'est une *fonction explicite.*

Les variables sont séparées, mais le temps t est la variable indépendante et ne joue pas par rapport à y le rôle de variable symétrique, ne serait-ce que par le sens très particulier que l'on doit attribuer à la dérivée première de cette fonction :

$$y' = \frac{dy}{dt} = f'(t) = \text{vitesse de croissance.}$$

Ce quotient représente le rapport de l'accroissement du caractère dy pendant un intervalle de temps très court : dt, à l'âge considéré.

De la même façon, la dérivée seconde y'' ou accélération de croissance (ou encore vitesse de la vitesse) se calcule par rapport à la variable indépendante t.

Cependant, de l'équation proposée on peut toujours exprimer le temps en fonction du caractère ; l'équation $t = g(y)$ possède, dans la pratique, un sens très précis et très utile qui est la détermination de l'âge au moyen de la mesure du caractère.

Toutefois, si l'on désire calculer la vitesse de croissance à partir de cette dernière relation, c'est le temps qui joue en fait le rôle de variable indépendante. On passe par l'intermédiaire des différentielles :

$$dt = g'(y)\,dy \text{ d'ou l'on déduit } v = \frac{dy}{dt} = \frac{1}{g'(y)}$$

Cette particularité ne se présente pas dans les relations entre deux caractères de la forme $y = \varphi(x)$ où l'une quelconque des variables joue par rapport à l'autre un rôle symétrique. (1). Le quotient dy/dx ne possède pas de propriétés plus particulières que le quotient dx/dy.

1° - *ORIGINE ET DETERMINATION DE L'AGE*

Dans l'étude du phénomène de la croissance, l'âge d'un sujet est une de ses caractéristiques essentielles.

Or, la mesure de l'âge nécessite la connaissance de l'origine véritable qui ne peut jamais être située avec certitude chez un individu, comme nous allons le montrer.

C'est une des raisons pour laquelle on observe l'utilisation de deux temps distincts pendant la période prénatale :

- l'un, que nous appellerons t par la suite, part de la conception. Il est utilisé au cours du développement embryonnaire. Il représente effectivement le point de départ, dans le temps, du sujet futur.

- l'autre temps, que nous noterons toujours T, concerne le fœtus. C'est l'âge menstruel compté à partir du 1er jour d'apparition des dernières règles.

Nous postulerons que ces deux temps sont liés par la relation :

$$T = t + 14 \text{ jours} = t + 2 \text{ semaines}$$

d'un emploi particulièrement commode, et qui correspond, en moyenne, à la réalité des faits.

Le problème n'en est pas résolu pour autant et l'origine véritable, c'est-à-dire l'instant précis de la conception, le moment où l'œuf est fécondé, est connu dans le meilleur des cas à trois jours près.

Cette erreur est peu importante loin de l'origine ; à 150 jours de fécondation, elle représente une erreur relative de 2%. Cependant cette incertitude reste considérable pendant la période embryonnaire et à 21 jours de la fécondation elle représente une erreur relative de 1/7° soit environ 14 %.

D'autres difficultés bien plus considérables interviennent car

(1) G. TEISSIER. - (1955) "Sur la détermination de l'axe d'un nuage rectiligne de points", p. 344.

le développement des diverses parties du corps ne s'effectue pas à compter d'une origine commune. Beaucoup d'unités anatomiques apparaissent ou s'organisent à des époques échelonnées. On s'aperçoit très bien de ce fait au cours de la reconstruction par la méthode de Born des parties d'embryons. Les canaux semi-circulaires se différencient aux environs du 31° jour (à dater de la fécondation) et avant cette date aucune trace n'est visible. Les premiers bourgeons des os longs des membres apparaissent vers le 36° jour et se développent à partir du 45° jour (de fécondation).

Dans les relations entre caractères et temps, on peut adopter deux solutions différentes pour tenir compte de ces décalages :

- ou bien établir une équation de la forme $y = f(t - t_0)$ correspondant à un déplacement du temps.

- ou encore une relation plus artificielle : $y = f(t) - y_0$ correspondant en quelque sorte à un déplacement de la mesure, avec : $f(t_0) = y_0$, t_0 étant dans les deux cas l'origine du développement véritable du caractère y.

Ces remarques sont prépondérantes dans la vie embryonnaire. Ultérieurement toutes ces précautions deviennent absolument négligeables, ridicules même , en particulier après la naissance.

C'est à partir de cette nouvelle origine que se mesure en général l'âge d'un sujet. Mais la naissance ne survient probablement pas à une date fixe après la fécondation. Dans ces conditions, la détermination de l'âge de la naissance serait une donnée importante ; la connaissance précise de cet évènement expliquerait peut être dans une certaine mesure, les variations - de poids ou de taille à la naissance, que l'on place sous la dépendance des caractères sexuels, sociaux ou raciaux.

2° - *RELATIONS ENTRE LES CARACTERES*

Il est nécessaire d'attribuer une certaine importance à la position véritable de l'origine des différents caractères au cours de leur développement. Prenons un exemple concret et cherchons à établir une relation entre la mesure de la taille assis *(y)* et la longueur de l'humérus *(x)*.

Très près de l'origine, c'est-à-dire chez l'embryon , il est dif-

ficile d'admettre la relation allométrique ordinaire : $y = A x^{\alpha}$, car pour $x = 0$ correspondant à un humérus de longueur nulle, la taille assis n'est pas nulle. On sait en effet que l'humérus embryonnaire se différencie aux environs du 36° jour, et apparaît véritablement vers le 42° jour, en âge de fécondation. Dans ces conditions on doit envisager une relation de la forme $y = A x^{\alpha} + y_0$ (1) où y_0 représente la valeur de la taille assis au 36° jour, au moment où la longueur de l'humérus est nulle puisqu'il n'existe pas encore.

Il est possible de vérifier si la relation : $(y - y_0) = A x^{\alpha}$ est bien valable, grâce à la double transformation logarithmique :

$$log.\ (y - y_0) = \alpha\ log.\ x + log.\ A$$

Nous avons constaté expérimentalement que, dans cette transformation, les points sont très bien alignés, beaucoup mieux d'ailleurs qu'en utilisant la classique transformation : $log.\ y = \alpha\ log.\ x + log.\ A$ qui ne tient pas compte du déplacement de l'origine du temps relatif au développement du caractère x , ici l'humérus.

Cependant, loin de l'origine, au cours de la croissance fœtale par exemple, il n'est pas absurbe d'envisager une relation de la forme $y = A x^{\alpha}$. Mais cette relation prend ses valeurs dans un intervalle de variation bien déterminé : celui de la croissance fœtale. Il n'est pas possible de prolonger cette relation de part et d'autre de cet intervalle sans vérification, et l'extrapolation du côté de l'origine n'est pas valable.

Dans le même ordre d'idées, si l'on adopte la relation linéaire $y = M x + N$, dans cet intervalle on ne retiendra seulement qu'un segment de cette droite. Le paramètre N ne doit être assimilé en aucune façon à une ordonnée à l'origine car on sort de l'intervalle de validité.

C'est la raison pour laquelle il est possible d'adopter un certain nombre d'arcs de différentes fonctions qui représenteront très schématiquement l'allure générale du phénomène dans un intervalle déterminé. Le choix de ces fonctions s'effectuant la plupart du temps *a priori* car en définitive, *tout dépendra finalement de ce que l'on voudra montrer.* Ces considérations sont légitimes mais l'équation retenue ne représente pas nécessairement la "vraie" fonction de croissance.

(1) C'est la formule de ROBB, voir plus haut p. 36 note (1) et p. 38. Plus précisément cette formule est de même type que la formule de ROBB. Mais cet auteur ne l'employait pas du tout dans ce sens, la constante étant pour lui ce qui, dans l'organe étudié, reste inchangé au cours de la croissance.

Les relations que l'on peut établir entre les caractères et l'âge sont multiples L'étude des liaisons entre les caractères permet de porter un jugement objectif sur la valeur des relations entre caractères et l'âge. En effet si x et y sont deux caractères liés au temps par les équations : $x = f(t)$ et $y = g(t)$, on peut souvent obtenir directement le type de relation entre x et y par élimination du temps, mais pas toujours. Il est facile de controler si la relation obtenue est bien valable et si, dans le nuage de corrélations entre x et y la relation $y = \varphi(x)$ déterminée par élimination de la variable t, peut être considérée sinon comme la meilleure valeur centrale du moins comme une bonne valeur moyenne.

Cependant cette opération n'est pas toujours légitime. Ainsi chez des enfants sensiblement de même âge, on sait que les valeurs les plus probables entre caractère et âge ou encore entre les caractères sont obtenues au moyen des droites de régression ; leur équation se calcule séparément et elles ne se déduisent pas l'une de l'autre. Cette remarque restera valable chaque fois que l'on opérera sur les variables aléatoires.

On est ainsi amené à examiner les variables que l'on utilise sous des points de vue très différents :

Quelle est la *nature* des caractères ? leur valeur dimensionnelle ? les caractères retenus sont-ils aléatoires ?

Nature des caractères étudiés

Dans une étude sur la croissance, les variables à retenir concernent l'aspect *Morphologique*. Par conséquent, ce sont :

- Soit des mesures de longueur et leurs dérivées (indices, etc.)
- Soit des mesures d'angle
- Soit des mesures pondérales, qui reflètent le volume.

Il existe naturellement bien d'autres caractères qui méritent d'être retenus dans l'étude du phénomène de la croissance. Mais en raison même de leur *nature*, ces variables relèvent d'autres disciplines que l'anatomie (biochimie, physiologie par exemple), qui elle reste principalement axée sur l'aspect morphologique.

Valeur dimensionnelle des caractères

De par la nature des variables cette expression n'est pas toujours pourvue de sens. Dans notre travail les caractères que nous étu-

dions peuvent être :

a). - *De dimension ou de degré zéro* (représenté symboliquement par L°).

Ce sont les *angles* et les *indices*.

Un angle peut être défini par le rapport de deux longueurs : l'arc intercepté par un cercle au rayon de celui-ci. Le quotient de ces deux longueurs est un coefficient, un nombre pur. En pratique, cette définition est de peu d'intérêt. Il est préférable de partir de la définition de base : l'angle est la portion de plan comprise entre deux demi-droites de même origine. Sous cette forme, il apparaît clairement que la mesure de l'angle est indépendante de la métrique : la représentation graphique d'un angle ne nécessite aucune échelle. Dans ces conditions, il est impossible de prévoir la relation entre un angle et l'âge du sujet (ou avec un autre caractère dimensionnel). Il est nécessaire d'établir expérimentalement et de calculer cette relation.

Toutefois un embryon peut avoir des mesures d'angles (relevées sur un os par exemple) inférieures, égales, ou supérieures aux mêmes mesures relevées chez l'adulte. Rien ne s'y oppose a priori.

Les *indices* sont par définition des rapports de deux longueurs, donc de degré dimensionnel zéro. Cependant le rapport n'élimine pas nécessairement le temps. Contrairement aux mesures d'angle, il est possible de prévoir la relation que l'on doit obtenir entre indice et âge. Elle découle des relations entre les caractères constituant l'indice.

L'élimination des longueurs tend à effacer l'influence de l'âge. Il est possible de déterminer expérimentalement une relation entre le temps et un indice ; cette relation peut d'ailleurs être une fonction croissante ou décroissante et l'on peut très bien concevoir qu'un indice puisse être constant au cours de la croissance.

b). - *De dimension ou de degré un* (représenté symboliquement par L).

Ce sont les mesures linéaires, envisagées sous toutes leurs formes : longueurs, largeurs, hauteurs, diamètres et périmètres.

Par leurs valeurs absolues, ces mesures sont très inégales. Les longueurs et les épaisseurs ne sont pas de même "ordre" dimensionnel. Un grand nombre d'os possède une dimension privilégiée : leur "direction principale".

La croissance d'un os s'effectue rarement dans un espace isotrope. Aux os particuliers constituant le squelette appendiculaire et que l'on appelle à juste titre : os longs des membres, on peut opposer d'autres os qui par leur morphologie (liés à leur position fonctionnelle) n'ont pas de dimension privilégiée. Dans ce cas le volume ou le poids sont des mesures préférables à celles des longueurs (1).

D'autre part en raison de la façon dont les os se développent, les relations de croissance fournies par les longueurs ne sont pas nécessairement les mêmes en ce qui concerne les diamètres.

Cependant, quelque soit le caractère linéaire retenu, il existe a priori des corrélations très élevées tout au long de la croissance.

Dans le nuage de corrélation entre caractères (ou entre caractère et temps), il n'existe qu'une très faible zone où l'on peut en toute probabilité rencontrer les points. Le coefficient de corrélation entre les caractères (ou entre l'âge et les caractères) est d'autant plus élevé que l'amplitude des variations envisagée sera plus considérable (2). C'est là un point essentiel qu'il convient de souligner. Le coefficient de corrélation dépend dans une certaine mesure de l'amplitude des variations (3).

Toutes ces remarques restent valables pour les caractères dont le degré dimensionnel est supérieur à un.

- Les caractères étudiés sont-ils aléatoires ?

Généralement la mesure d'un caractère biométrique peut toujours être décomposée en quatre parties différentes :

(1) DELMAS A. et PINEAU H. - (1959). - "Le poids des vertèbres comme élément significatif de leur interdépendance fonctionnelle". Les corrélations obtenues entre le poids des vertèbres et le poids total du rachis sont très élevées (r = 0,97 ou 0,95 une seule : 0,83). Lorsqu'un os se développe plus ou moins librement dans les trois dimensions et qu'il n'offre pas de direction privilégiée, le poids résume en quelque sorte les dimensions en les faisant intervenir toutes et constitue le caractère le plus sensible.

(2) PINEAU H. et PIGOT F. - (1960). - "Croissance de la mandibule fœtale, étude biométrique". Les relations apparemment élevées qui existent au cours de la croissance avec les caractères métriques ne sont en fait que des relations de croissance et nullement des relations fonctionnelles, au sens biométrique.

(3) Cette remarque est absolument générale. En anthropométrie, si pour une raison quelconque l'amplitude de variation des caractères est réduite, le coefficient de corrélation est nécessairement plus faible. Dans les comparaisons des corrélations entre elles ce phénomène devrait être pris en considération. En psychologie, cette perturbation à été très bien montrée *(cf. :* R. BONNARDEL qui a même rappelé une transformation pour rendre les corrélations comparables lorsque les amplitudes ne le sont pas. Dans "Le travail humain" - 1960 - nº 3-4, p. 361-362).

- la valeur centrale $M\ (y)$: la moyenne
- la variabilité inter individuelle $g\ (y)$: qui situe l'individu par rapport à la moyenne.
- la variabilité intra individuelle $h\ (y)$ qui exprime la possibilité de variation de l'individu.
- l'erreur sur la mesure : $e\ (y)$

si bien que la mesure du caractère y est la somme de ces quatre facteurs :

$$y = M\ (y) + g\ (y) + h\ (y) + e\ (y)$$

C'est ici qu'intervient à nouveau la nature des variables.

En anatomie (ou en anthropométrie), on doit retenir seulement les deux premiers facteurs : $M\ (y)$ et $g\ (y)$. La variabilité intra individuelle existe, nous n'en doutons pas, mais d'une part elle reste relativement faible et, d'autre part les opérateurs l'éliminent en mesurant les sujets dans les mêmes conditions. Un sujet dont la stature est égale à 1,80 m la veille conserve cette valeur le lendemain. On doit considérer comme également négligeable l'erreur sur la mesure.

Au contraire, dans des disciplines autre que l'anatomie ou la nature des variables diffère profondément, ce sont souvent les deux derniers facteurs qui restent prépondérants, et principalement la variabilité intra individuelle : $h\ (y)$, qui peut évoluer - vers les valeurs à droite, dans le sens positif - avec une amplitude de variations bien supérieure à $M\ (y)$. Mais ces variables, de par leur nature, sont exclues de notre étude.

Lorsque la croissance est achevée, un caractère déterminé (tel que la stature) se distribue suivant une loi que l'on considère généralement comme gaussienne, autour d'une valeur centrale : sa moyenne. On retrouve là les deux paramètres des distributions des variables aléatoires :

- La moyenne : $M\ (y)$
- L'écart type : $\sigma\ (y)$, qui provient des variations du facteur $g\ (y)$.

Dans ces conditions, la stature d'un sujet peut être notée :

$y = M\ (y) + g\ (y) = M\ (y) + k\ \sigma\ (y)$ ou k est un coefficient numérique qui varie pratiquement entre – 3 et + 3.

Nous considérerons comme négligeable les deux autres facteurs $h\ (y)$ et $e\ (y)$.

La moyenne $M\ (y)$ est-elle une valeur stable, indépendante du

temps ? Un grand nombre de travaux ont montré que quelques caractères (la stature) s'accroissent suivant les générations successives. Ainsi $M\ (y)$ est une fonction du temps mais d'un temps très particulier entre le temps d'individu et le temps d'espèce , beaucoup plus près cependant du temps d'individu, pensons-nous.

De là une certaine confusion avec l'idée que la stature humaine s'accroîtrait en fonction du Temps, ce qui ne nous semble pas raisonnable, mais nous examinerons cette question en détail au chapitre suivant.

Au cours de la croissance, la mesure des caractères ne répond pas tout à fait à la définition d'une variable aléatoire. La mesure s'écarte aléatoirement d'une valeur centrale qui varie en fonction du temps.

Le *premier facteur : M (y)* doit être considéré comme la *partie principale* de la mesure y. Cette valeur situe le niveau, l'ordre de grandeur du caractère. Pendant la croissance, ce point moyen évolue - compte tenu du degré dimensionnel. Pour les caractères linéaires, il est possible de l'exprimer sous la forme d'une fonction du temps. On peut donc substituer à $M\ (y)$ la valeur notée $f\ (t)$. Lorsque la croissance est achevée, cette valeur correspond à la moyenne.

Le *deuxième facteur : g (y)* provient du fait que les sujets sont plus ou moins grands et vont se disperser autour de la valeur centrale $f\ (t)$ suivant une certaine loi de densité de répartition que l'on peut assimiler en toute première approximation à une distribution gaussienne. Dans cette hypothèse, cette répartition admet un écart type $\sigma\ (y)$ correspondant en quelque sorte a l'écart type lié provenant d'un nuage de corrélation, mais avec cette différence fondamentale ici que la sédasticité n'est pas constante, alors que pour une corrélation ordinaire il y a (ou il devrait y avoir) homosédasticité.

Cette dispersion augmente avec le temps et il se produit autour de la courbe moyenne une dispersion en évantail. Pour un âge déterminé t_o la mesure d'un sujet s'écarte plus ou moins de la valeur centrale $f\ (t_o\ )$ et peut être notée : $y = f\ (t_o\ ) + k\sigma\ (y)$. Si $k = 0$ le point se confond avec la valeur moyenne. En principe tous les écarts devraient être compris dans l'intervalle $\pm\ 3\ \sigma$ autour de la valeur centrale.

Toutefois cette disposition n'est pas tout à fait valable pendant la deuxième partie de la croissance correspondant à la deuxième courbe en S, soit encore à la période prépubertaire. Nous montrerons à ce moment que la moyenne globale est une notion dépourvue de sens et qu'il

est nécessaire de regrouper les courbes d'après la position (la date) du point d'inflexion correspondant à une vitesse de croissance maximum pour le caractère considéré, (ce qu'a très bien vu F. Boas).

Nous écartons délibérément le troisième facteur $h\ (y)$ qui représente la variation intra individuelle, ainsi que le quatrième facteur : $e\ (y)$ qui est l'erreur sur la mesure.

En définitive, au cours de la croissance, il est possible d'exprimer la mesure d'un caractère sous la forme : $y = f\ (t) + k\,\sigma\ (y)$.

Dans cette relation $f\ (t)$ joue le rôle de partie principale, ce qui explique que la corrélation entre le caractère y et le temps t soit de même ordre qu'entre le temps t et $f\ (t)$, c'est-à-dire une corrélation très élevée entre caractère et âge.

G. Darmois (1) mettant en relation des "séries statistiques ordonnées dans le temps" conclut :

"Les valeurs prises par ces grandeurs pendant la période considérée sont des fonctions du temps représentées par des courbes tendues".

Ces considérations s'appliquent quand on envisage les relations entre deux caractères x et y, tels que :

$$\begin{cases} y = f\ (t) + k\,\sigma\ (y) \\ x = g\ (t) + l\,\sigma\ (x) \end{cases}$$

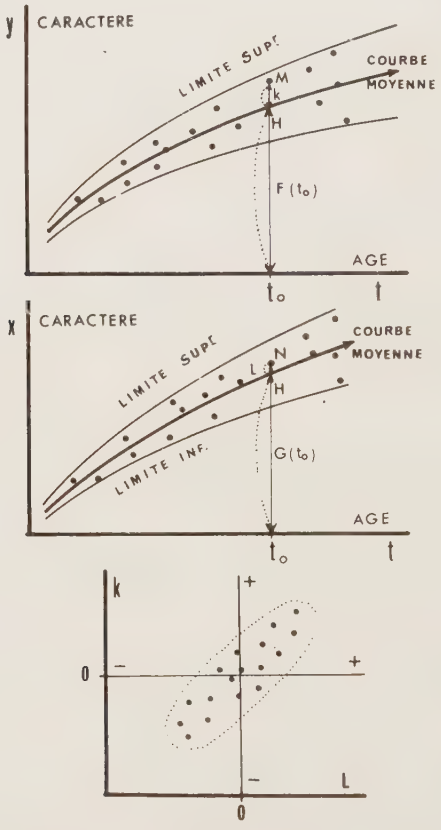
Il apparaît clairement que x et y sont toujours en corrélation par l'intermédiaire du facteur temps, ce qui masque la relation véritable (ou plutôt fonctionnelle) qui peut éventuellement exister entre x et y à temps constant, lorsqu'on élimine l'influence du temps.

La corrélation partielle est bien préférable mais pour l'obtenir on peut éliminer le temps au moyen d'un artifice assez simple. Si le nuage de corrélation entre x et y est tracé, il est possible d'indiquer la courbe moyenne et de calculer (ou même mesurer directement) les valeurs correspondant à $k\,\sigma\ (y)$ et $l\,\sigma\ (x)$. Ce sont les distances de chacun des points à cette courbe moyenne mesurée suivant la parallèle à l'un des axes.

La corrélation entre ces deux dernières valeurs aura le même

(1) G. DARMOIS (1941). - "Statistique et applications", chapitre X p. 184.

sens que la corrélation partielle à temps constant et représentera véritablement la liaison fontionnelle entre les caractères.



CORRELATION PARTIELLE ENTRE X ET Y
EN ELIMINANT L'INFLUENCE DU TEMPS

Ce procédé est d'autant plus intéressant qu'il transforme des relations ou corrélations quelquefois non linéaires en corrélations sensiblement linéaires. En effet les valeurs $k\ \sigma(y)$ et $l\ \sigma(x)$ varient dans une amplitude trop petite pour qu'elle puisse déterminer une courbure valable.

3° - *LE TEMPS, MILIEU DE LA VARIATION BIOLOGIQUE*

Au début de la croissance, la dispersion des mesures de la taille vertex-coccyx (v.-c.) autour d'une courbe moyenne idéale, paraît

relativement faible et de peu d'intérêt (1).

C'est pourtant à cette époque que la dispersion prend une importance considérable. Il se produit en effet quelques phénomènes imprévisibles dont la constatation jette un doute sur l'apparente simplicité du développement des caractères morphologiques que l'on croit soumis à l'action régulière et continue du temps.

Ce problème doit être examiné sous deux points de vue différents mais qu'il est bon d'associer, et relatifs à la variabilité inter et intra individuelle.

La variabilité inter individuelle est le problème le plus simple. Pour un âge donné plusieurs valeurs de la taille v.-c. sont possibles, de la même façon qu'à une taille donnée correspondent plusieurs valeurs probables de l'âge. Ce fait entraîne une variabilité inter individuelle parfaitement visible et consignée dans de nombreux travaux relatifs à l'embryologie.

Ainsi dans une étude sur les fentes pharyngiennes, G. Cordier et A. Delmas (2) écrivent : "L'embryon de 15,5 mm est manifestement plus âgé que l'embryon de 17,7 mm".

Théoriquement rien en fait ne s'oppose à cette constatation et les limites de variation sont ici très raisonnables.

A la réflexion cependant on peut se demander sur quel critère repose la notion de différence d'âge, de maturité, qui reste en contradiction avec celle de grandeur.

C'est ici qu'intervient le deuxième aspect du problème : la variabilité intra individuelle, mais relative exclusivement à l'aspect qualitatif. Nous avons vu précédemment que si la notion de variabilité intra individuelle doit être bannie des données quantitatives, elle prend cependant toute son importance lorsqu'on considère l'aspect morphologique.

Au début du développement embryonnaire, il se produit un décalage plus ou moins grand entre la *mesure* et *l'aspect* c'est-à-dire un

(1) Nous citons la taille vertex-coccyx car c'est la seule mesure globale mais surtout facile à mesurer et que l'on possède en grande quantité. Les données concernant les autres caractères sont malheureusement beaucoup plus rares, inexistantes même . A ce stade, seules les mesures indirectes, obtenues après reconstruction de pièces embryonnaires, sont nécessaires.

(2) CORDIER G. et DELMAS A. - (1943). - "Les fentes pharyngiennes et leurs dérivés glandulaires. Développements et anomalies". p. 15.

défaut de correspondance entre les deux. Il y a là plus qu'une opposition entre le quantitatif et le qualitatif ; et les très heureuses conceptions de Streeter (1), montrent bien ce phénomène lorsqu'on compare ses fameux horizons aux tables de correspondance entre la taille v.-c. et l'âge des embryons humains (2).

A
E. H. 22 mm
1,44 gr.

B.
E. H. 21 mm
1,26 gr.

Fig : 13 bis. Les deux embryons ci-dessus ont des valeurs très voisines, correspondant à un âge de 51 jours - On remarquera cependant le développement très différent des membres.

Embryons **A** N° : 139 **B** N° : 140 de la collection

A. DELMAS

A mesure que le temps chronologique se déroule, il se produit une inégale variation (intra individuelle) de maturité entre les diverses parties du corps ; si bien que l'on est amené à la conception de "l'hétérochronie" du corps humain chez lequel tout se passe comme si les unités anatomiques n'avaient pas exactement le même âge ; elles ne l'ont pas en effet.

Cette différence de maturité est double : apparente et réelle. Apparente car on ne peut constater de différence de maturité intra individuelle qu'en examinant des embryons différents. On ramène ainsi le problème de variabilité intra individuelle à un problème de variabilité inter individuelle.(voir fig. 13 bis).

(1) STREETER G. L. (1951). - "Developmental horizons in human embryos ; description of age groups XI to XXIII".

(2) OLIVIER G. et PINEAU H. - (1961). - "Horizons de Streeter et âge embryonnaire".

Ainsi un travail récent (1) a mis en évidence une maturité plus avancée du crâne d'un embryon de 25 mm sur un embryon de 29 mm mais par contre l'embryon de 25 mm présentait une maturité moins grande quant aux "os" du carpe, *par rapport* à l'embryon de 29 mm. Il n'est pas possible d'analyser distinctement la variabilité intra individuelle. Elle ne peut s'effectuer que par comparaison.

Cependant, la différence de maturité intra individuelle peut être réelle si l'on envisage les déplacements d'origine (du temps) dans l'apparition des différents organes. On sait que l'humérus embryonnaire par exemple apparait dès le 36° jour. C'est là une date moyenne, c'est donc qu'il existe quelques variations. Le problème qui se pose est la connaissance de l'ordre de grandeur de ces variations intra-individuelles Pour l'ensemble des diverses unités anatomiques.

Au cours de la croissance embryonnaire les différences de maturité pouvant exister entre les organes sont liées à l'action simultanée de deux phénomènes :

- un facteur d'organisation qui adapte les unitée anatomiques à leur future vie fonctionnelle, dans le sens de ce que sera en définitive l'organe considéré.

- une vitesse de croissance considérable à la même époque, et dont l'influence est d'autant plus importante que les organes n'ont pas encore atteint la phase terminale de leur développement (2).

Cette *action continue* et *déformatrice du temps* occupe une place plus restreinte pendant la période fœtale et même jusqu'à la fin de la seconde enfance. Mais elle reprend toute sa valeur au moment de la puberté. Au cours de cette période la non concordance et le décalage entre quantitatif et qualitatif sont si évidents qu'on introduit sans aucune difficulté la notion d'âge morphologique, par opposition à celle d'âge chronologique. Nous montrerons que l'action déformatrice du temps est alors prépondérante dans la formation des types morphologiques.

La difficulté de la présence et de l'action du temps est une des raisons pour lesquelles l'étude de la croissance des caractères en fonction de l'âge n'est pas toujours considérée comme des plus favorables. Ainsi G. Miranda écrit :

(1) LAMACHERE, SEYER J. et TARDIF B. (1964). - Présentation de la reconstruction du chondo-crâne d'un embryon de 29 mm.

(2) Ces actions concommittantes peuvent expliquer les variations anatomiques ainsi que les malformations. PINEAU H. (1962). - "Vitesse de croissance et malformations"

"Le problème de la prédiction de la taille n'est qu'un aspect du problème général de la prédiction d'un phénomène biologique. Les phénomènes de la croissance sont une fonction du temps, cependant le temps chronologique ne doit pas être utilisé comme une variable indépendante, d'une part parce qu'il déforme les résultats, d'autre part parce qu'il ne permet pas de faire une étude comparative de la croissance de l'homme et de l'animal d'expérience". (1)

Par contre F. Meyer envisage toujours favorablement la croissance en fonction du temps. C'est la raison pour laquelle il porte ce jugement sur les études allométriques où interviennent exclusivement les caractères entre eux :

"C'est ainsi que les belles études de Teissier sur la croissance négligent presque systématiquement d'intégrer dans les formules le facteur temps". (2)

La réponse à cette remarque paraît être donnée dans un ancien article de Reeve et Huxley :

"La formule d'allométrie simple : $y = b x^{\alpha}$ a été largement employée dans l'étude de la croissance différentielle, elle possède l'avantage d'être facilement applicable et court-circuite le facteur temps". (3)

En réalité, l'élimination de la variable explicite temps : t, n'élimine nullement la présence latente certes, mais effective du temps lui-même.

Ce point de vue semble, au premier abord, un peu paradoxal et il est nécessaire de rappeler les considérations que nous venons d'exposer ci-dessus (p. 95).

Les mesures des deux caractères que l'on met en relation sont de la forme : $y = f(t) + k\,\sigma\,(y)$; $x = g(t) + l\,\sigma\,(x)$.

Les deux fonctions du temps $f(t)$ et $g(t)$ représentent la quasi totalité des mesures, leurs parties principales.

Nous allons montrer de quelle façon interviennent ces fonctions en utilisant pour notre argumentation quelques données de Mumfort et Young (4).

(1) MIRANDA J. - (1960). - dans "Problème actuels de Pédiatrie"- La croissance de l'enfant normal au cours des trois premières années. - p. 255.

(2) MEYER F. (1954). - "Problématique de l'évolution" p. 48.

(3) REEVE E. C. R. et HUXLEY J. S. (1945). - "Some problems in the study of allometric growth" p. 153.

(4) MUMFORD A. A. et YOUNG M. (1923). - op. cit (voir page 35 de notre texte).

Ces données concernent le poids et la stature de huit groupes d'enfants dont l'âge varie de 11 à 18 ans. A chaque groupe d'âge correspond un nuage de corrélation. Sur la fig. 14 nous avons représenté ce nuage pour le groupe de 13 ans, tel qu'il pourrait se présenter dans la réalité.

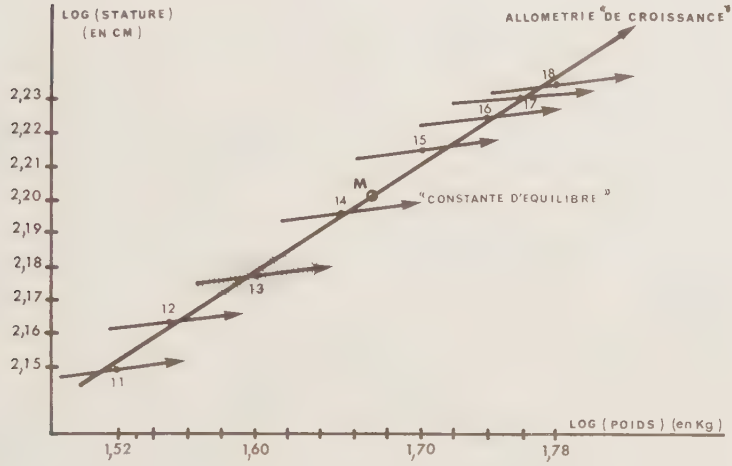


FIG. 14 RELATION ENTRE LOG(POIDS) ET LOG(TAILLE) POUR DES GROUPES D'AGE DE 11 A 18 ANS. GRAPHIQUE ETABLI D'APRES LES DONNEES NUMERIQUES DE A. MUMFORD ET M. YOUNG.

Chaque nuage peut être schématisé par la direction de son grand axe. C'est la "constante d'équilibre", dans une représentation allométrique d'où le temps est strictement exclu.

Chaque groupe d'âge est caractérisé également par son point moyen dont le numéro correspond à l'âge. L'évolution de ces points moyens, de 11 à 18 ans, est représentée par une droite que l'on peut appeler "allométrie de croissance" et qui provient précisément des deux fonctions associées $f(t)$ et $g(t)$.

Sur la figure 14, les fonctions $f(t)$ et $g(t)$ ne ressortent pas, car elles sont "sous jacentes" et il ne reste en fait que la relation entre y (stature) et x (poids) (plus précisément, entre $\log y$ et $\log x$). C'est la forme même de la relation paramétrique, qui sous-entend l'élimination du paramètre (ici le temps t), lorsqu'on veut représenter graphiquement l'évolution d'une des variables en fonction de l'autre.

De cette façon on voit la dissociation qui existe entre allométrie de croissance et constante d'équilibre. Lorsque le temps est définitivement fixé, quand il s'agit de sujets adultes dont la croissance est achevée, il serait tout à fait inexact de vouloir interpréter l'axe du nuage comme représentant *l'évolution* la plus probable de la *croissance* de la stature en fonction du poids,(ce qui ajoute une raison de plus au fait que l'on ne doit pas extrapoler la relation d'allométrie $y = A x^{\alpha}$).

Croissance individuelle et temps d'espèce

Les remarques que nous venons de proposer, concernant la croissance individuelle, seraient à rapprocher de certaines que l'on ne manque pas de formuler à propos des espèces animales.

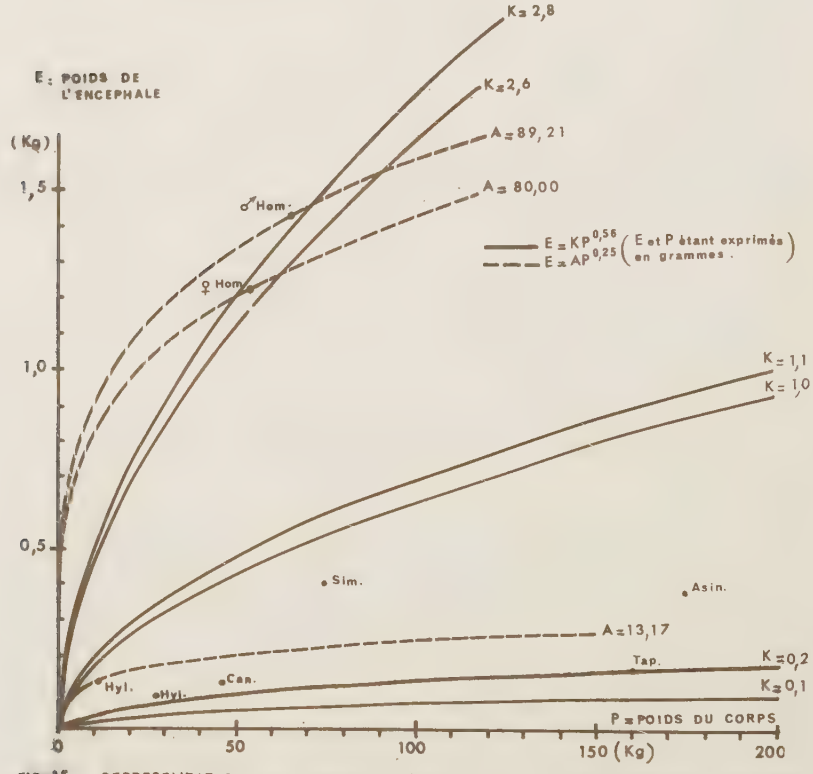


FIG. 15 REPRESENTATION DES COEFFICIENTS DE CEPHALISATION DE DUBOIS-LAPICQUE

Ces remarques, en effet, peuvent servir de base à une interprétation du Temps d'espèce, celui-ci étant le milieu dans lequel se déroule l'évolution.

Considérons, par exemple, la relation entre le poids de l'encéphale *(E)* et le poids du corps *(P)*, chez les Mammifères. (fig. 15).

On sait, depuis les travaux (1) de Snell et surtout ceux de Dubois et Lapicque que les points ne se répartissent pas au hasard.

Découpons le plan suivant les courbes allométriques $E = KP^{0,56}$, obtenues en faisant varier le paramètre K, depuis les valeurs voisines de zéro jusqu'à 2,8. Ces courbes réunissent des animaux "homologues".

En effet, c'est en 1892 que Snell chercha, le premier, une relation non linéaire entre le poids de l'encéphale et celui du corps.

En 1897, Dubois proposa la relation $E = KP^{0,56}$ où E est le poids (en grammes) de l'encéphale, P le poids (en grammes) du corps, 0,56 l'exposant de relation et K le coefficient de céphalisation.

Dubois a montré que l'exposant de relation se présente chez les Mammifères avec des valeurs remarquablement concordantes toujours voisines de 0,56.

Le coefficient K de céphalisation est déterminé par le fait que la courbe $E = KP^{0,56}$ doit passer par le point moyen reliant le poids de de l'encéphale à celui du corps.

Ainsi, pour l'homme, on peut construire sur la fig. 15 les points moyens :

1° - de l'homme (♂) ($P = 66.200$ g et $E = 1431$ g)
2° - de la femme (♀) ($P = 54.800$ g et $E = 1224$ g)

Ces données (de Dubois) déterminent le coefficient de céphalisation K qui reste la seule inconnue. Le calcul conduit à une valeur voisine de 2,82.

Sur la fig. 15 nous avons tracé la courbe $E = 2,8\ P^{0,56}$ correspondant au coefficient de céphalisation $K = 2,8$. Elle passe au voisinage des points moyens figuratifs de l'homme (♂ et ♀).

D'autre part, en 1898 et surtout en 1907 Lapicque recherche une fonction allométrique entre le poids encéphalique et le poids corporel

(1) Voir ci-dessus, aux pages 31 à 34 de notre texte, les références relatives aux travaux de SNELL, DUBOIS et LAPICQUE. On pourra consulter également quelques récents ouvrages concernant ce sujet. Citons entre autres : BOK S. T. (1959)-"Histonomy of the cerebral cortex", chap. 8, p. 233 et suiv. ainsi que LE GALLIC, op. cit. dans lequel sont commentés bien d'autres ouvrages.

parmi des individus d'une même espèce. Il aboutit à une relation dont la forme est voisine de celle de Dubois mais dont l'équation représentée par $E = A P^{0,25}$ est la loi intérieure de l'espèce. (L'exposant de relation est ici égal à 0,25).

Nous avons tracé en pointillé, à la fig. 15, les deux courbes $E = 89,21\ P^{0,25}$ et $E = 80\ P^{0,25}$ passant par les points moyens représentatifs de l'homme et de la femme et qui sont la traduction de l'équation de Lapicque.

Quelle est la signification de ces courbes ?

Les tracés en pointillé, de la forme $E = A P^{0,25}$ ***représentent la "constante d'équilibre"***, au sens précédemment défini par l'exemple illustré à la fig. 14. Nous devons signaler que cette courbe ne doit pas être utilisée dans sa totalité, mais pour une portion située seulement, de part et d'autre des points moyens. ***Ici, cette fonction traduit la relation la plus probable entre le poids de l'encéphale E et celui du corps P, chez des individus de même espèce en excluant l'influence du temps d'individu.***

On peut se demander comment se place, dans ces conditions, l'allométrie de croissance, c'est-à-dire la courbe schématisant, chez l'homme, les déplacements successifs des points moyens entre E et P, pour les groupes d'âges successifs. Nous n'avons pas représenté ces courbes qui ne seraient d'ailleurs nullement des fonctions allométriques. Mais ces tracés viendraient se situer à gauche de la courbe $E = K P^{0,56}$ (probablement entre cette courbe et $E = A P^{0,25}$).

D'après la position de cette courbe de croissance, on pourrait se demander si le coefficient de céphalisation des enfants n'est pas supérieur à celui des adultes (1).

Par analogie et par extension il est possible d'assimiler la courbe en trait plein $E = K P^{0,56}$ ***à une courbe de "croissance" mais en fonction d'un Temps très particulier : le temps d'espèce,*** parfaitement défini par Lecomte du Noüy (2).

(1) BESSIERES G. L. (1835). - dans "Introduction à l'étude philosophique de la phrénologie" p. 69 : "Une remarque qu'avait faite HALLER relativement à cette opinion, est que le cerveau étant dans l'enfance plus grand que dans la virilité, proportionnellement au volume total du corps, les enfants devraient l'emporter en intelligence sur les hommes faits. Mais cette objection de Haller n'est que spécieuse".

(2) LECOMTE DU NOUY (1936). - "Le temps et la vie" p. 237. L'auteur oppose le temps d'espèce au temps d'individu.

Le long de ces courbes, les "séries évolutives semblent orientées dans des directions déterminées", ce qui est la définition même des *orthogenèses* (1).

Si l'on examine ce point de vue d'un peu plus près, il est possible de distinguer deux formes distinctes de Temps :

- d'une part la "croissance" le long d'une même courbe $E = KP^{0,56}$ (Temps d'espèce), tel que K = constante.
- d'autre part, le passage des courbes inférieures vers les courbes supérieures (*Temps d'évolution*), traduisant une augmentation du coefficient de céphalisation.

Pour les valeurs correspondant à un coefficient élevé de céphalisation, la "croissance" - ou l'évolution - le long de ces orthogenèses a tout intérêt à s'effectuer. En effet, à un déplacement très faible du poids P du corps est associée (vers les petites valeurs) une augmentation considérable du poids de l'encéphale E ; autrement dit cette évolution est rentable.

Au contraire, le long des courbes définies par un coefficient de céphalisation très bas ($k = 0,2$ par exemple), cette évolution n'est pas rentable, bien au contraire : à une augmentation infime du poids de l'encéphale correspond une augmentation trop considérable du poids du corps. Au bout d'un certain Temps, l'espèce n'est plus viable : elle est éliminée, car cette "croissance" continuelle entraîne nécessairement un développement exagéré du poids du corps (hypertélie) par rapport à celui de l'encéphale. Un exemple frappant est celui du Tapir sur la courbe ($K = 0,2$) d'un poids total moyen de 160 kgs environ, conditionné seulement par 169 gr. d'encéphale. La figure 15 montre bien que l'augmentation pondérale de son encéphale n'est pratiquement pas possible.

Sur chaque orthogenèse il existe probablement une zone de développement privilégié correspondant à un rendement maximum, obtenu par le meilleur équilibre entre le poids de l'encéphale et celui du corps.

Il ne nous appartient pas ici de formuler une explication sur le mécanisme de l'évolution ni même sur la façon dont s'effectue le cheminement (ou la "croissance") des espèces le long de leur orthogenèse.

Toutefois on ne saurait envisager la possibilité d'un "passage" quelconque d'une courbe, correspondant à un coefficient de céphalisa-

(1). - On trouvera cette définition (rédigée par A. TETRY) dans le dictionnaire LAROUSSE en 10 volumes. Voir également du même auteur p. 30 de "Zoologie 1" dans Encyclopédie de LA PLEIADE.

tion K déterminé, vers une autre courbe.

La différenciation s'effectue, comme dans la croissance ordinaire, dans les régions voisines de l'origine, où les courbes se rejoignent toutes. Cette zone groupe les mammifères de très petites tailles. Il n'est pas impossible que la variabilité intra individuelle du poids (et peut être du développement) de l'encéphale soit de même ordre que la variabilité inter individuelle entre familles assez voisines.

Ceci concorde bien avec la fameuse théorie de la récapitulation de Haeckel (1) : l'ontogénèse n'est qu'une brève récapitulation de la phylogénèse.

Tout au moins la ressemblance, l'analogie dans le développement morphologique des embryons, est nécessitée par le voisinage très proche de l'origine, ce que Vialleton (2) après Von Baer avait fort bien observé.

Si l'on admet l'interaction même infime d'une modification pondérale (ou morphologique) de l'encéphale et du développement du soma, la constatation d'un coefficient de corrélation entre ces deux caractères possède une valeur considérable, même si cette valeur est voisine de zéro, *pourvu qu'elle soit significative* . Ainsi que le fait remarquer G. Darmois (3) "l'évolution ayant devant elle et (derrière) un temps très long, l'existence assurée d'une telle corrélation est un élément d'explication ou de prévision de premier ordre".

En définitive les temps à travers lesquels s'effectuent la croissance, et corrélativement les développements, ne sont ni de même échelle, ni de même nature. On pourrait les classer de la façon suivante :

- le temps très court du développement embryonnaire
- le temps de la croissance individuelle (du fœtus à l'adulte)
- le Temps des générations successives
- un Temps d'espèce et un Temps d'évolution

★

(1) HAECKEL R. (1866). - "Generelle Morphologie der Organismen", On pourra consulter sur cette question l'ouvrage de G. R. de BEER(1932). - Embryologie et Evolution (traduit par J. ROSTAND). chapitre I, p. 17 et suiv.

(2) VIALLETON L. (1911). - "Eléments de Morphologie des vertébrés" p. 99, p. 741 et suiv.

(3) DARMOIS G. (1934). - "Statistique et application" p. 136.

CHAPITRE DEUX

QUELQUES ASPECTS DU PROBLEME DE LA CROISSANCE HUMAINE

§ 1. - COURBE ET CYCLE DE CROISSANCE

La croissance est par définition une fonction croissante mais en pratique, cette affirmation pourrait être rapidement démentie par les faits.

Ainsi, le poids d'un enfant peut être décroissant pendant un petit intervalle de temps ; c'est la raison pour laquelle nous classons ce caractère comme *irrégulier.* Par opposition à d'autres caractères continuellement croissants et que nous appellerons *réguliers.*

Cependant il est nécessaire de dissocier les accidents locaux, passagers, de l'allure continue présentée par le phénomène. Prenons un exemple quelconque et soient (fig. 16) les points expérimentaux successifs relevés au cours de la croissance d'un caractère que nous ne préciserons pas ici.

La petite décroissance qui apparaît entre *b* et *c* ne doit pas changer l'impression ou l'aspect général de la croissance. Et, si nous avions mesuré ces valeurs en ayant choisi d'autres intervalles de temps, peut-être même que cette chute apparente aurait pu passer parfaitement inaperçue.

Cette remarque est beaucoup plus importante qu'on ne le pense. Elle reste valable aussi bien pour les courbes individuelles que pour les courbes moyennes. Dans cette dernière perspective, on sait que les études peuvent être longitudinales ou transversales. Lors du dépouille-

ment, les mesures sont groupées en classes d'âge. On détermine pour chaque classe la valeur du point moyen correspondant à la mesure moyenne du caractère. En définitive, ces valeurs moyennes sont fonction du découpage que l'on effectue, c'est-à-dire des classes toujours arbitraires et qui englobent un certain intervalle de temps. Un changement de classes (ou même d'intervalle) conduit tout naturellement à l'obtention d'autres valeurs moyennes.

Aussi nous ne pensons pas qu'il faille rechercher une très grande précision, assez souvent illusoire, soit dans le calcul des points moyens, soit dans le relevé des valeurs individuelles.

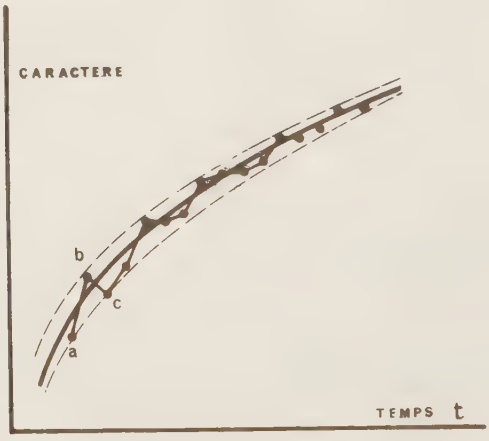


FIG. 16 CROISSANCE INDIVIDUELLE.

Le problème de la précision des mesures sera abordé au chapitre suivant. Disons cependant qu'une certaine précision reste nécessaire, mais elle intervient indirectement, dans la détermination des divers segments, lorsqu'on procède par différence des mesures.

La vue d'ensemble de la fig. 16 montre que tous les points expérimentaux peuvent etre groupés à l'intérieur de deux courbes "parallèles" (en pointillé sur notre figure) et qui constituent les limites supérieures et inférieures que l'on désigne quelquefois sous le nom de limites de sécurité Cette appellation est, dans le cas présent, parfaitement justifiée surtout pour des caractères irréguliers tels que le poids. Les chutes ne doivent pas tomber au-dessous d'une valeur qui relèverait de cas pathologiques, existant certes, mais que nous écarterons soigneusement de notre étude.

La présence des deux courbes de sécurité ne provient pas nécessairement d'une chute du caractère considéré. Ainsi pour la stature, caractère *régulier,* c'est-à-dire toujours croissant, ces deux courbes existent mais elles sont plus proches l'une de l'autre.

On est ainsi conduit à considérer une courbe moyenne, représentée à la fig. 16 par le tracé continu, placée entre les deux courbes en pointillé et qui schématise la croissance individuelle. C'est là où la notion de *courbe moyenne* prend tout son sens. Ce qui permet de distinguer :

- d'une part la courbe continue de la croissance dûe à la présence d'un facteur principal.

- d'autre part les pétites oscillations autour de cette courbe moyenne et qui proviennent de l'action de facteurs secondaires, dont la signification peut changer d'un sujet à l'autre. L'étude de ces facteurs secondaires serait certainement très intéressante et permettrait de formuler un bon diagnostic individuel, mais nous pensons que cette recherche sortirait du cadre de notre travail

1° - *INTERPRETATION DE LA CONCAVITE DES COURBES DE CROISSANCE*

Cette question a été abordée au chapitre précédent (voir p. 56), nous l examinons ici sous un tout autre aspect, celui de l'interprétation, ce qui nous conduira à la notion de cycle de croissance.

Le problème qui se pose est de savoir sous quelle forme peut se présenter une courbe individuelle de croissance. Nous précisons bien ici : une courbe moyenne idéale , schématique.

Nous désignerons plus loin cette courbe sous le nom de cycle. Mais avant il est nécessaire de décomposer ce cycle en différents segments ou arcs de courbe présentant une même concavité et qui possède un ensemble de propriétés particulières.

Nous allons examiner trois formes principales de segments de courbes :

a. - **un segment de droite** (fig. 17)

C'est la forme la plus simple de toute courbe de croissance, mais il n'existe pas de concavité.

Sur la fig. 17 on distingue trois graphiques. Le plus haut indique la traduction graphique de la courbe de croissance, ici un segment de droite. Nous ne préciserons pas le caractère étudié.

La croissance est constante, c'est-à-dire que dans un même intervalle de temps le caractère augmente d'une même quantité. Le coefficient angulaire de ce segment représente la vitesse de croissance : c'est la tangente de l'angle que forme le segment avec l'axe des temps.

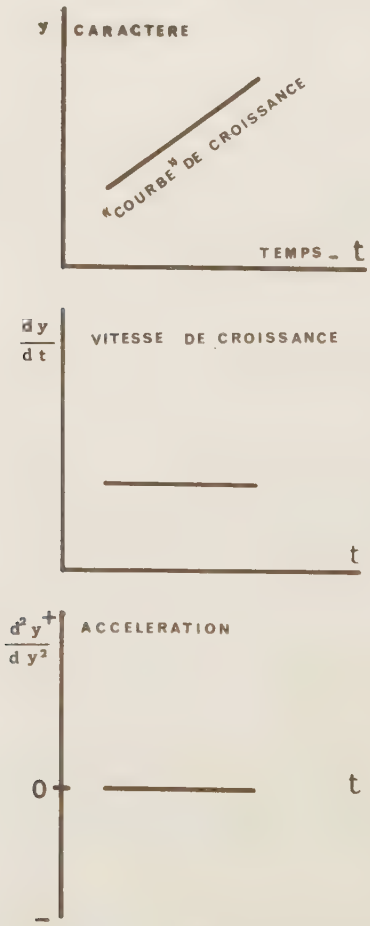


FIG. 17

La vitesse de croissance est représentée par le graphique situé immédiatement au-dessous. (fig. 17). C'est un segment de droite parallèle à l'axe des temps puisque la vitesse de croissance est constante (elle correspond à la dérivée première).

On procède de la même façon pour le troisième graphique si-

tué au-dessous, mais qui présente suivant l'axe des ordonnées des valeurs positives et négatives. Sur ce graphique est portée l'accélération ou coefficient angulaire de la vitesse de croissance qui correspond à la dérivée seconde. Ici cette accélération est constamment nulle.

Si l'on faisait tourner le segment de droite initial représentant la courbe de croissance, la vitesse de croissance s'élèverait ou s'abaisserait en restant cependant parallèle à l'axe des temps et l'accélération serait toujours nulle.

Réciproquement si l'on sait que l'accélération est nulle on en conclut immédiatement que la courbe de croissance est un segment de droite, dont on ne connaît pas la pente.

b. - **un arc de courbe dont la concavité est tournée vers l'axe représentant le caractère.** (fig. 18)

A un instant donné *t*, correspondant à l'âge du sujet, la vitesse de croissance est définie en un point de la courbe au moyen de la tangente à la courbe en ce point. Or, on voit ici que les tangentes tournent dans un certain sens quand on suit la courbe dans son développement normal. Le coefficient angulaire augmente constamment avec le temps.

Cette conséquence est indiquée à la fig. 18 par le graphique situé au-dessous de la courbe de croissance. La vitesse de croissance est une fonction croissante schématisée sur notre fig. par une large flèche en pointillé.

A une seule courbe de croissance figurant sur le graphique supérieur correspond évidemment une seule courbe de vitesse de croissance, tracée dans la flèche en pointillé, mais on ne saurait dire à priori laquelle , car tout dépend de la courbe initiale.

De plus, la courbe de croissance, qui paraît continue, peu fort bien en réalité être composée de plusieurs arcs de fonctions totalement différentes mais s'ajustant l'un à l'autre sans point anguleux et présentant une concavité commune. Mathématiquement rien ne s'y oppose.

La vitesse de croissance étant ici une fonction continuellement croissante, la pente d'une de ses tangentes quelconques (c'est-à-dire la dérivée de cette fonction) qui représente l'accélération est *une fonction positive ;* c'est la notion essentielle que l'on doit retenir : à une accélération positive correspond un arc de courbe de croissance dont la concavité est tournée vers l'axe représentatif du caractère (mais on

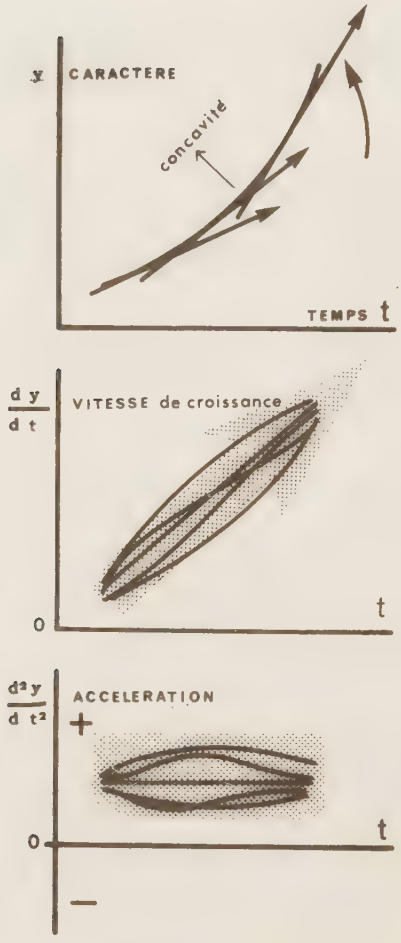


FIG. 18 COURBE DE CROISSANCE CORRESPONDANT A UNE VITESSE CROISSANTE.

ne saurait dire si cet arc de courbe est défini par une seule fonction mathématique).

c. - **un arc de courbe dont la concavité est tournée vers l'axe des temps** (fig. 19)

On pourrait répéter le même type de raisonnement qui nous a servi précédemment. A la fig. 19, la courbe de croissance est représentée au graphique supérieur. Quand on décrit cette courbe dans le

sens normal, on voit que les tangentes tournent dans le sens des aiguilles d'une montre et s'abaissent de plus en plus vers l'axe des temps. On en conclut que la vitesse de croissance diminue : elle est continuellement décroissante, ce que représente le graphique situé au-dessous (fig. 19).

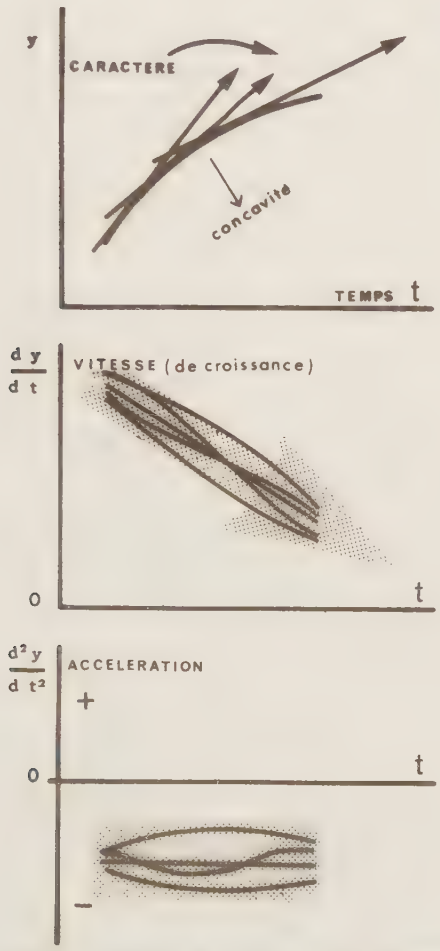


FIG 19 COURBE DE CROISSANCE CORRESPONDANT A UNE VITESSE DÉCROISSANTE.

La courbe qui traduit la vitesse de croissance est schématisée par une flèche en pointillé. Cette courbe est naturellement unique. Si nous avons tracé plusieurs arcs de courbes à l'intérieur de cette flèche, c'est pour bien préciser que nous n'attachons pas une importance excessive au tracé exact de cette courbe : nous ne cherchons pas à la déterminer pour le moment. La seule qualité requise est que sa tangente présente un coefficient angulaire constamment *négatif*. Cette dernière valeur

fournit l'accélération.

Ainsi, et réciproquement, à une accélération négative correspond une courbe de croissance dont la concavité est tournée vers l'axe des temps.

Soulignons d'autre part que cet arc de courbe pourrait très bien être représenté par un ou plusieurs segments de fonctions mathématiques différentes mais de concavités communes et qui se raccorderaient sans point anguleux (ce qui définit une sorte de continuité apparente pour la croissance).

2° - *CYCLE DE CROISSANCE*

La croissance est essentiellement un phénomène mesuré et qui chez l'homme procède par étapes. Elle prend son origine dans le développement d'un œuf, à partir d'une "impulsion" (1) dont il est difficile de définir la nature et qui correspond à une accélération de croissance essentiellement positive.

Cette accélération de croissance est représentée très schématiquement à la fig. 20 par le 3° graphique (le plus bas). On peut formuler les hypothèses suivantes : l'accélération part de l'origine tangentiellement à l'axe des temps, passe nécessairement par un maximum pour redécroître ensuite puis s'annule.

La vitesse de croissance qui en résulte est schématisée par le graphique situé au-dessus. Elle passe nécessairement par un maximum, puisque la croissance est un phénomène limité. Ce maximum correspond à la valeur nulle de l'accélération.

A une accélération positive correspond une vitesse de croissance continuellement croissante, mais surtout une courbe de croissance dont la concavité est tournée vers le caractère. C'est la première partie de la courbe en *S* avant le point d'inflexion.

Après ce point d'inflexion, l'accélération est négative. Nous ne savons pas si l'on doit ou si l'on peut attribuer un sens à cette forme

(1) Voir par exemple l'ouvrage de J. BRACHET (1944) "Embryologie chimique" p. 251."La question, fort controversée d'ailleurs, de l'énergie de croissance et de l'énergie de différenciation a été longuement discutée par RAPKINE (1928) et surtout par J. NEEDHAM (1931, 1933)".

d'accélération. Nous le pensons pas. Ici cette représentation existe mais seulement sur le plan formel. Elle reste par ailleurs d'une interprétation mathématique particulièrement commode mais elle doit être considérée comme un artefact.

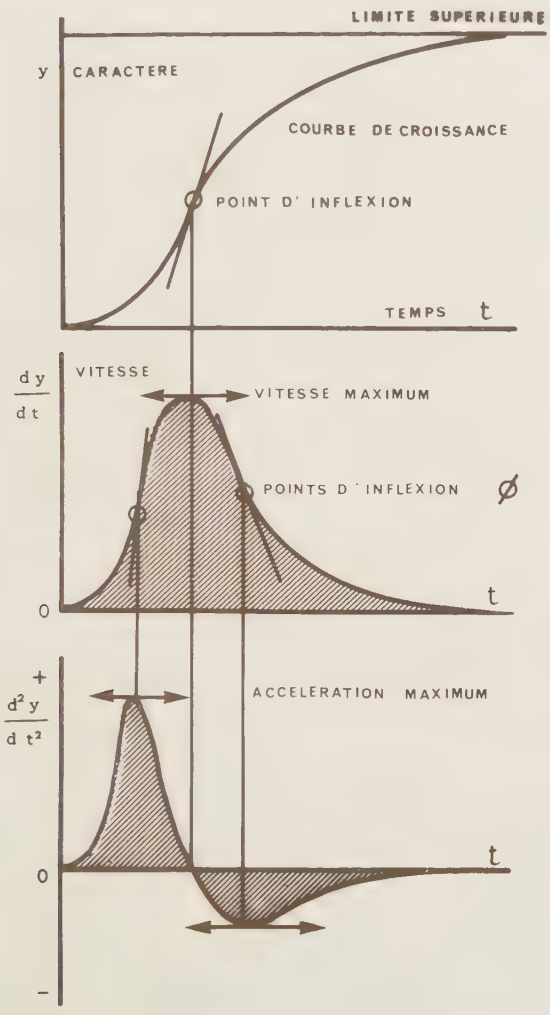


FIG 20 UN "CYCLE" DE CROISSANCE - COURBE DE CROISSANCE CORRESPONDANT A UN POINT D'INFLEXION.

Ce ne serait pas la première fois, dans les sciences humaines, que l'on ne puisse attribuer un sens à quelques résultats mathématiques négatifs (dans le domaine de la psychologie, par exemple, on ne peut donner de signification aux facteurs négatifs résultant d'une décomposition factorielle d'une batterie de tests).

Un cycle de croissance peut se définir par *l'action d'une seule accélération positive.* Elle donne naissance naturellement à la première portion de la courbe en *S*. De l'autre côté du point d'inflexion, la croissance continue certes, mais doit être envisagée dans une toute autre perspective.

Il est possible de formuler plusieurs remarques qui découlent de ces considérations. Tout d'abord il ne nous semble pas possible que l'on puisse obtenir une courbe de croissance représentée par le schéma de la fig. 21 où les concavités de la courbe sont alternativement tournées vers les axes du caractère et du temps. En effet, cette disposition implique une série d'accélérations positives, dont il faudrait définir la provenance, et que l'on ne constate pas.

FIG. 21

Cependant, au cours d'une étude longitudinale ou transversale de la croissance, on peut très bien observer le graphique représenté à la fig. 22. Comme on découpe le temps en classes d'âge, les moyennes *(m)* ne sont pas nécessairement toujours croissantes, soit parce que le nombre des sujets retenus n'est pas le même, soit pour d'autres causes. Mais enfin cette particularité est assez rare.

Par contre, ce qui l'est moins, c'est d'observer la distribution des écarts types autour de ces moyennes telles qu'elles figurent sur notre graphique. Si l'on porte classiquement les valeurs $\pm\ 2\ \sigma$ autour des points moyens, il est fréquent de voir alors la limite supérieure contre-

dire le mouvement effectué par la limite inférieure. Le résultat, statistiquement correct, reste paradoxal dans son interprétation.

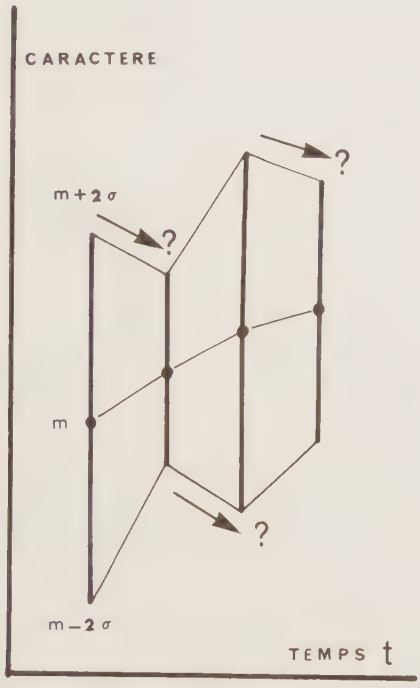


FIG. 22

Nous arrivons finalement à la description de la courbe de croissance complète d'un caractère global, la stature par exemple. Cette courbe est représentée schématiquement à la fig. 23, par le graphique supérieur.

La courbe de croissance humaine est constituée par la réunion des deux courbes en *S*, soit encore deux cycles de croissance successifs.

Le premier cycle a été décrit précédemment. Il part de l'origine et provient de l'accélération positive initiale acquise au moment de la fécondation. Toute la partie positive de cette accélération (en hachures sur notre figure) détermine la période embryonnaire. Le maximum de cette accélération se situe vers le 42° jour en âge de fécondation.

C'est également vers cette date que se produisent les malfor-

mations qui se continuent jusqu'à la fin de la croissance embryonnaire. Ces malformations résultent de l'action de deux facteurs différents : un facteur d'organisation et des vitesses de croissance considérables compte-tenu de la grandeur et du développement du sujet. De toute façon, les variations anatomiques que l'on observe dans l'organisme humain doivent relever des vitesses de croissance différentielles.

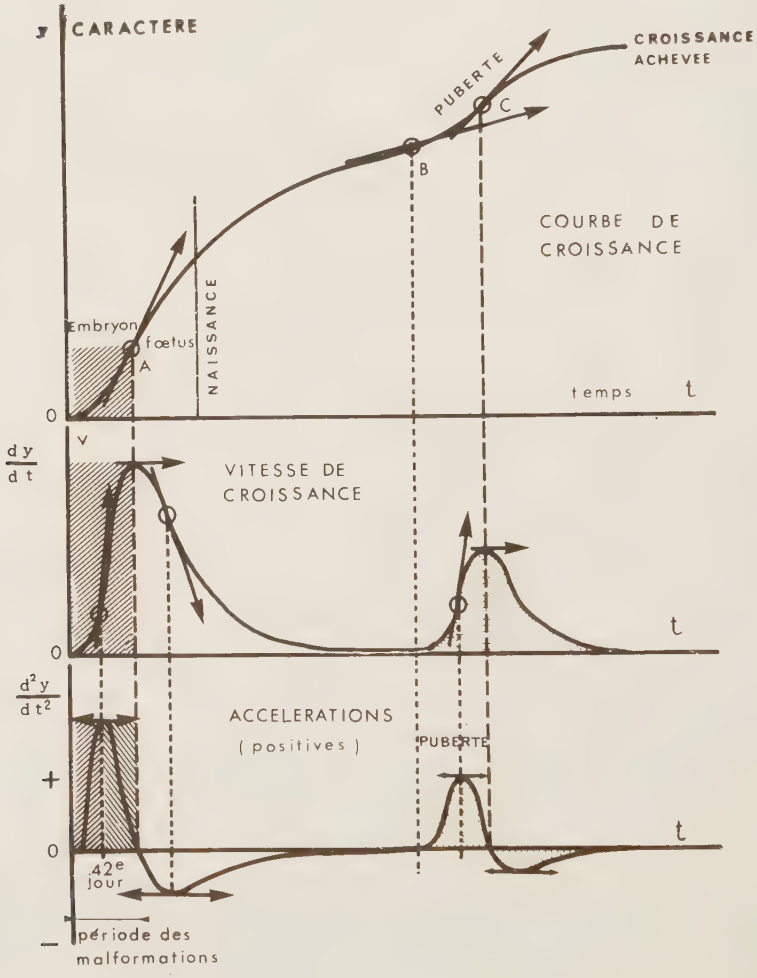


FIG 23 COURBE DE CROISSANCE HUMAINE ET SES DEUX PREMIERES DERIVEES : VITESSE ET ACCELERATION.
(les échelles ne sont pas respectées .)

Au 95° jour de fécondation, l'accélération s'annule : la vitesse de croissance est alors maximum ; sur la courbe de croissance appa-

raît le 1° point d'inflexion de la première courbe en *S* qui sépare la vie embryonnaire de la vie fœtale.

Au-delà de ce point d'inflexion la vitesse de croissance diminue de plus en plus et passe par l'époque de la naissance qui survient en moyenne vers le 280° jour, mais compté ici en âge menstruel.

Après la naissance, qui n'est pas une rupture, la croissance continue en diminuant graduellement jusqu'au moment ou intervient le deuxième cycle de croissance c'est-à-dire la puberté.

Sur la fig. 23, les deux courbes en *S* se raccordent en un point que nous avons noté *B*. Cette figure n'est pas à l'échelle car une représentation exacte est matériellement difficile voire impossible. On doit considérer cette figure comme un schéma explicatif.

La position et la détermination de ce point *(B)* sont une des considérations les plus intéressantes de la croissance humaine. Aussi nous examinerons très en détail au chapitre suivant le rôle absolument capital que joue ce point transitionnel.

Ce raccord ou ce passage entre les deux cycles est une des grandes caractéristiques de l'individu, qui va conditionner sa vie future. De plus les variations de ce point s'incrivent très probablement dans l'évolution humaine actuelle.

A mesure que la croissance se développe c'est-à-dire que l'âge augmente, la date d'apparition des points essentiels est de plus en plus sujet à variation. Quant à la position de ce point transitionnel elle varie selon le sexe, le milieu, entre des limites d'âge très considérables.

En ce point, la vitesse de croissance du premier cycle n'est pas complètement nulle mais peut devenir très faible, au moment où survient la poussée de croissance du 2° cycle. Il se produit nécessairement quelques anomalies individuelles dûes à la superposition des deux actions aussi nous ne les avons pas représentées à la fig. 23, qui est un schéma général.

Quelle est l'origine du deuxième cycle de croissance ? Très certainement une action hormonale qui déclenche la puberté en donnant naissance à une accélération positive (en pointillé sur notre figure).

Les travaux de J. Deming complétés par ceux de Israelsohn ont

bien mis en évidence l'intérêt de cette accélération. Elle marque la date d'apparition des caractères sexuels secondaires (1).

On ne manquera pas de souligner toute l'analogie qui existe entre les deux cycles de croissance, et en particulier l'apparition des troubles profonds qui surgissent pendant la période correspondant à l'accélération positive du second cycle.

De très nombreux problèmes vont se poser :

- la représentation schématique de la fig. 23 est-elle valable pour l'ensemble des caractères ?

- la présence du deuxième cycle existe-t-elle chez les sujets anormaux, atteints de gigantisme pathologique par exemple ?

- la puberté est-elle caractéristique du développement humain ? Tout au moins existe-t-elle également chez les anthropoïdes ?

- Quel rôle joue la puberté et quelle est son évolution actuelle ?

(1) On pourra consulter dans le livre de J. M TANNER l'article de W. J. ISRAELSOHN (1960) la fig. 11 p. 36 (voir également la note 1, p 26 de notre texte).

§ II - CROISSANCE INDIVIDUELLE ET COURBE MOYENNE

Dans les considérations théoriques que nous venons d'exposer ci-dessus, relatives aux courbes de croissance, nous avons attiré l'attention sur une opposition, parfois très marquée, entre la croissance individuelle et les résultats statistiques déterminant la courbe de croissance moyenne.

Ainsi, la fig. 22 concrétise cette opposition. Tous les calculs peuvent être exacts, mais dans l'interprétation du graphique les limites inférieures et supérieures, situées à la distance $\pm 2\sigma$ de la courbe moyenne, se contredisent mutuellement. Cette constatation est grave, puisque le sens de la concavité des courbes est lié à la valeur positive ou négative de l'accélération de croissance dont le signe ne saurait être lié à la taille du sujet.

Dans ce paragraphe, nous allons examiner la validité et l'intérêt d'une courbe de croissance moyenne. Mais avant, nous devons souligner toute la valeur que représente une courbe individuelle de croissance.

Il faut bien avouer, en biométrie humaine notamment, que les données numériques relevées sur un seul sujet apparaissent plus ou moins suspectes. Un sujet est souvent considéré comme un cas susceptible d'être anormal. Même dans les conditions les plus favorables les données relatives à un individu ont une portée restreinte : des mesures isolées s'avèrent généralement peu utilisables.

Il est bien évident que le nombre des sujets est un paramètre important, qui intervient à juste titre dans la solution de nombreux problèmes. Mais on doit remarquer que leur solution relève toujours du domaine de la statistique.

Or, *une courbe de croissance individuelle n'est pas un résultat statistique. Elle est ce qu'elle est, nous voulons dire par là qu'elle possède une valeur intrinsèque qui n'est pas susceptible d'être entachée d'erreurs* ou même d'imprécision comme l'est un calcul statistique dont le résultat évolue entre des limites très variables et fonction du nombre des sujets.

Ainsi, quelle confiance peut-on accorder à un coefficient de corrélation égal à 0,30 par exemple, obtenu à partir de 10 sujets alors que l'on sait parfaitement que ce même coefficient pourrait aussi bien être égal à 0,60 avec 10 autres sujets. Cette question de confiance ne se pose pas pour une courbe de croissance individuelle, laquelle représente une courbe de croissance humaine.

La stature d'un seul sujet, par contre, ne saurait refléter la taille d'une population ; dans ce cas les méthodes statistiques sont alors justifiées.

Il faut donc distinguer les deux problèmes : celui de la croissance individuelle et celui de la croissance spécifique.

C'est en identifiant des courbes de croissance individuelles semblables, ou peu s'en faut, tout au long de leur tracé que l'on donnera un sens et une très grande valeur aux courbes de croissance moyennes. En effet, dans ces conditions, la moyenne peut diminuer l'influence des facteurs secondaires, des petites fluctuations propres à chaque sujet.

Mais des précautions doivent être prises, pour savoir si le calcul d'une courbe moyenne à partir de plusieurs courbes individuelles est légitime. En particulier, on doit s'assurer que les valeurs dont on effectue la moyenne appartiennent bien à un même cycle de croissance.

Or, il existe une zone de recouvrement très large où l'on rencontre pour un même âge, des sujets appartenant aussi bien au premier cycle qu'au deuxième cycle. Les opérations statistiques sont alors dépourvues de sens biométrique.

On doit donc examiner les positions relatives des courbes de croissance individuelles entre elles.

1° - *CROISSANCE PRENATALE*

En l'absence d'études longitudinales, on ne peut formuler que des hypothèses pour comparer les courbes de croissance individuelles entre elles.

Quelles sont les données expérimentales ? Des embryons et des fœtus sur lesquels il est possible d'effectuer des mesures.

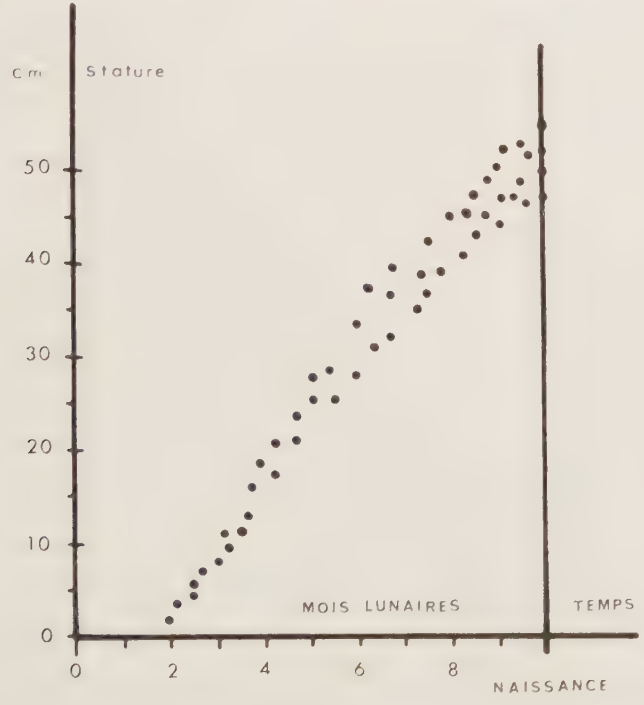


FIG. 24

Envisageons un caractère global, la stature. Ce caractère évolue, dans la période prénatale, jusqu'à 50 cm environ pour un âge compté le plus souvent en mois lunaires.

Il est possible de reporter sur un graphique les valeurs de la stature en fonction de l'âge probable de l'embryon et du fœtus, ce qui détermine un nuage de corrélation, dont la forme est assez particulière (fig. 24).

Lorsque les points deviennent de plus en plus nombreux, ils se groupent et ne se répartissent pas du tout d'une façon quelconque dans

le plan.

On peut englober tous ces points à l'intérieur de deux courbes de sécurité (fig. 25), l'une maximum, l'autre minimum et qui font apparaître une dispersion en éventail.

Pour un âge déterminé quelconque et que nous avons pris à la fig. 25 proche de huit mois lunaires, traçons une droite d'âge constant.

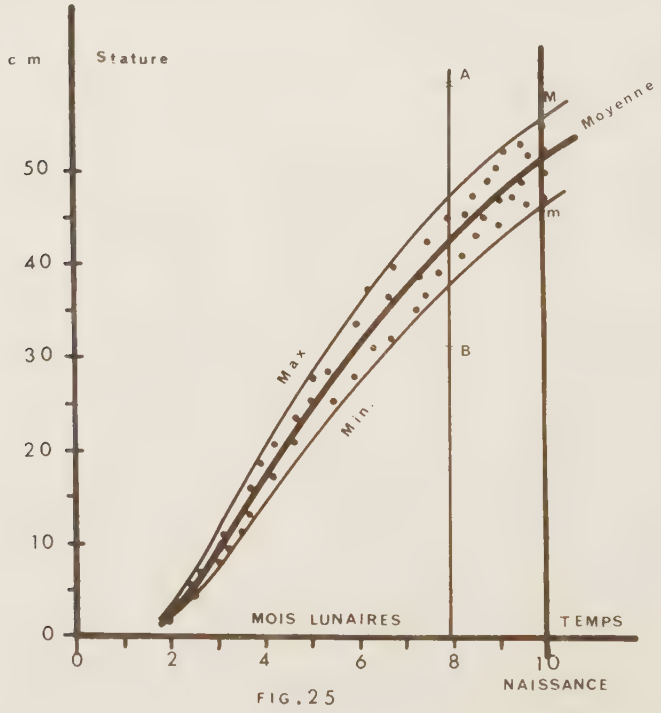


FIG. 25

Cette droite coupe le nuage suivant une zone où vont se grouper tous les sujets possédant cet âge. Leurs statures sont différentes, mais elles ne peuvent évoluer que dans une amplitude bien déterminée et malgré tout assez restreinte.

Si l'on disposait d'un assez grand nombre de ces embryons (d'âge constant) on obtiendrait, relativement à la taille, une distribution gaussienne (ou considérée comme telle) possédant une moyenne et un écart type.

La possibilité de rencontrer des sujets en dehors de l'intervalle de sécurité, par exemple en A et B de notre fig. 25, est pratiquement nulle.

A la naissance, vers 10 mois lunaires (soit 280 jours comptés en âge menstruel) il est possible de constater une telle distribution que l'on considère d'ailleurs comme gaussienne (tout au moins il est d'usage de la traiter comme telle). Ainsi, on calcule chez les nouveaux-nés la valeur moyenne de la stature (1) et on peut également relever l'amplitude $m - M$ des variations.

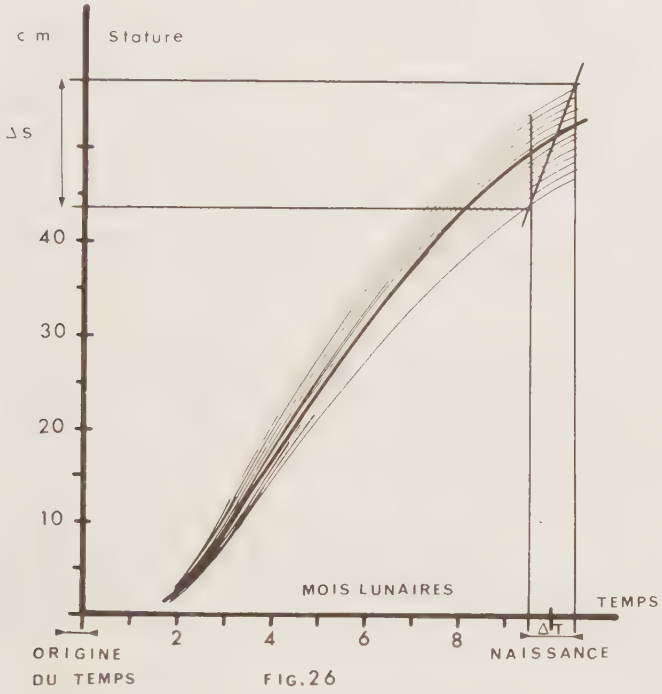


FIG.26

Plus généralement, pour trois caractères globaux :

- la taille vertex-coccyx (ou taille assis), la stature et le poids, un très grand nombre de points moyens ont été déterminés, ce qui permet de construire pour chacun des caractères leur courbe moyenne.

Une question se pose : dans quelle mesure cette courbe moyenne est-elle valable en fonction du sexe et de la race ? Sans entrer ici dans une question que nous traiterons au chapitre suivant, on doit observer que de toute façon les points individuels évoluent à l'intérieur d'un étroit canal. Et s'il existe une différence effective entre courbes moyen-

Il existe deux mesures de la stature : la longueur couchée et la hauteur debout Expérimentalement cette dernière mesure n'est pas toujours valable chez les nouveaux-nés. Voir par exemple M. SEMPE "Contribution à l'étude de la croissance somatique de l'enfant normal" Thèse Paris 1962 p. 45

nes, cette différence ne constitue pas pour le moment l'essentiel de notre travail.

Où voulons-nous en venir ? Nous pensons qu'il est légitime d'interpoler. Un sujet doit évoluer à l'intérieur de ce canal limité par les deux courbes de sécurité maximum et minimum, en décrivant une courbe "parallèle" à la courbe moyenne (fig. 26). On obtiendrait ainsi un faisceau de courbes de croissance ne se coupant pas et affectant une dispersion en éventail.

Par un point du plan (dans une zone déterminée) passe une seule courbe de croissance. Cette disposition est très importante sur le plan théorique. Elle justifie le fait que les courbes de croissance peuvent être les courbes intégrales d'équations différentielles du premier ordre.

Que se passe-t-il au moment de la naissance ? Cet évènement n'arrive pas à une date fixe : comme tous les phénomènes de la vie, la naissance possède une certaine variabilité. Elle se produit à une date qui varie entre des limites. ainsi que nous allons le voir.

Sur la fig. 26 nous avons représenté ce fait en traçant un certain intervalle de temps : T qui donne par suite une coupe du "faisceau" des courbes de croissance suivant une oblique, ce qui augmente d'autant l'amplitude de la stature : S à la naissance et, par suite, le coefficient de variabilité.

Bien que signalée, cette variabilité à été peu commentée et dans l'ensemble elle passe inaperçue.

En 1933, Waaler (1) fait paraître une étude sur le poids et la stature des nouveaux-nés des deux sexes, en fonction du temps de gestation. Les deux tableaux qui résument l'essentiel de ce travail figurent dans le livre de Krogman (2).

Nous allons commenter brièvement ces données :

a) *Chez les garçons* : la stature est comprise entre 48 et 54 cm, le poids entre 2,55 et 4,50 kgs.

(1) G. H. M. WAALER (1933). - "Uber die normale Schwangerschaftsdauer und ihre Variationen sowie über die Länge und das Gewicht des Nengeborenen". p. 56-57.
(2) W. M. KROGMAN (1941). - "Growth of Man". p. 88-89.

b) *Chez les filles :* la stature est comprise entre 47 et 53 cm, le poids varie entre 2,35 et 4,25 kgs.

Pour les deux sexes, la période de gestation varie entre 260 et 292 jours, ce qui est considérable, d'autant plus que les chiffres représentent des moyennes autour desquelles se dispersent les valeurs individuelles.

Si l'on effectue la lecture du tableau , à stature constante : 50 cm
chez les garçons : la durée de gestation varie entre 269,5 et 281,9 jours
chez les filles : " " " " 275,9 et 285,4 "
ce qui montre que pour une même stature la durée de gestation est plus élevée chez les filles.

Si l'on effectue la lecture du tableau à poids constant : 3,50 kgs
chez les garçons : la durée de gestation varie entre 277,8 et 286,2 jours
chez les filles : " " " " 276 et 285 jours
donc pour un même poids la durée de gestation est pratiquement la même chez les deux sexes.

En résumé on constate des différences dans la stature et le poids chez les nouveaux-nés des deux sexes.

Pendant toute la période prénatale, il est d'usage de relier les caractères anthropométriques (taille, poids) à l'âge du sujet sans tenir compte du sexe.

A partir de la naissance on interprète les résultats à âge constant, comme si le temps de gestation était le même pour les deux sexes. Or les différences pondérales et staturales peuvent dépendre de plusieurs causes et en particulier d'un temps différent de gestation.

2° - *CROISSANCE POSTNATALE*

C'est la croissance par excellence, de beaucoup la plus étudiée dans les recherches actuelles. Elle se distingue de la période prénatale car, sur le plan expérimental, on peut disposer des courbes de croissance individuelles.

Ainsi, une étude de Maresh et Deming (1) montre l'évolution de

(1) M. M. MARESH et J. DEMING (1939). - "The growth of the long bones in 80 infants roentgenograms versus anthropometry" (graphique de la longueur du fémur et du radius p. 93-94-95).

la croissance des os longs des membres. Ce travail porte sur 80 enfants (des deux sexes) suivis pendant une période allant de la naissance à environ 2 ans et demi. (Etude longitudinale)

Les auteurs ont utilisé les procédés radiographiques et ont publié les graphiques des courbes de croissance, tout au moins pour le fémur et le radius.

Ces courbes de croissance forment un faisceau de courbes parallèles que l'on peut englober entre deux courbes de sécurité. On peut donc en conclure que l'hypothèse d'un parallèlisme des courbes de croissance correspond bien à une réalité objective.

Toutefois l'intervalle de variation est ici trop faible pour que l'on constate une dispersion en éventail : elle n'a pas le temps matériel de se réaliser.

Il est possible dans de telles conditions d'établir une courbe de croissance moyenne, valable dans cet intervalle de temps. Ces courbes montreraient une concavité tournée, comme il se doit pendant cette période, vers l'axe des temps.

Les auteurs ont comparé l'évolution des mesures radiographiques et des études anthropométriques correspondantes. Un fait très intéressant apparaît : les mesures radiographiques donnent des coefficients de corrélation (avec le temps) très élevés, puisque compris entre 0,977 et 0,997. Au contraire, les coefficients de corrélation obtenus à partir des mesures anthropométriques sont plus faibles : ils se situent entre 0,795 et 0,896. On pourrait se demander si cette différence ne provient pas des erreurs (de mesure) qui interviendraient dans les mesures anthropométriques. Nous ne le pensons pas. La différence offerte par les coefficients de corrélation montre que les mesures anthropométriques ne mesurent pas la même chose que les mesures radiographiques. Ces dernières se rapportent au squelette (osseux) qui croît très régulièrement alors que les mesures anthropométriques englobent nécessairement des parties molles, plus variables dans le temps.

Pour les caractères globaux tels que la stature et le poids, nous ne disposons malheureusement pas de courbes de croissance individuelle d'un effectif important de sujets des deux sexes. Par contre de nombreux travaux donnent des valeurs moyennes.

Il est possible de comparer l'évolution des valeurs moyennes chez les deux sexes. Pour cela nous avons établi des courbes d'après les données numériques de Heimendinger. Ce sont d'abord des valeurs

de la stature moyenne chez des garçons et des filles d'Allemagne. L'âge varie de la naissance à 18 ans. (fig. 27)

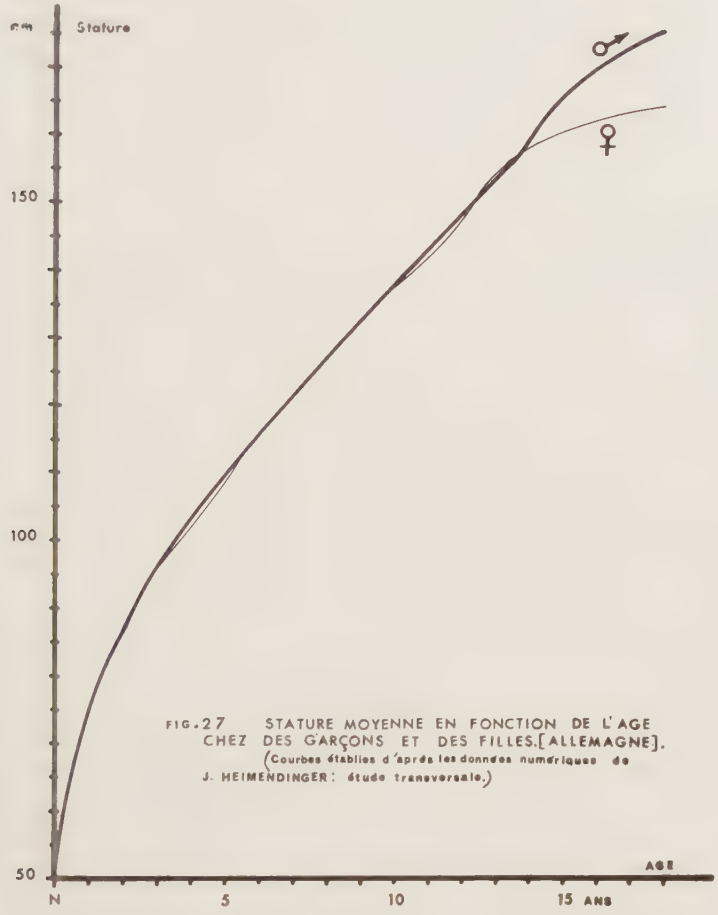


FIG. 27 STATURE MOYENNE EN FONCTION DE L'AGE CHEZ DES GARÇONS ET DES FILLES. [ALLEMAGNE]. (Courbes établies d'après les données numériques de J. HEIMENDINGER : étude transversale.)

Qu'observe-t-on ? Une très bonne concordance des deux courbes (garçons et filles) de la naissance jusque vers 10 ans. Pendant toute cette période en effet, les deux traits se recouvrent sensiblement et il est même impossible de les distinguer.

Au delà de 10 ans par contre, la puberté s'amorçant chez les filles plus tôt que chez les garçons, celles-ci vont décrire une courbe en *S* (très peu prononcée car ce sont des valeurs moyennes) et qui coupent *deux fois* la courbe de croissance des garçons. Ce fait montre qu'il y a lieu de séparer les deux parties : la croissance avant la puberté et la croissance pendant la puberté. Observons d'autre part que, jusqu'à

10 ans, la concavité des courbes de croissance de la stature est bien tournée vers l'axe des temps.

On pourrait se demander si cette disposition des courbes de croissance entre garçons et filles obtenue avec la stature, reste valable pour un autre caractère Nous avons choisi comme exemple la taille assis et nous avons établi des courbes à partir des données numériques empruntées au même auteur . Heimendinger. (fig: 28)

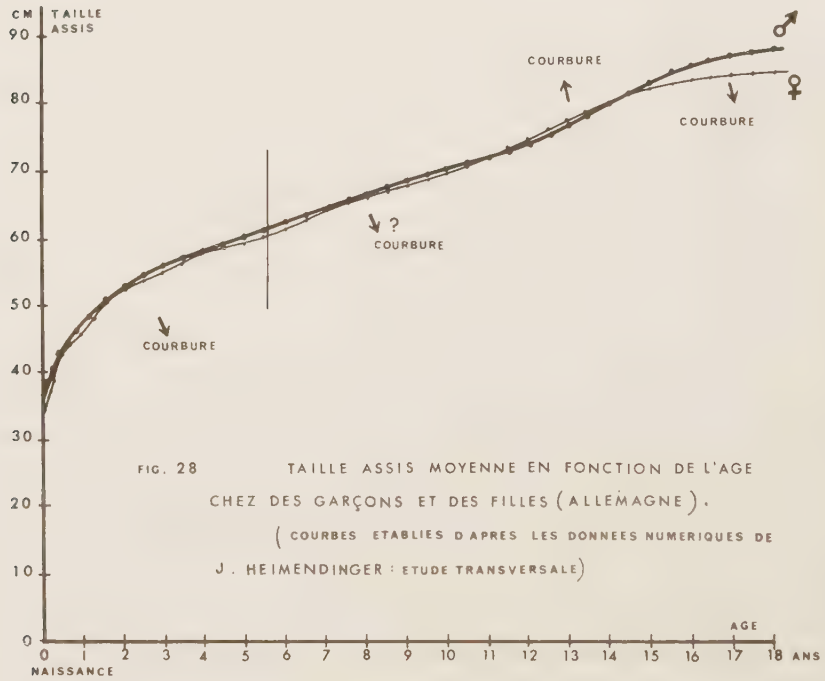


FIG. 28 TAILLE ASSIS MOYENNE EN FONCTION DE L'AGE CHEZ DES GARÇONS ET DES FILLES (ALLEMAGNE). (COURBES ETABLIES D'APRES LES DONNEES NUMERIQUES DE J. HEIMENDINGER : ETUDE TRANSVERSALE)

On retrouve bien, dans l'ensemble, les mêmes remarques que nous avons formulées avec la stature. De la naissance à 11 ans les deux courbes (garçons et filles) sont très voisines, mais on peut les suivre séparément cependant. Par contre si la courbure est bien marquée de la naissance à 6 ans, la concavité de ces courbes pour la période comprise entre 6 et 11 ans est assez douteuse. Il y a là une superposition de plusieurs phénomènes distincts : la croissance des membres inférieurs n'est pas la même que la croissance du tronc et d'autre part les courbes sont ici des courbes moyennes. (1).

(1) J. HEIMENDINGER (1958). - "Die Ergebnisse von Körpermessungen an 5000 Basler Kindern von P bis 18 Jahren". Tables 2 (garçons) et 3 (filles).

Il est possible que l'étude des courbes individuelles de croissance montre une dissociation. Des groupements peuvent déjà se former et donner naissance aux deux tendances longiligne et bréviligne. Dans ces conditions l'établissement d'une courbe moyenne n'est pas tout à fait valable. Malheureusement en l'absence de données individuelles nous ne pouvons formuler ici que des hypothèses.

La contribution de F. Boas

En 1932, Franz Boas (1) publie une très originale et importante étude semi-longitudinale sur la croissance des adolescents des deux sexes, élèves de City College.

Nous rappellerons ici l'essentiel des données de ce travail, qui nous serviront pour expliquer notre conception de la croissance ; elles sont contenues dans six tableaux.

a) - *Croissance des garçons :* (tableaux 17 d, 17 e et e suite)(1).

Les âges sont compris entre 12 et 20 ans et varient avec un intervalle de 1 an .

Le premier tableau (17 d) est établi selon la grandeur de la stature à 13 ans. Cette stature a été découpée par l'auteur en bandes ou intervalles de 5 cm (plus exactement 4,9 cm par suite des limites de classe). Les valeurs moyennes de la stature sont seules reportées dans ce tableau ; elles varient de 5 en 5 cm soit de 132,5 cm à 167,5 cm.

A l'intérieur de ce premier découpage une *sériation a été effectuée en retenant comme critère : l'âge au cours duquel les garçons ont eu leur croissance maximum.*

Les deux premières lignes du tableau correspondent aux garçons dont la stature à 13 ans *a été* comprise entre 130 et 134,9 cm. Ils ont été sériés en deux groupes (soit deux lignes horizontales du tableau) :

- Ceux dont la vitesse de croissance *a été* maximum entre 14 et 15 ans.
- Ceux dont la vitesse de croissance *a été* maximum entre 15 et 16 ans.

(1) F. BOAS (1932). - "Studies in growth". Les tableaux 17 d, e et e suite figurent aux pages 342 à 344 et sont relatifs aux garçons. Les filles figurent aux tableaux 17 a, b, c, p. 339 à 341.

Les trois lignes suivantes correspondent aux garçons dont la stature à 13 ans a été comprise entre 135 et 139,9 cm. Ils ont été sériés en trois groupes :

- ceux dont la vitesse de croissance *a été* maximum entre 13 et 14 ans
- " " " " " " " " 14 et 15 ans
- " " " " " " " " 15 et 16 ans

Le tableau se termine par les garçons dont la stature à 13 ans était comprise entre 165 et 170 cm. Ils sont sériés en deux groupes correspondant à la vitesse de croissance maximum atteinte pour les uns entre 13 et 14 ans, pour les autres entre 14 et 15 ans.

Le deuxième tableau (17 e) et (17 e suite) est établi selon la grandeur de la stature à 17 ans. Cette stature a été découpée par l'auteur en intervalle de 5 cm. Seules les valeurs moyennes sont reportées dans le tableau ; elles varient de 5 en 5 cm soit de 147,5 à 187,5 cm. Comme au tableau précédent, une *sériation a été effectuée en prenant comme critère l'âge de la croissance maximum.*

L'intérêt capital présenté par l'étude de Boas provient du fait que ce travail est rétrospectif. Les données ont été sériées d'après un critère qui nous semble fondamental : l'âge de la croissance maximum.

A partir de ces données nous avons tracé pour les garçons deux graphiques (fig. 29 et 30), que Boas n'a pas construit ce qui est dommage, car ils lui auraient permis de dégager une notion capitale qui paraît lui avoir échappé.

- Premier graphique (fig. 29) : *Evolution de la stature par groupes de garçons ayant eu leur vitesse de croissance maximum à 13-14 ans.*

Nous avons relevé au tableau 17 d les valeurs de la stature correspondant à cette accélération de croissance maximum et indiqué marginalement (à gauche) par Boas.

Ainsi la troisième ligne horizontale du tableau donne les valeurs moyennes suivantes :

à 12 ans, un sujet avait une stature de 132,5 cm. A 14 ans, 4 sujets avaient une stature moyenne de 137,5 cm. Ces mêmes quatre sujets avaient 148,7 cm à 14 ans ; puis 154,4 cm à 15 ans ; 157,9 cm à 16 ans et enfin 159,9 cm à 17 ans. A 18 ans deux d'entre eux seulement restent et ont 159,8 cm. A 19 et 20 ans un seul reste avec 159 et 159,3 cm.

Ces données nous permettent de tracer sur la fig. 29 la courbe

de croissance la plus basse, passant par les points A et C. Le léger fléchissement que l'on observe après C provient du fait que, dans l'étude semi-longitudinale, le nombre des enfants retenu va en diminuant.

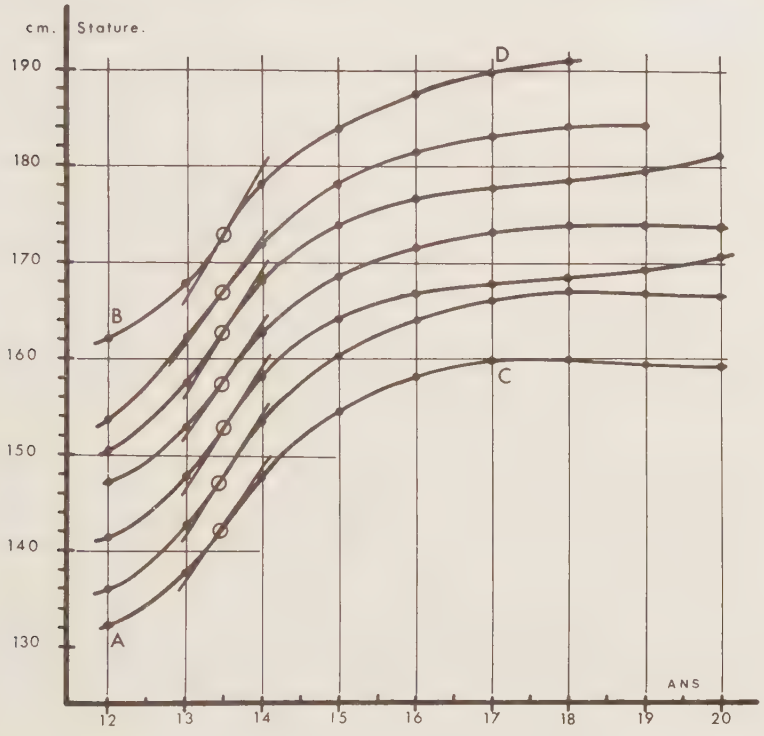


Fig. 29 EVOLUTION DE LA STATURE PAR GROUPES DE GARÇONS AYANT EU LEUR VITESSE DE CROISSANCE MAXIMUM A 13-14 ANS.
(FIGURE CONSTRUITE D'APRES LES DONNEES NUMERIQUES DE BOAS : ETUDE SEMI-LONGITUDINALE)

De cette façon nous avons pu tracer 7 courbes de croissance représentant l'évolution des garçons ayant eu leur vitesse de croissance maximum au même âge 13-14 ans. Ce fait apparaît de façon évidente à la fig. 29 et correspond à une position inchangée de la date du point d'inflexion (c'est-à-dire l'endroit où la courbe de croissance change sa concavité).

Dans la partie centrale les courbes de croissance moyennes sont obtenues avec 25 sujets environ. La courbe la plus haute, allant de B en D se termine à 191,1 cm avec un sujet.

Il est tout à fait remarquable de constater que les 7 courbes de croissance représentées à la fig. 29 sont *parallèles*. En effet la distance A B, relevée sur le graphique, se conserve tout au long de la crois-

sance et elle est égale à la distance C D. *Ainsi la dispersion en éventail n'existe plus. Cette disposition entraîne le fait que la variabilité de la stature doit rester constante aux différents âges lorsque les courbes sont sériées d'après leur vitesse de croissance maximum au même âge* (1).

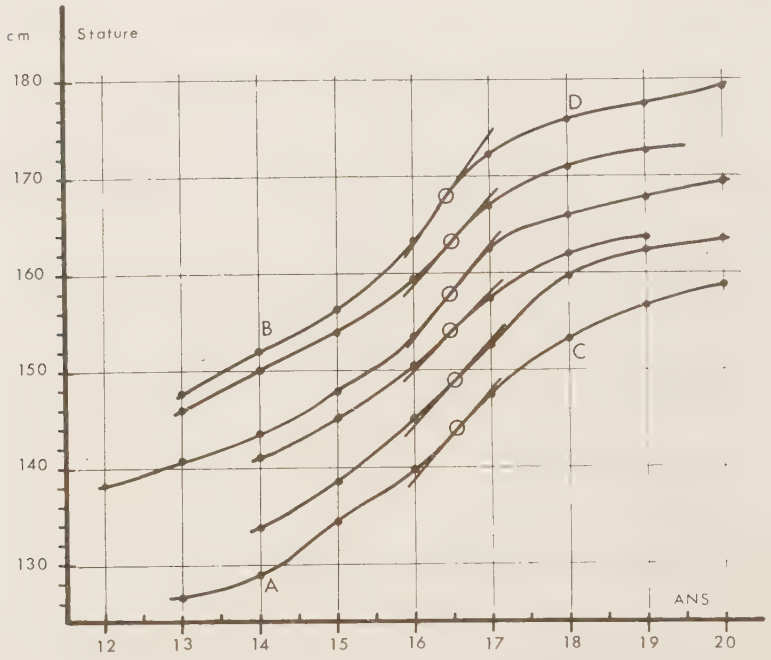


Fig. 30 EVOLUTION DE LA STATURE PAR GROUPES DE GARÇONS AYANT EU LEUR VITESSE DE CROISSANCE MAXIMUM A 16-17ANS

(FIGURE CONSTRUITE D'APRES LES DONNEES NUMERIQUES DE BOAS ETUDE SEMI-LONGITUDINALE)

Il y a lieu de mettre ce fait en relation avec la sériation obtenue à partir des critères qualitatifs au moment de la puberté. En effet, si l'on classe les garçons d'après leur âge morphologique, correspondant à un même stade pubertaire on sait que la variabilité de la stature est alors minimum.

On peut en conclure que l'évolution pubertaire chez les garçons dont la vitesse de croissance maximum a lieu au même âge s'effectue de la même façon, et *indépendamment de leur stature.*

Si les enfants, dont les courbes de croissance sont tracées à

(1) BOAS avait très bien observé ce détail important, et repris depuis par de nombreux auteurs. Dans son résumé et à la conclusion n° 9 BOAS écrit : "Le maximum de variabilité de la stature, pendant l'adolescence, disparaît dans les groupes ayant eu à la même époque leur maximum de rapport de croissance" (p. 350).

la fig. 29, avaient été suivis d'après leurs caractères sexuels secondaires déterminant leur stade pubertaire (de Godin par exemple), il y aurait tout lieu de croire que ces enfants auraient présenté une évolution pubertaire parallèle, tout comme leur courbe de croissance. Ce fait n'est au fond que la traduction de certains travaux antérieurs développés par Deming puis Israelsohn (1). Malheureusement une telle enquête n'a pas encore été réalisée, et elle reste à faire. Elle montre tout l'intérêt d'associer les caractères qualitatifs et quantitatifs.

- Deuxième graphique (fig. 30) *Evolution de la stature par groupes de garçons ayant eu leur vitesse de croissance maximum à 16-17 ans.*

Nous avons procédé comme précédemment. Nous avons relevé aux tableaux 17 e et 17 e suite les valeurs de la stature correspondant à cette accélération de croissance maximum, indiquée marginalement par Boas.

Ces données nous permettent de tracer (fig. 30) 6 courbes de croissance. La plus basse passe par les points A et C, la plus haute par les points B et D.

Les six courbes de croissance tracées à la fig. 30 sont sensiblement parallèles, un peu moins peut-être que les courbes figurant au graphique précédent (fig. 29), sans doute parce que la puberté de ces garçons s'est effectuée beaucoup plus tard.

On peut constater le parallélisme des courbes en mesurant la différence de taille correspondant à l'intervalle de stature : A B, relevé à l'âge de 14 ans entre la plus petite et la plus grande taille, soit 23 cm, cette différence de taille se conserve pratiquement tout au long des deux courbes extrêmes et se retrouve bien à 18 ans, en C D.

De la même façon nous avons construit les graphiques montrant l'évolution des courbes de croissance pour lesquelles la vitesse maximum se produit entre 14 et 15 ans puis entre 15 et 16 ans. Les courbes elles aussi sont également parallèles.

Des remarques doivent être formulées à partir de ces graphiques. Certaines ont été énoncées par Boas mais avec un tout autre esprit et une toute autre intention car cet auteur étudiait surtout l'influence de l'hérédité et du milieu environnant sur la croissance.

(1) W. J. ISRAELSOHN (1960) "Description and modes of analysis of human growth" dans le livre de TANNER : "Human Growth" p. 36 fig. 11. L'article renvoie au travail de J. DEMING (1957).

C'est ici que se pose un des problèmes les plus importants pour cette période de la croissance concernant le deuxième cycle : les courbes moyennes ont-elles un sens ?

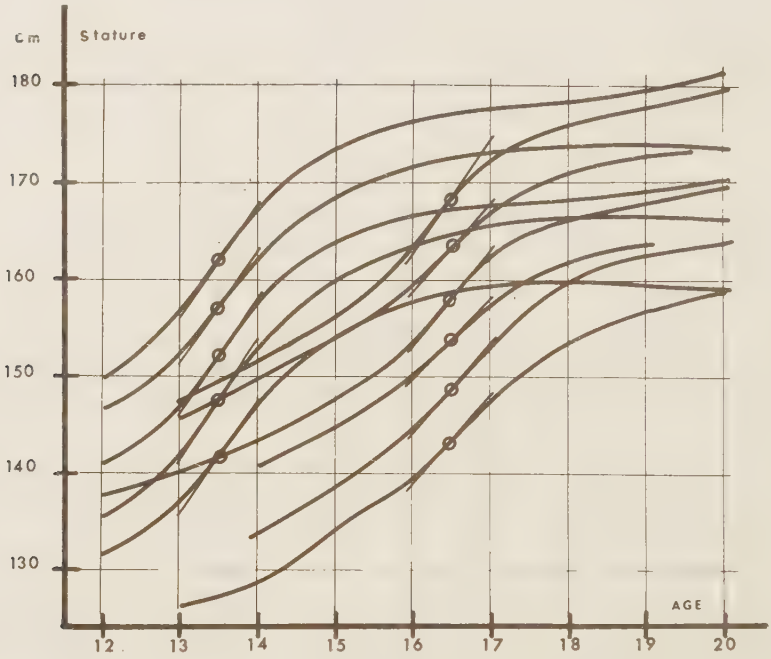


FIG.31 SUPERPOSITION DES DEUX GRAPHIQUES 29 ET 30.

(EVOLUTION DE LA STATURE PAR GROUPES DE GARÇONS AYANT EU LEUR VITESSE DE CROISSANCE MAXIMUM A 13 _ 14 ANS ET A 16 _ 17 ANS. FIG. CONSTRUITE D'APRES LES DONNEES NUMERIQUES DE BOAS : ETUDE SEMI_LONGITUDINALE.)

Si nous reportons sur un même graphique (fig. 31) les courbes de croissance tracées aux fig. 29 et 30, on obtient alors un écheveau absolument inextricable car tout parallélisme disparaît et les courbes emmêlées se recoupent plusieurs fois. Et encore, nous n'avons pas représenté sur cette figure les courbes pour lesquelles la vitesse de croissance est maximum à 14-15 et 15-16 ans. Mais on peut imaginer le spectacle !

Dans ces conditions le calcul et l'établissement de courbes moyennes de croissance est ici non seulement dépourvu d'intérêt mais encore de valeur biométrique. C'est une faute très grave que de mélanger soit des cycles de croissance, soit des portions de cycles non comparables.

A 12 ans la fig. 31 montre que l'on peut rencontrer des enfants qui évoluent encore sur le premier cycle : ceux dont la puberté aura lieu beaucoup plus tard, à 16-17 ans, et des enfants qui amorcent leur

deuxième cycle et vont avoir leur vitesse de croissance maximum à 13-14 ans.

D'une autre façon, si à 17 ans (fig. 31) on élève une droite parallèle à la stature, donc à âge constant, on rencontre des garçons en pleine croissance, non stabilisée, et des garçons dont la croissance est pratiquement achevée.

2° - *croissance des filles* (tabl. 17 a, b, c, de Boas).

Les âges s'échelonnent entre 6 et 17 ans avec un intervalle de un an. Les filles sont classées d'après la grandeur de leur stature à 8 ans (tabl. 17 a) à 10 ans (tabl. 17 b) et à 17 ans (tabl. 17 c).

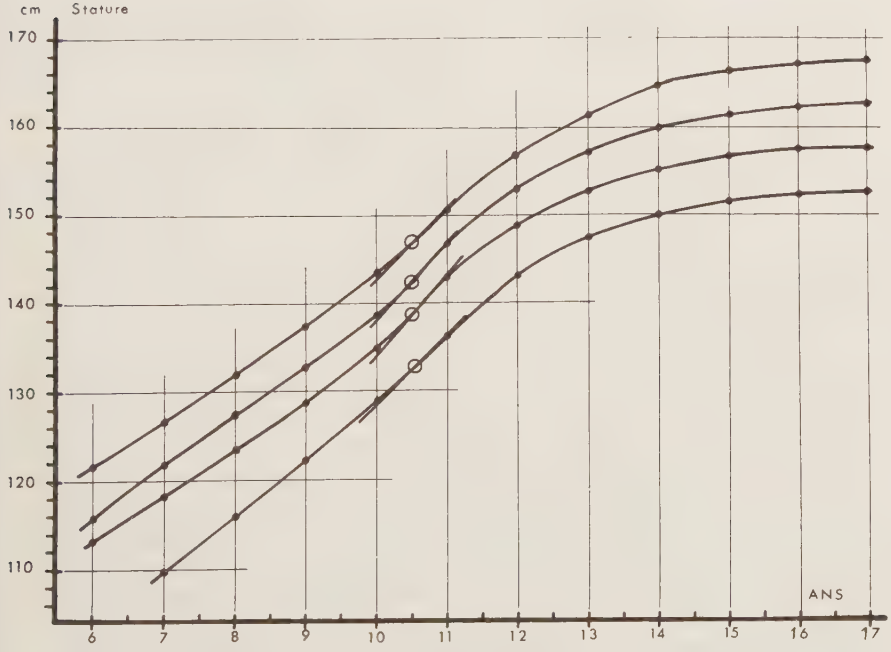


FIG. 32 EVOLUTION DE LA STATURE PAR GROUPES DE FILLES AYANT EU LEUR VITESSE DE CROISSANCE MAXIMUM A 10-11 ANS.

(FIGURE CONSTRUITE D'APRES LES DONNEES NUMERIQUES DE BOAS : ETUDE SEMI-LONGITUDINALE)

Une sériation beaucoup plus importante et qui rend l'étude en tous points comparable à celle des garçons est l'âge de la vitesse de croissance maximum.

Nous avons représenté graphiquement l'évolution de la stature par groupes de filles ayant eu leur vitesse de croissance maximum à 10-

11 ans, à partir des données numériques de Boas, et en empruntant ces données indifféremment aux trois tableaux. Les courbes de croissance sont bien parallèles. (fig. 32).

De la même façon, la fig. 33 montre l'évolution de la stature par groupes de filles ayant eu leur vitesse de croissance maximum à 13-14 ans.

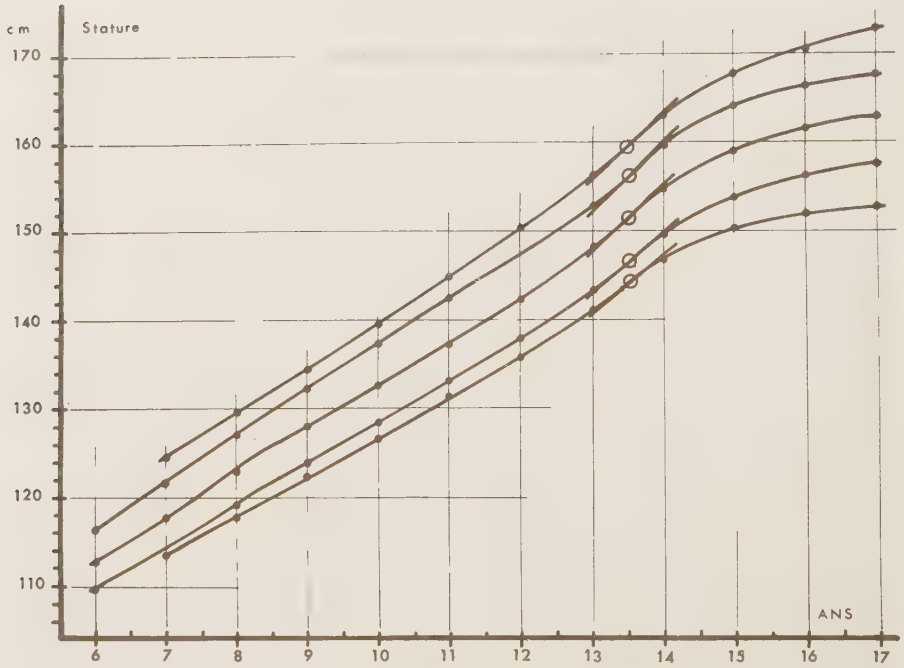


FIG. 33 EVOLUTION DE LA STATURE PAR GROUPES DE FILLES AYANT EU LEUR VITESSE DE CROISSANCE MAXIMUM A 13-14 ANS

(figure construite d'après les données numériques de Boas: étude semi-longitudinale.)

Les conclusions que l'on peut déduire de ces deux graphiques sont les mêmes que pour les garçons. Cependant, il existe des différences entre la croissance des garçons et des filles : la courbe en S est beaucoup plus réduite chez les filles, en particulier on observe une légère concavité tournée vers l'axe de la stature, à peine marquée avant le point d'inflexion, alors que chez les garçons cette première partie de la courbe en S, avant le point d'inflexion est bien marquée.

Si nous avions mélangé sur un même graphique les courbes de croissance tracées aux fig. 32 et 33 on aurait obtenu des courbes parallèles jusqu'à 9 ans parce qu'elles correspondent au premier cycle. Par

contre les courbes appartenant au deuxième cycle formeraient un écheveau inextricable de courbes de croissance se recoupant plusieurs fois.

Les remarques que l'on peut formuler découlent de la loi suite :

- *Les courbes de croissance* (postnatale) *ayant leur vitesse de croissance maximum au même âge sont parallèles.* Cette croissance maximum correspond au point d'inflexion de la courbe en S du deuxième cycle.

Le parallélisme des courbes permet de prévoir la stature future d'un sujet bien avant le moment où s'effectue la puberté. Il suffit de déterminer à l'avance le moment où va s'amorcer le deuxième cycle. Si l'on peut prévoir le raccord entre le premier et le second cycle, il suffit d'ajouter alors une valeur sensiblement constante pour obtenir la stature du sujet futur.

Naturellement il reste à refaire de très nombreuses enquêtes pour déterminer d'une part si les lois de croissance obtenues à partir des données de Boas sont valables actuellement. Nous ne doutons pas du parallélisme des courbes de croissance correspondant à une vitesse de croissance maximum, mais il est très probable que cette position du point d'inflexion évolue dans le Temps au cours des générations successives, ce qui correspond à un déplacement de l'âge de la puberté.

Il reste enfin à construire et à vérifier le parallélisme de telles courbes avec des caractères autres que la stature. Tout un ensemble de caractères anthropométriques devraient être étudiés chez les garçons et chez les filles. Probablement que, pour un même sujet, la position du point d'inflexion correspondant au maximum de vitesse de croissance, ne se trouve pas nécessairement au même âge pour l'ensemble des caractères anthropométriques. Il doit exister une dissociation plus marquée entre les caractères longitudinaux et les caractères transverses. Une telle étude doit apporter des résultats intéressants dans la compréhension et l'explication de la constitution des types morphologiques. Malheureusement en l'absence de données individuelles nous ne pouvons faire que des hypothèses. De toute façon ces problèmes vont être examinés au chapitre suivant concernant la puberté.

§ III - APPLICATIONS

1° - *CROISSANCE ET PUBERTE*

Dans un de ses ouvrages consacré principalement à la puberté, Paul Godin pose la question : "*Qu'est-ce que la puberté ?*" (1).

Faisant observer plaisamment que le qualificatif de prépubère "peut avec autant de raison être attribué à toute la période de croissance qui s'étend entre la naissance et la puberté" l'auteur conclut :

"La puberté est cette phase de la croissance où le germen mûr provoque une nouvelle élaboration embryonnaire du soma afin de la mûrir à son tour, et de parfaire ainsi la fonction de reproduction". (2).

Prise à la lettre, cette définition de Godin peut surprendre. Tout d'abord un élément de premier ordre, la puberté, est introduit dans une étude restée jusqu'alors quantitative. Est-ce à dire que la puberté n'est pas un caractère quantitatif ? Il y aurait lieu de bien préciser la nature de cet élément.

On pourrait envisager de classer la puberté parmi les caractères qualificatifs. Mais elle ne répond pas tout à fait à leur définition de base. Si un caractère descriptif est un acte de reconnaissance portant sur un point précis, permettant un dénombrement indiscutable, rien ne saurait être plus utile, en l'occurence, que de bien spécifier l'acte de reconnaissance discriminatif de la puberté. Or ces caractères sont multiples, pas toujours bien déterminés et souvent sujets à caution.

On pourrait envisager, tout aussi bien, de classer la puberté avec les caractères quantitatifs mais cette détermination dépend beau-

(1) P. GODIN (1913). "La croissance pendant l'âge scolaire". p. 79.
(2) " " id. " " p. 78 - 79 et 81.

coup de la nature des caractères étudiés, c'est-à-dire de la discipline. Elle peut être possible si on utilise des mesures physiologiques ou biochimiques. En morphologie, de nombreuses recherches ont été effectuées, par Godin lui-même ; elles consistent à trouver la meilleure détermination linéaire, plus ou moins pondérée, de quelques caractères anthropologiques qui se révèleront alors comme déterminants.

Cette recherche se heurte à de nombreuses difficultés qui apparaitront immédiatement sur l'exemple fourni par Godin et relatif à la croissance de deux jumeaux : "Ils avaient une stature égale et leur poids était très voisin ainsi que la circonférence de leur thorax. Quelle combinaison de ces trois mesures était capable de renseigner sur la valeur physique de ces jeunes gens ?". (1).

Cette observation ne doit pas être considérée comme un fait isolé. Il ne faut pas oublier que, si une combinaison peut déceler en moyenne la "valeur physique" d'une population, l'individu y échappe. S'il existe des problèmes qui méritent d'être traités dans leur ensemble et d'après les résultats de valeurs moyennes, d'autres bien au contraire, doivent rester particulièrement individuels.

Mais la clef de ce problème est founie par Godin lui-même qui observe, sans en souligner toute l'importance, que les proportions de ces deux jumeaux n'étaient pas les mêmes, l'un ayant encore des "*proportions prépubères*". (2).

Cette remarque doit être envisagée sous deux points de vue différents.

- d'une part, la hauteur du buste joue un rôle fondamental dans le déclenchement de la puberté. Ceci a été montré dans un récent travail de Mme M. Pineau (3). Quelques caractères anthropométriques sont effectivement déterminants dans l'apparition de la puberté, principalement le poids et la hauteur du buste. Tout se passe comme si l'individu, pour être pubère, devait entrer dans un "format" déterminé. Les mesures des adultes sont évidemment variables mais dans une amplitude qui caractérise d'ailleurs plus ou moins une population. Au cours de la croissance, un sujet peut atteindre graduellement ces intervalles. Cependant il ne peut être pubère s'il ne rentre pas dans *l'ensemble* de la variation admise. Il existe toutefois des exceptions pathologiques ou des exemples qui montreraient plutôt la mauvaise "classification" d'un

(1) P. GODIN. (1913) - op. cit. p. 101.
(2) P. GODIN. - idº p. 102.
(3) M. PINEAU. (1963) - "Corrélations du stade pubertaire et de l'âge avec les caractères anthropométriques chez les garçons" - Biotyp. nº 1 - 2. p. 42 - 46 et 58

sujet qui n'appartient peut être pas toujours véritablement au groupe auquel on le rapporte.

- d'autre part, la stature est en réalité une mesure composite et il est curieux de constater que, si deux jumeaux ont effectivement la même stature, par contre celle-ci se décompose en segments de longueur différentes, ce qui a un profond retentissement sur le comportement pubertaire du sujet.

La puberté apparaît comme un état potentiel qui se manifeste indirectement avec la présence visible de caractères qualitatifs et quantitatifs, mais aussi par l'action beaucoup moins perceptible de caractères biochimiques et physiologiques.

Aussi est-il préférable de définir la puberté comme la manifestation de l'ensemble des phénomènes morphologiques, physiologiques et psychologiques qui se déroulent au cours du deuxième cycle de la croissance humaine. C'est là un des points principaux de la croissance que la présence de ce deuxième cycle qui peut être caractérisée (ou matérialisée) par une mesure globale telle que la stature ou le poids, sans que ce choix soit exclusif.

Avant de passer à l'interprétation de ce deuxième cycle, il ne faut pas oublier qu'il existe des exceptions à cette définition. Il peut se produire un décalage considérable entre l'apparition de certains caractères qui accompagne habituellement la puberté et le deuxième cycle de croissance. En d'autres termes l'apparition de certains critères pubertaires peut s'effectuer très précocement au cours du premier cycle La question qui se pose est alors la suivante : à quel moment l'individu est-il pubère ? On retombe là dans la théorie de la définition, car tout dépend des critères adoptés.

Sur le plan morphologique nous retiendrons le critère suivant : le deuxième cycle de croissance englobe la puberté, la période prépubertaire restant comprise entre le raccord "ou point d'inflexion" premier-deuxième cycle et le point d'inflexion du deuxième cycle (fig. 34).

Les exceptions à cette définition existent si l'on s'en réfère à l'ouvrage de G. Laroche sur la puberté où l'auteur cite "les faits très curieux de puberté extraordinairement avancée à un ou deux ans qui ont été publiés dans la littérature médicale. Ainsi une fillette réglée à un an, enceinte à 8, ménopausique à 25 et morte à 75 ans. Catanéo à recueilli ainsi 100 cas de fillettes réglées dans les deux premières années, parfois un peu plus tard à 5 ou 6 ans" (1).

(1) G. LAROCHE (1938) - "La puberté - son évolution normale, ses déviations pathologiques". p. 22.

Ajoutons au dossier de cette importante documentation, une courte note parue dans les instantanés médicaux. (1). Le titre de cette note

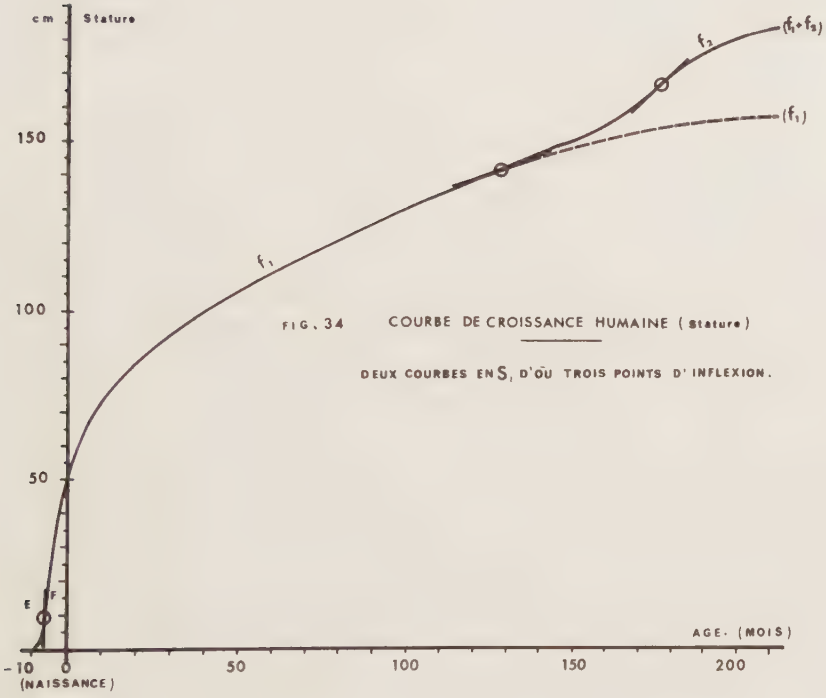


FIG. 34 COURBE DE CROISSANCE HUMAINE (Stature)

DEUX COURBES EN S, D'OÙ TROIS POINTS D'INFLEXION.

pourrait paraître paradoxal "Grossesse et accouchement avant puberté" car, ainsi que nous l'avons dit, tout dépend en dernière analyse du critère que l'on adopte pour définir la puberté. Cet article relate le travail de C. K. Doring (2) qui signale le cas d'une fillette normale, âgée de 12 ans $^1/_2$, enceinte avant l'apparition des règles qui ne survinrent que trois mois après accouchement normal.

Le fait que cette puberté (dans le sens d'état potentiel) soit passée inaperçue est important car il montre bien le décalage pouvant exister entre l'aspect morphologique d'une part et d'autre part le mûrissement des gonades avec l'apparition des caractères sexuels dits secondaires.

Mais ces cas restent relativement exceptionnels - encore que

(1) LES INSTANTANES MEDICAUX. (fév. 1963) nº 2 - p. 90.
(2) C. K. DORING (7 Déc. 1962) - Deutsch. Med. Wschr.

les données expérimentales soient faussées à la base. Toutefois dans certains domaines de la biométrie, l'exception confirmant la règle doit être considérée comme une boutade.

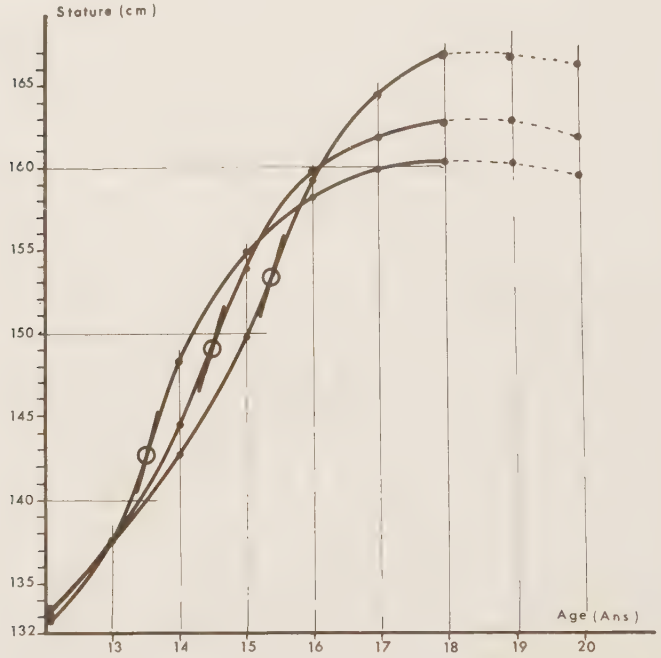


Fig. 35 — COURBES DE CROISSANCE DE GARÇONS AYANT EU A 13 ANS UNE MEME STATURE (de 137,5 cm). PLUS LA CROISSANCE MAXIMUM (PUBERTE MORPHOLOGIQUE) EST TARDIVE, PLUS LA STATURE ACHEVEE EST GRANDE. Graphique établi d'après les données de F. BOAS. (Etude semi-longitudinale sériée).

De récents travaux traitent ces problèmes (1), mais ils ne concernent pas directement notre étude qui reste axée sur l'aspect morphologique.

Dans cette dernière perspective, on peut alors se demander quel sens attribuer à la puberté. Si l'on admet que la *puberté morphologique* correspond au développement de la deuxième courbe de croissance en *S*, cette dernière *se comporte comme un* **élément régulateur.** Il y a avance ou retard de l'âge de la puberté selon la valeur de la taille (ou du poids) que l'enfant possède vers la fin de son premier cycle.

(1) Voir par exemple les articles publiés dans l'Encyclopédie Médico-Chirurgicale
P. DEBRAY (1954) • Les glandes à secrétion interne "épiphyse" p. 2.
(2) M. BOESWILLWALD (1954) • id° "glande hypophyse" p. 4.

Il est incontestable que les enfants des villes ont actuellement une taille plus considérable qu'il y a seulement 25 ans. Les enquêtes effectuées en 1935 par A. B. et A. Fessard, Laufer et Laugier (1) donnent les normes de la stature des écoliers parisiens sériés d'après leurs âges. De nos jours ces valeurs sont largement dépassées. Or, la puberté apparaît plus tôt et corollairement, la stature achevée sera plus faible. Cela veut dire que si l'âge de la puberté s'était conservé, la taille finale des adultes aurait été actuellement beaucoup plus grande.

A ce sujet, les données de F. Boas (2) sont indiscutables :

a) *Pour les garçons* ayant eu à 13 ans une même stature de 137,5 cm (fig. 35). Ceux dont le maximum de croissance (position du point d'inflexion de la 2 ème courbe en *S*) se situe à 13 - 14 ans, atteignent à 20 ans une stature de 159,3 cm. Ceux dont le maximum de croissance se situe à 14 - 15 ans, atteignent à 20 ans une stature de 161,6 cm.

Ceux dont le maximum de croissance se place à 15 - 16 ans, possèdent à 20 ans une taille de 166,1 cm.

b) *Pour les filles* ayant eu à 10 ans une même stature de 132,5 cm (fig. 36). Celles dont le maximum de croissance se situe à 10 - 11 ans, atteignent 156,6 cm à 17 ans.

Celles dont le maximum de croissance se situe à 11 - 12 ans, atteignent 157,5 cm à 17 ans.

Celles dont le maximum de croissance se situe à 12 - 13 ans, atteignent 159,6 cm à 17 ans.

Celles dont le maximum de croissance se situe à 13 - 14 ans, atteignent 161,7 cm à 17 ans.

Cette remarque est banale quand on considère la position de la deuxième courbe en *S* par rapport à la première courbe. (voir fig. 34).

Nous avons représenté sur cette figure la courbe de croissance " lissée " des données de Buffon (à partir de la courbe de croissance que nous avons tracée à la page 65 de notre texte).

Cette courbe peut effectivement être décomposée en deux courbes en *S* : f_1 et f_2 qui se raccordent en un certain point d'inflexion. La courbe f_1 est la courbe en *S* du premier cycle ; elle ne parait pas être asymptote à une droite (contrairement peut-être au travail effectué par G. Deming (1957), mais les écarts avec une asymptote horizontale éventuelle sont très faibles). La deuxième courbe en *S* : f_2 se raccorde quelque part sur la première courbe en un moment où la vitesse de crois-

(1) A. B. et A. FESSARD, J. LAUFER et H. LAUGIER (1935). - "Nouvelles tables de croissance des écoliers parisiens. Poids et taille". - Biotyp. nº 3. p. 106 - 133.

(2) F. BOAS - (1932). - op. cit. , tabl. p. 340 et 342.

sance sans être absolument nulle reste cependant faible. La position de ce raccord conditionne la date d'apparition du point d'inflexion de f_2 c'est-à-dire l'âge de la puberté morphologique. Ainsi pour une même courbe en *S* du premier cycle, plus le deuxième cycle se place tôt,

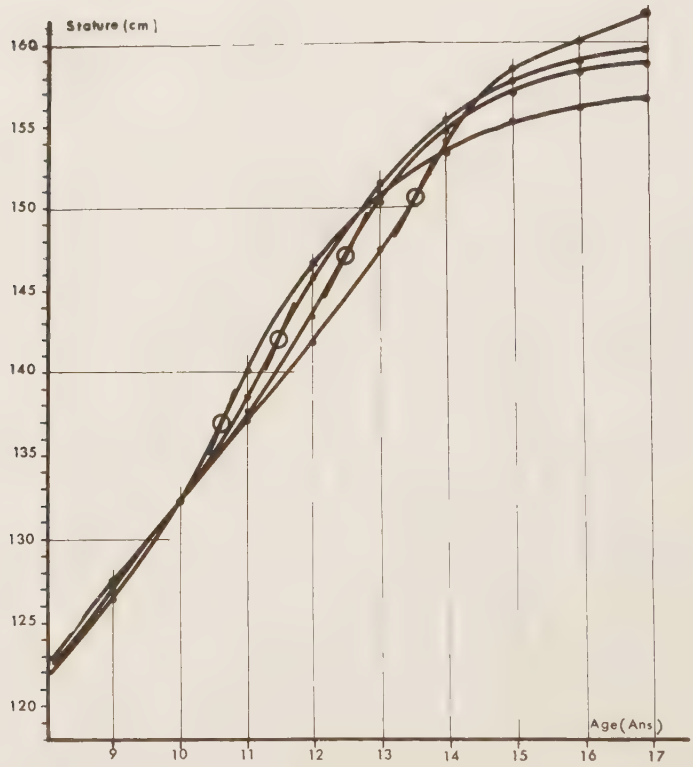


Fig. 36 - COURBES DE CROISSANCE DE FILLES AYANT EU A 10 ANS UNE MEME STATURE (132,5cm). PLUS LA CROISSANCE MAXIMUM (PUBERTE MORPHOLOGIQUE) EST TARDIVE, PLUS LA STATURE ACHEVEE EST GRANDE. Graphique établi d'après les données numériques de F. BOAS.

plus la taille achevée est faible. La variation de hauteur du deuxième cycle ne saurait combler le déficit dû au déplacement de ce deuxième cycle sur le premier (fig. 37)

Cette disposition se représente-t-elle toujours de la même façon ? Plusieurs remarques sont à formuler :

1° - On peut se demander quelles sont les dimensions morphologiques ou plus exactement les proportions des individus qui n'ont pas

effectué leur puberté.

a) Si l'on envisage le cas des eunuques cités par Pittard : "Lorsqu'ils sont assis sur le siège de leur voiture, on ne peut que difficilement se figurer leur haute taille. C'est que celle-ci est faite principalement de l'allongement exagéré des jambes". (1).

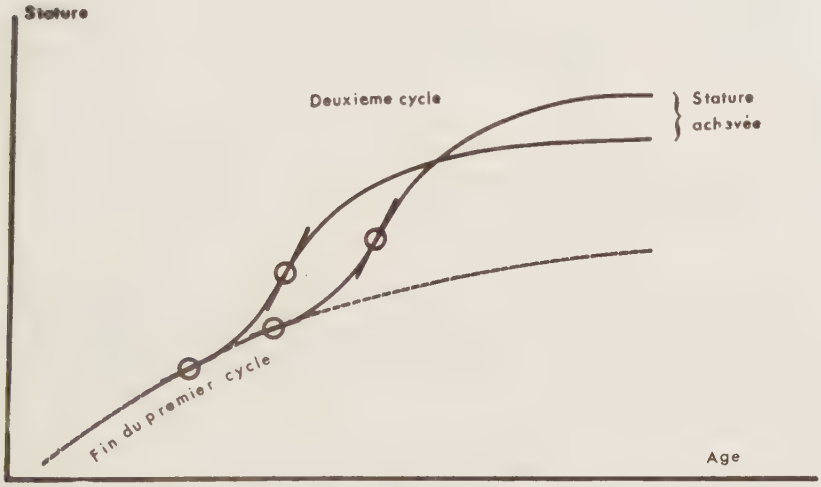


Fig.37 - A PARTIR D'UNE MEME COURBE EN S DU PREMIER CYCLE, PLUS L'HEURE PUBERE MORPHOLOGIQUE EST TARDIVE, PLUS LA STATURE FINALE EST GRANDE.

En l'absence d'études longitudinales individuelles on ne peut formuler pour les Skoptzy que des hypothèses. La hauteur du buste, c'est un fait, n'a pas atteint les dimensions que l'on doit observer ordinairement lorsque l'individu est pubère. Ainsi non seulement le développement morphologique n'est pas indépendant des autres caractères physiologiques, biochimiques (et probablement psychologiques) mais dans certains cas, il reste placé sous leur dépendance. La mesure trop petite du buste est-elle véritablement compensée par l'allongement exagéré des jambes ? Il y aurait là un processus curieux de compensation destiné à ce que la stature atteigne malgré tout une valeur probablement imposée à l'avance. Chez tous ces sujets, la courbe de croissance du deuxième cycle existe-t-elle pour la hauteur du buste ? ou au contraire est-elle à peine dessinée, se rapprochant par là de l'allure offerte par le deuxième cycle féminin beaucoup moins accusé que chez les garçons ?

(1) PITTARD - cité par P. GODIN, op. cit. p. 117.

b) Dans certains cas pathologiques de gigantisme, le deuxième cycle at-il lieu réellement ? On doit naturellement séparer les cas de gigantisme normaux, des cas pathologiques. "Aucune ligne de démarcation n'existe entre ce que l'on appelle les géants et les nains et les tailles physiologiquement hautes et basses" écrivait Topinard. (1). Mais il faut dissocier les très grandes tailles du gigantisme pathologique. Leur croissance est-elle constituée par une seule courbe en *S* qui ne s'arrête pas et continue à croitre très lentement. D'après Topinard, le gigantisme est causé soit par l'accélération du développement (que nous expliquons par une croissance normale avec deux courbes en *S* mais très grandes) soit par prolongation de son terme final (2) (c'est-à-dire d'après nous, par une courbe du premier cycle qui ne s'arrêterait pas). Les enquêtes individuelles sont évidemment très difficiles à obtenir car on ne peut pas prévoir l'évolution d'un gigantisme pathologique. Mais une telle expérience montrerait si la deuxième courbe existe pour ces cas et dans la négative elle ferait apparaître celle-ci comme un élément régulateur de premier ordre : arrêter et parachever la courbe en *S* du premier cycle.

2° - Le rôle régulateur du deuxième cycle peut expliquer, pour une part, l'avance de l'âge de la puberté que l'on constate actuellement. Ce point de vue va à l'encontre du processus d'augmentation de la taille humaine, (si elle existe réellement). Si la puberté avait lieu actuellement aux mêmes âges qu'autrefois la taille achevée serait indiscutablement plus élevée qu'il y a 25 ans.

Cette remarque conduit à une situation qui semblerait paradoxale et on pourrait interpréter à contre sens les relations entre l'augmentation de la stature et l'âge de la puberté. En effet si l'on compare la stature des ruraux et des urbains en fonction de l'âge moyen de la puberté on s'apperçoit que les urbains ont une puberté moyenne plus précoce et sont cependant plus grands que les ruraux. Cet état de fait provient de ce que les deux groupes ne sont absolument pas comparables et l'on doit en conclure que si la puberté des urbains avait lieu aux mêmes âges que les ruraux leur stature serait encore beaucoup plus grande.

Mais c'est principalement par suite de la diminution des petites tailles chez les urbains que ce paradoxe se produit. Des travaux récents du Dr Aubenque (3), par exemple, ont montré en même temps qu'une augmentation de la stature moyenne, une diminution de l'écart type.

Le problème qui se pose est alors le suivant : soit pour la sta-

(1) cité dans LAUNOIS et ROY (1904) - "Etudes Biologiques sur les géants". p. 11.
(2) - idº - - idº - - idº - - idº - : "Si après 25 ans la taille continue à grandir, il y s état pathologique" - p. 48 - 49.
(3) M. AUBENQUE (1957) - "Note documentaire sur la statistique des tailles des étudiants au cours de ces dernières années". Biotyp. nº 18 p. 202 - 214.

ture une amplitude déterminée A - B (fig. 38) avec les principales caractéristiques : moyenne m et écart type σ . Qu'arrive-t-il si cette amplitude diminue et occupe la position A' - B' ? On s'aperçoit rapidement que si la moyenne augmente l'écart diminue.

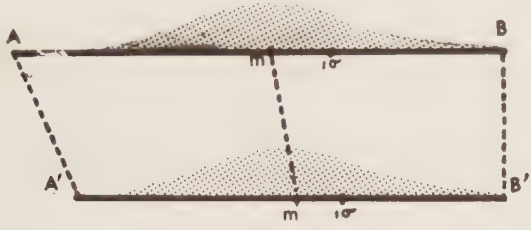


Fig.38

Cette situation a été très bien analysée par Mme G. Billy (1) qui met en corrélation la moyenne et l'écart type de 28 populations différentes.

"Le nuage de points (σ , M) ainsi établi pour 28 cantons fait apparaître une corrélation négative entre les variations de la dispersion et celle de la stature moyenne. Celle-ci très significative ($r = 0,52 \pm 0,14$) indique la présence d'un noyau anormal de petites tailles".

Nous-mêmes avons observé que lorsque la moyenne augmente ce sont les petites tailles qui disparaissent. Comparant la stature de deux groupes de jeunes adultes français de même âge (20 ans) nous avons constaté qu'il existe des différences importantes (et hautement significatives) entre les moyennes ($t = 4,4$). Ces groupes sont différenciés d'après un critère professionnel qui indique surtout leur provenance socio-économique (2). En effet, nous avons classé les sujets en groupes dits "agricole" et en groupes dits "employés de bureau".

Voici les résultats obtenus avec cette classification :

1° - groupe dit "agricole" :

m = 167,16 cm $\quad \sigma$ = 6,38 cm $\quad$ A = 147 - 181 $\quad$ n = 197

2° - groupe dit "employés de bureau" :

m = 170,46 cm $\quad \sigma$ = 6,32 cm $\quad$ A = 153 - 183 $\quad$ n = 105

(1) G. BILLY (1962) - "Anthropologie de la Savoie" - Bull. et mém. de la Soc. d'Anthrop. de Paris, p. 137.

(2) S. BOUISSET - H. PINEAU et P. VASSAL, (à paraître) - "Etude différentielle des caractères anthropométriques d'une population de jeunes adultes français".

Nous nous sommes assurés que la différence entre les moyennes ne provenait pas d'une différence d'âge. D'autre part, si l'on classe les sujets d'après leur provenance géographique, la différence entre les moyennes s'amenuise considérablement. (1).

On constate pour le groupe "employés de bureau" une augmentation de la moyenne, mais en même temps une augmentation des valeurs minimales, c'est-à-dire une diminition de l'amplitude, sans que l'écart type se modifie. Ainsi, des distributions qui *devraient* être gaussiennes, en principe, ne font malheureusement pas toujours en pratique leur devoir.

Discussion

Le problème fondamental qui se pose est le suivant :

Existe-t-il une augmentation réelle de la stature individuelle qui rentrerait dans le cadre d'une *forme évolutive* actuelle, ou au contraire, basée sur une *appréciation globale moyenne* n'est-elle, à l'échelon individuel, qu'*un artefact mathématique* ? Nous allons préciser notre pensée au moyen de l'image suivante :

Supposons que dans une ville, un statisticien étudie la hauteur des bâtiments, les classe en grands, moyens et petits, établisse les polygones de fréquence de leur hauteur et calcule finalement leur hauteur moyenne. Supposons qu'un jour, une occasion accidentelle ou voulue supprime un certain nombre de petits bâtiments (tremblement de terre, incendie ou simple décret administratif). Dans ces conditions, en refaisant ses calculs le statisticien s'apercevrait rapidement que la hauteur moyenne des bâtiments a augmenté. Doit-il en conclure que les bâtiments restant ont grandi ?

De tous temps il a existé des sujets de grande et de petite taille, à travers les populations également très diversifiées. D'après J. Piveteau (2)

"Un fait remarquable est la très haute stature du type de Cro-Magnon. L'exemplaire de Dordogne mesurait 1,82 m et les cinq sujets de

(1) La dissociation des rôles socio-économique et géographique a été très bien mise en relief par M. AUBENQUE et L. DERUFFE, dans "A propos de normes biométriques" Biotyp. (1959) nº 2 - pp. 49 - 55, plus particulièrement p. 53, avant dernier paragraphe.

(2) J. PIVETEAU (1957) - Traité de Paléontologie t. VII, "Primates - Paléontologie humaine". p. 608.

Grimaldi atteignaient une taille moyenne de 1,87 m. G. Montandon a suggéré que cette taille particulièrement élevée d'individus ensevelis intentionnellement indiquerait que l'on a affaire à des chefs".

Ainsi le rôle social (probablement déjà lié au facteur économique, c'est-à-dire au bien être) n'est pas passé inaperçu.

Cela ne veut pas dire que pour certaines populations la stature n'a pas véritablement augmenté. Mais la preuve en est difficile, car on doit montrer une augmentation de la moyenne en même temps que la taille des individus.

C'est beaucoup plus par élimination des petites tailles que se produit l'augmentation moyenne de la stature sans pour cela que cette augmentation puisse être considérée comme évolutive.

Dans cette perspective, il apparaît que plus une population possède des petites tailles - et partant une moyenne plus faible - plus la disparition des petites tailles doit se faire sentir. Ceci a été exprimé Mme G. Billy (1).

"... les travaux récents de M. Aubenque sur l'accroissement de la taille des étudiants français montrent que .... la stature moyenne évolue dans le sens des valeurs les plus élevées avec réduction de la dispersion, ce changement s'effectuant par diminution de la fréquence des petites tailles. ...Si l'on considère l'évolution de la taille des conscrits dans les 12 départements de l'Ouest de la France étudiés par P. R. Giot (1956), on peut mettre en évidence une forte corrélation négative ($r = -.64$) hautement significative ($t = 3,3$) entre la stature moyenne dans chaque département et la variation qu'elle subit au cours du temps. Ainsi, l'augmentation de la stature dans une région donnée est d'autant plus grande qu'elle affecte un ensemble d'individus plus petits. ...la taille évolue vers une valeur limite, sorte d'optimum théorique qui serait le propre d'une population donnée. ...C'est pourquoi, nous pensons que la valeur anthropologique de la stature en tant que critère racial ne peut être affectée par les phénomènes évolutifs actuels".

Un certain nombre de travaux viennent à l'appui de cette remar-

(1) G. BILLY (1962). - "Anthropologie de la Savoie", Bull. et Mem. de la Soc. d'Anthr. de Paris, p. 171.

que. R. Khérumian et E. Schreider (1) observent que :

"La corrélation entre la taille de 1946 et l'accroissement qui s'est produit pendant la période 1946 - 1959 est négative : r = -. 39. Ceci veut dire évidemment que la taille a augmenté d'autant plus qu'elle était plus faible au départ".

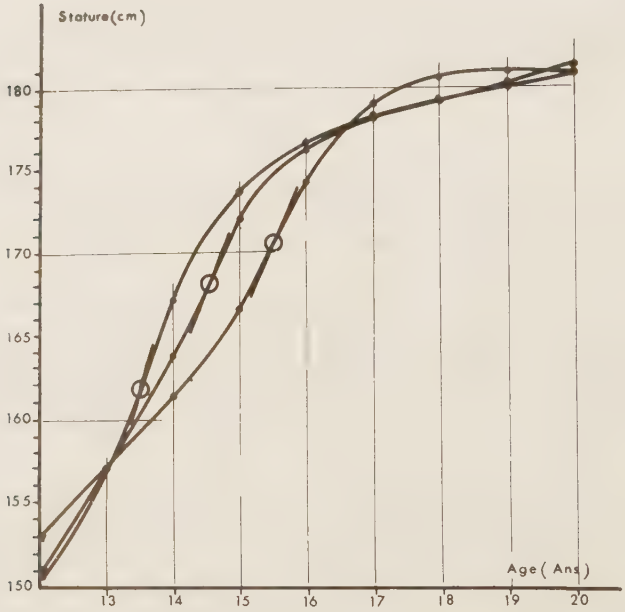


Fig.39 _ ROLE REGULATEUR DU 2e CYCLE . LE DECALAGE DU MAXIMUM DE CROISSANCE RESTE SANS EFFET SUR LES TRES GRANDES TAILLES.

De la même façon Mme M. C. Chamla (2) remarque que :

"fait paradoxal, ce sont les populations dont la taille était la plus faible qui ont le plus grandi."

Si l'accroissement de la stature était véritablement évolutif, c'est le phénomène inverse qui devrait se produire : les plus grandes tailles devraient s'accroître comme les petites et même davantage, par suite de

(1) R. KHERUMIAN et E. SCHREIDER (1963). - "Répartition départementale de la stature, du poids et de la circonférence thoracique en France métropolitaine". Biotyp. nº 1 - 2, p. 10.

(2) M. C. CHAMLA (1964). - "L'accroissement de la stature chez les Français.- Un phénomène qui ne leur est pas particulier". La Nature p. 321.

leur plus grande possibilité relative. C'est précisément le *rôle régulateur* du deuxième cycle de la courbe de croissance qui empêche cette évolution. En effet nous avons montré précédemment que, pour une même stature donnée (à 13 ans chez les garçons, fig. 35), plus la puberté morphologique était tardive, plus la taille achevée était grande. Or, cette remarque n'est pas tout à fait exacte car pour les très grandes tailles le décalage de l'âge pubère ne joue plus (fig. 39). A partir des données de F. Boas (1) nous avons construit les courbes de croissance de garçons ayant eu à 13 ans la même stature (très grande) de 157,5 cm. Dans ces conditions le décalage de la puberté n'a plus d'influence sur la stature finale qui se stabilise pratiquement à 181 cm.

Peut-on prévoir l'évolution moyenne de la stature dans une population déterminée ? Actuellement il est certain que la moyenne de la taille peut évoluer en France et va très probablement évoluer non seulement par la disparition des petites tailles mais également selon la proportion de ruraux et d'urbains (ce qui correspond à nos groupes dits "agricoles" ou "employés de bureau"). Si le nombre des urbains augmente par rapport à celui des ruraux, la moyenne de la stature augmentera dans les mêmes proportions, puisque la moyenne des deux groupes réunis est donnée par la formule : $m = \frac{n_1 \ m_1 + n_2 \ m_2}{n_1 + n_2}$

Existe-t-il là un problème différent de celui examiné précédemment et concernant uniquement la disparition des petites tailles ? Autrement dit en supposant les deux groupes arrivés au terme de leur optimum théorique , par suppression des petites tailles, les statures moyennes seraient-elles les mêmes dans les deux groupes ? En l'état actuel des enquêtes, il est évidemment difficile de se prononcer. Mais on peut admettre avec l'influence du milieu l'existence réelle d'une différence valable entre les moyennes. Or la tendance moderne montre la disparition des ruraux au profit des urbains. Il ne nous appartient pas d'étudier comment se produit ou doit se produire cette fluctuation dans la population : c'est un problème de démographie. Mais il est certain que le changement de milieu,d'une part,et les mélanges entre ruraux et urbains,d'autre part, contribuent à l'augmentation de la stature moyenne. Il n'y a cependant là aucun phénomène qui relève d'une tendance évolutive.

Les remarques formulées sur une éventuelle relation entre l'augmentation de la stature et l'origine socio-économique sont très ancien-

(1) F. BOAS (1932) - op. cit. , tabl. p. 342.

nes. Buffon les avait déjà entrevues ; Quetelet, puis Sappey (1) notent que la "taille est plus élevée chez l'habitant des villes que chez l'habitant des campagnes"; toutefois quand on considère la moyenne de la stature des habitants de Bruxelles mesurés en 1823 et égale à 167,19 cm on ne peut parler que de fluctuations de moyennes. Quelle serait la moyenne actuelle s'il existait un processus physiologique véritable d'augmentation de la stature humaine individuelle, depuis près de 140 ans que ces mesures ont été effectuées ?

Ainsi les facteurs susceptibles de modifier la stature sont peut-être les mêmes que ceux susceptibles de modifier la puberté, et c'est également là un très vieux problème. Dans son "Histoire naturelle de l'Homme", Buffon écrivait déjà :

"Dans toute l'espèce humaine, les femmes arrivent à la puberté plus tôt que les mâles mais chez les différents peuples l'âge de la puberté est différent et semble dépendre en partie de la température du climat et de la qualité des aliments. Dans les villes et chez les gens aisés, les enfants accoutumés à des nourritures succulentes et abondantes arrivent plus tôt à cet état ; à la campagne et dans le pauvre peuple les enfants sont plus tardifs parce qu'ils sont mal et trop peu nourris : il leur faut deux ou trois ans de plus".

De nos jours ce problème a été repris, en particulier par Tanner (2) qui a mis en évidence le niveau économique d'un groupe de population et l'âge moyen de la puberté. Mais tout ceci sur des valeurs moyennes et comme l'a fait remarquer Godin " les cas de frères jumeaux devenant pubères à des âges différents et ayant été élevés sous le même toit sont assez nombreux pour atténuer notablement l'influence attribuée, à la race, à l'hérédité, au climat sur l'avance ou le retard de l'heure pubère". (3).

Un facteur assez négligé doit cependant retenir l'attention : l'évolution du psychisme au cours de la puberté. Son rôle n'est pas passé inaperçu puisque certains travaux le proposent comme susceptible d'avancer la puberté (4). Cependant est-ce la puberté qui modifie

(1) SAPPEY PH. C. - (1888) Traité d'anatomie t. I (ostéologie-arthrologie) p. 14-15. Voir également G. ICHOK (1939). - "La taille des conscrits dans les régions urbaines et rurales". - Biotyp. n° 4. p.p.233-244.

(2) J. TANNER op. cit. p. 153, fig. 31.

(3) P. GODIN (1913) op. cit. p. 17.

(4) P. ROYER et N. P. MASSE (1960) - "La croissance". p. 1, dans l'Encyclopédie Médico Chirurgicale.

le psychisme ou, au contraire, cette prise de conscience "du bien et du mal", en relation avec le développement cérébral considérable de l'homme n'entraine-t-elle pas une avance de l'heure pubère ?

L'action du facteur psychique est un fait incontestable chez toutes les populations où existe encore un rite de l'initiation, véritable transformation spirituelle. Il faut voir là, même et peut être surtout chez l'ensemble de la population actuelle, une évolution de l'Homo sapiens ; et l'on ne peut que se poser, sans y répondre, cette question : où va s'arrêter l'âge de la puberté et quelle sera son action dans les perspectives évolutives de l'homme ?

2° - *CROISSANCE ET TYPES MORPHOLOGIQUES*

Les variations morphologiques que l'on relève entre individus d'une même population (ou de populations différentes) sont suffisamment sensibles pour qu'il soit possible de classer les personnes en catégories distinctes.

Ces dissemblances proviennent d'un aboutissement différencié du développement des formes, dans l'espace à trois dimensions, comme le concevait Chevallier (1) puis Sheldon.

Si le problème des types doit être envisagé sous l'aspect terminal de la croissance, il n'est peut être pas inutile d'examiner l'évolution sous jacente du cheminement des caractères morphologiques, au cours de leur progression dans le temps.

Pour une meilleure compréhension de ce problème, il est donc indispensable d'examiner l'allure que peuvent prendre les courbes de croissance des caractères anthropométriques, chez une population considérée comme suffisamment homogène.

Nous avons représenté à la fig. 40, et de façon très schématique ce que l'on est en droit d'attendre de la disposition des courbes de croissance pour un caractère global : la stature (nous avons marqué également quelques seuils de différenciation).

Les courbes en S du premier cycle : forment un faisceau de courbes "parallèles". Nous utilisons ce mot pour deux raisons :

(1) P. CHEVALLIER. (1938). - "La forme humaine. La charpente". - La sem. des Hôp. de Paris - pp. 59-66.

- elles ne se coupent pas, c'est-à-dire que par un point du plan il passe en principe une seule courbe (d'où l'expression de "parallèles").

- dans une transformation convenablement choisie des axes de coordonnées, ces courbes deviennent des droites effectivement parallèles.

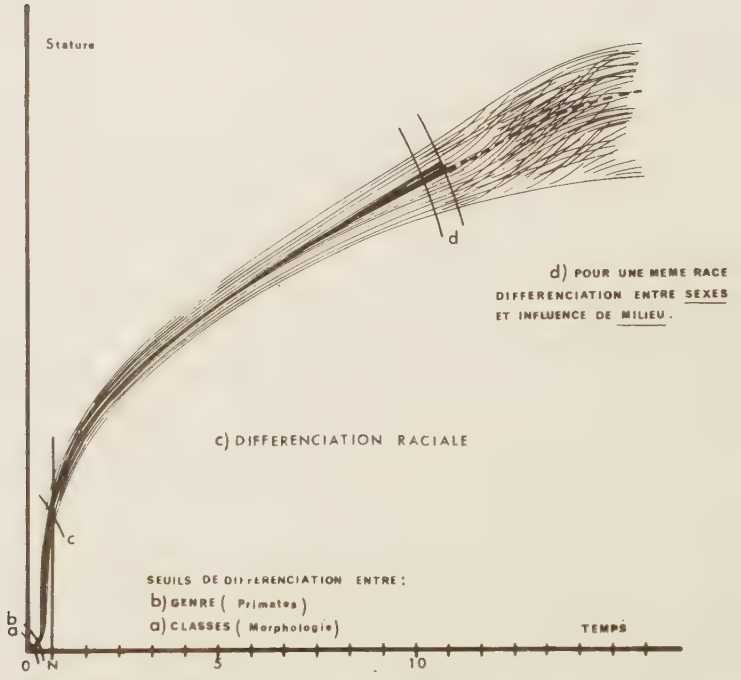


Fig. 40 POSITION RELATIVE DES COURBES DE CROISSANCES DE LA STATURE ET QUELQUES SEUILS DE DIFFERENCIATION.

En pratique il est possible que, pour une population homogène, les courbes expérimentales de croissance s'écartent un peu des courbes idéales théoriques. Mais cette approximation doit rester valable. Et d'ailleurs il n'est pas impossible qu'une telle disposition (de courbe en *S* du premier cycle ne se coupant pas) puisse s'appliquer à un ensemble beaucoup plus vaste de populations très disparates, mais avec toutefois une dispersion extrêmement considérable. (Il n'existe pas d'études longitudinales individuelles en quantité suffisante et ce serait là une étude expérimentale à entreprendre).

Les courbes en S du deuxième cycle, par contre, offrent un écheveau de courbes inextricables mais qui peuvent, sous certaines condi-

tions que nous venons d'exposer ci-dessus se sérier en courbes parallèles.

Cette disposition est très importante, car aucune moyenne ne peut être prise en considération puisqu'elle n'évolue pas comme les individus ; cette remarque a été très justement aperçue, d'un autre point de vue, par J. Tanner qui écrit :

"A l'adolescence, aucun enfant ne suit les lignes de percentiles de ces diagrammes, l'accélération de la croissance étant pour chacun plus grande que l'accroissement calculé d'après la moyenne" (1).

Le schéma que nous venons d'examiner est-il susceptible de généralisation ? autrement dit, cette disposition offerte par la stature est-elle valable pour ses composantes (taille assis, membre inférieur, etc..) ainsi que pour les dimensions transverses (biacromial, bicrète, etc..) ?

En l'absence de documents, il n'est évidemment pas possible de donner une réponse précise. Il reste à effectuer une série d'enquêtes individuelles, longitudinales, sur la croissance et de reporter sur un même graphique les courbes de croissance (de préférence lissées) de différents caractères anthropométriques pour un même sujet, en figurant également sur ces courbes les dates d'apparition des caractères descriptifs en relation avec la puberté.

De cette façon il serait aisé de constater si la vitesse de croissance maximum s'effectue au même âge pour l'ensemble des caractères, chez un même sujet. Et dans le cas contraire, dans quel sens et pour quels caractères s'effectuerait éventuellement un décalage des points d'inflexion de la deuxième courbe en *S* , soit entre eux, soit par rapport à un caractère global : la stature.

Les résultats d'une telle enquête montreraient très certainement comment et pourquoi il existe une variation *moyenne* très importante lorsqu'on série une population apparemment homogène : les jeunes adultes français âgés de 20 ans, d'après des critères professionnels reflétant le milieu socio-économique.

En collaboration avec S. Bouisset et à partir des mesures effectuées par P. Vassal (2) nous nous sommes aperçus depuis quelques

(1) J. M. TANNER (1962). - "The evolution of growth and maturity in children".
(2) S. BOUISSET, H. PINEAU et P. VASSAL (sous presse) op. cit.

années de l'importance primordiale du facteur socio-économique sur les mesures anthropométriques. L'action de ce facteur est loin d'être passée inaperçue aussi bien dans le domaine psychologique (1) que dans le domaine anthropométrique (2).

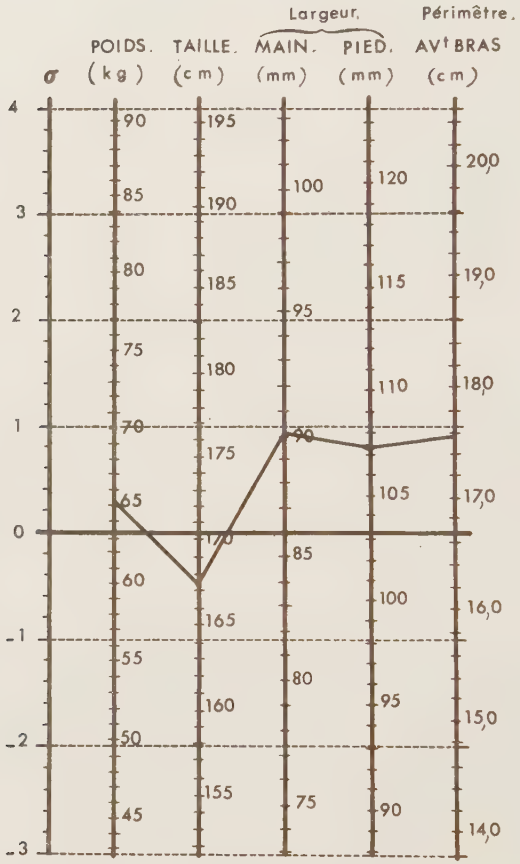


Fig.41 MORPHOGRAMME D'UN GROUPE DE FRANÇAIS (GROUPE "EMPLOYES DE BUREAU.")

Mais nous avons été extrêmement surpris de constater la prépondérance de ce facteur sur le facteur racial, associé à la provenance géographique, régionale.

(1) J. SUTTER (1950) - "La valeur de l'intelligence suivant le milieu". p. 41-60.
(2) M. C. CHAMLA, P. MARQUER et J. VACHER. - (1959) "Les variations de la stature en fonction des milieux socio-professionnels".

Les différences sont telles que nous avons représenté à la fig. 41 un morphogramme du groupe "employés de bureau" en retenant cinq caractères ; le poids, la taille, les largeurs : de la main et du pied, le périmètre maximum avant bras. (1).

Nous avons reporté sur ce morphogramme les moyennes du groupe dit "agricoles", on peut juger de la dissociation entre les deux groupes lorsqu'on constate qu'il existe des écarts entre les moyennes de l'ordre de 1σ.

Si l'on appliquait à la lettre les conseils élémentaires que l'on enseigne en statistique on ne devrait jamais mélanger ces groupes ! Cette remarque inquiétante serait d'ailleurs susceptible de généralisation : lorsque l'on considère un groupe comme homogène, n'existe-t-il pas au moins un plan de clivage insoupçonné,relevant de quelque caractère biologique inexploré (ou inexploité), qui scinderait le groupe en deux sous-groupes présentant alors des différences entre moyennes, hautement significatives ?

Discussion

La notion de type morphologique peut être étroitement associée, d'un point de vue quantitatif, aux corrélations entre certains caractères anthropométriques.

Paradoxalement, c'est d'ailleurs parce que les corrélations en anthropométrie ne sont pas très élevées qu'il est possible de distinguer véritablement des "types" aux proportions différentes.

En pratique on découpe le nuage de corrélation entre deux caractères bien déterminés (taille - taille assis (indice cormique), ou diamètres de la tête (indice céphalique), etc.., en trois grandes parties, au moyen de deux droites d'égal indice.

En réalité le problème est plus complexe. Ainsi entre deux caractères tels que stature et taille assis par exemple, la corrélation est assez élevée et on pourrait obtenir deux dispositions différentes :

(1) Ce morphogramme a été conçu d'après le morphogramme de G. Olivier et H. Pineau (1957). Toutefois nous n'avons pas figuré les pointillés représentant la valeur la plus probable des caractères en fonction de la stature.

- celle de la fig. 42, A : où l'on distingue trois groupes d'indices, mais qui sont, en dernière analyse, ordonnés d'après la mesure du caractère. Les plus hautes tailles ont le plus faible indice et les plus petites statures possèdent au contraire l'indice le plus élevé. La notion de type n'est plus ici que le reflet de la grandeur.

Fig.42

- dans la disposition de la fig. 42 B, l'axe de la corrélation (toujours assez élevée) passe par l'origine. Ici le groupe est homogène et il n'existe qu'un seul indice, c'est-à-dire qu'un seul "type". Toutefois si le nuage de corrélation empiète sur l'une des droites du découpage arbitraire, la population pourrait paraître constituée de deux groupes d'indices, or il n'en est rien.

Cependant cette disposition entre caractères ayant une *corrélation assez élevée,* ne serait-ce que par recouvrement, conduit à la notion **d'indice de proportions**, et permet la dissociation des "types" que nous appellerons raciaux. Plus exactement la position du point moyen permet de dissocier les groupes, précisément par séparation des nuages (l'intersection étant peu fournie).

Lorsque la *corrélation est faible* (taille-biacromial), il est toujours possible de découper le nuage en trois groupes d'indices différents fig : 42 C, ce sont alors des **indices de formes.**

Dans ce dernier cas, lorsque les moyennes évoluent peu, pour des populations différentes, les nuages se recouvrent trop largement et

on ne peut définir que des types "constitutionnels" (1) (par opposition aux types "raciaux"), bien qu'il puisse exister des tendances (indice céphalique par exemple).

Si les moyennes sont très différentes (indice nasal), les nuages se dissocient malgré l'absence de liaison et il est possible de définir aussi bien des types "raciaux" que "constitutionnels".

Cependant, dès que l'on envisage une combinaison de plusieurs caractères, le dénombrement des "types" possibles devient très rapidement extraordinairement élevé (pratiquement un peu moins que 3^n, n étant le nombre des corrélations envisagées, entre caractères considérés).

Les corrélations entre caractères dépendent de la position relative terminale - les unes par rapport aux autres - des courbes de croissance de différents caractères anthropométriques retenus. Nous avons vu ci-dessus qu'il existait des différences considérables entre deux groupes de jeunes adultes français sériés d'après leur origine socio-professionnelle. Or, ces différences portent sur les moyennes et non sur la valeur des coefficients de corrélation. En effet les coefficients de corrélation de Bravais-Pearson sont très sensiblement les mêmes à l'intérieur des deux groupes "agricoles" et "employés de bureau". Dans le cadre de notre travail comment interpréter ces résultats ?

On peut admettre que la date d'apparition de la puberté morphologique est (en moyenne) approximativement la même pour l'ensemble des caractères anthropométriques chez un même sujet (ce qui reste toutefois à vérifier). On sait que les ruraux (groupe dit "agricole") ont une puberté moyenne plus tardive que les urbains (groupe dit "employé de bureau"). Chez les enfants de même âge, ruraux ou urbains, les dimensions transverses n'offrent pas cette différence que l'on enregistre pour les caractères longitudinaux : taille et ses composantes. Dans ces conditions, la puberté plus tardive des ruraux entrainerait une augmentation plus considérable des dimensions transverses (et par suite des périmètres). En effet, nous avons vu précédemment que plus la puberté était tardive, plus le caractère considéré pouvait croître, à grandeur égale au départ. C'est très probablement là qu'il faut chercher les raisons des différences morphologiques observées entre ruraux et urbains et non dans l'influence hypothétique d'un métier exercé en si peu de temps.

(1) - cette dénomination arbitraire et personnelle ne coïncide pas avec la définition classique.

Le "parallélisme" des courbes de croissance chez les sujets des deux groupes expliquerait ainsi la conservation du coefficient de corrélation. Seule la différence dans l'heure pubère pourrait expliquer les différences observées entre les moyennes.

Ces différences conduisent cependant à des types morphologiques *en moyenne* distincts. Les ruraux sont plus lourds, moins grands, plus épais. Or, la différence morphologique ne saurait absolument pas être décelée par l'étude des coefficients de corrélation,identiques dans les deux groupes et qui, dans une analyse factorielle ne saurait par conséquent offrir de décompositions distinctes.

Cette remarque donne à penser qu'il serait préférable d'effectuer l'analyse factorielle des covariances, c'est-à-dire en tenant le plus grand compte de la position du point moyen, ce qui permettrait peut-être la dissociation des types morphologiques.

Mais on devrait obtenir un résultat équivalent en groupant, puis en classant les courbes de croissance individuelle obtenues à partir d'une étude longitudinale. Une telle étude pourrait permettre d'expliquer la position relative des moyennes de certains groupes, les unes par rapport aux autres.

Nous venons de voir qu'il existe des différences hautement significatives entre les moyennes d'un très grand nombre de caractères anthropométriques chez deux groupes de jeunes adultes français. Mais si l'on examine attentivement la disposition relative des moyennes par rapport à la moyenne générale, on s'aperçoit que cette disposition entraîne une autre différence, beaucoup plus profonde par sa nature : l'*enchevêtrement* des points moyens.

Au contraire, il existe des groupes apparemment distincts mais dont les points moyens restent situés d'un même côté de la moyenne générale, un des groupes étant systématiquement plus grand que l'autre. Une telle étude se rencontre dans le travail de A. Coblentz (1). Comparant des populations du Tibesti : les Toubous et les Goranes, il apparaît que les premiers sont plus grands pour l'ensemble des caractères : les points moyens ne s'enchevêtrent pas. Dans ces conditions une réunion des deux groupes semble assez légitime. Cependant une étude longitudinale de la croissance pourrait apporter une contribution à l'explication de ces phénomènes.

(1) A. COBLENTZ (1961) - "Goranes et Toubous" des confins nord du Tchad. Etude anthropologique et biologique . p. 41.

CHAPITRE III

LA VARIABILITE DES CARACTERES MORPHOLOGIQUES

§ 1 - L'EQUATION DES COURBES DE CROISSANCE EST-ELLE FONCTION DE LEUR DISPERSION ?

1° - *ERREUR RELATIVE ET VARIATION RELATIVE*

Les dimensions morphologiques individuelles sont sujettes à variation chez l'adulte, même pendant un laps de temps restreint. Précisons qu'il s'agit de variations accidentelles, le sujet récupérant sa mesure habituelle.

Sur les fluctuations de la stature, nous rappelons ici brièvement l'enquête longitudinale entreprise par Buffon, mesurant le fils de son ami Gueneau de Montbeillard : " ... le 30 janvier dernier, après avoir passé toute la nuit au bal, il avait perdu 18 bonnes lignes (4 cm), diminution bien considérable que néanmoins 24 h de repos ont rétabli". (1).

Classiquement, d'après Vallois (2) les variations nycthémérales de la stature peuvent être de 2 cm. Si l'on rapporte cette variation intra individuelle à une stature moyenne de 170 cm, on obtient une *erreur relative* de : $2/170^{\circ} = 0{,}012$, soit 1,2 %, ce qui est faible.

(1) - Voir ci-dessus, renvoi (1) p. 15 et fig. 10, p. 65.

(2) H. V. VALLOIS (1948) - "Technique anthropométrique" - Semaine des Hôpitaux, tome 24, p. 374 et suiv.

Envisageons à présent les variations de poids. Adoptons une fluctuation de 2 kgs chez un même sujet. Si l'on rapporte cette variation à un poids moyen de 64 kgs, on obtient une *erreur relative* de $2/64 = 0{,}031$ soit 3,1% , ce qui, tout en restant faible, est cependant plus considérable que l'erreur relative obtenue précédemment pour la stature.

De cette façon, et si l'on n'y prenait garde, on serait tenté avec quelques raisons de situer ces erreurs relatives dans le cadre beaucoup plus vaste des variations intra individuelles possibles, compte tenu des dimensions des caractères. De là on déduirait à partir de cette démonstration quantitative que la variation intra individuelle du poids est supérieure à celle de la stature.

Or, en se plaçant d'un autre point de vue quantitatif non moins valable on peut montrer, avec autant de rigueur apparente, immédiatement la disposition contraire.

En effet, si l'on rapporte la même variation de stature, soit 2 cm, à une valeur de l'écart type de la distribution des statures, soit $\sigma = 6$ cm par exemple, on obtient une *variation relative* de $2/6 = 0{,}333$ soit 33,3% ce qui est énorme.

Si l'on rapporte également la même variation de poids, soit 2 kgs à une valeur moyenne de l'écart type de la distribution des poids soit $\sigma = 7$ kgs par exemple, on obtient une variation relative de $2/7 = 0{,}285$ soit 28,5% ce qui, tout en restant considérable est moins élevé que la variation relative observée pour la stature.

On pourrait également rapporter la variation intra individuelle à l'amplitude de la variation des polygones de fréquence, c'est-à-dire à $\pm 3\sigma$, soit $2/36 = 0{,}0555$ ou 5,55 % pour la stature et $2/42 = 0{,}0476$ ou 4,76 % pour le poids, ce qui ne change d'ailleurs pas les conclusions.

Ainsi, dans ce dernier cas on obtient un résultat contraire en tout point à celui que nous avions précédemment établi en prenant pour référence la mesure elle-même. Comme il ne saurait y avoir de contradiction, on doit en conclure que ces deux opérations non seulement n'ont pas le même sens, mais doivent être profondément séparées par la valeur de leur signification.

Effectivement, si l'on envisage la mesure L d'un caractère (fig. 43) et ΔL sa variation intra individuelle possible, *l'erreur relative :*

$\frac{\Delta L}{L}$ reste constante lorsque Δ L et L sont fixés. Mais on reste dans l'ignorance la plus complète sur les variations possibles des mesures de ce même caractère chez d'autres individus. Autrement dit, les distributions de fréquence des mesures de ce caractère vont-elles donner une courbe étalée ou ramassée ? On ne peut le savoir sans une étude expérimentale préalable. Cependant la variation intra individuelle Δ L ne possède pas la même importance comparée à l'une ou l'autre des courbes de fréquence possibles, indépendamment de la grandeur L .

A côté de *l'erreur relative* : $\frac{\Delta L}{L}$ qui permet d'apprécier la précision de la mesure il existe une *variation relative* : $\frac{\Delta L}{\sigma_L}$ qui précise véritablement l'importance de la fluctuation intra individuelle lorsqu'on la compare à la variation biologique possible, inter individuelle.

FIG 43 ERREUR RELATIVE ET VARIATION RELATIVE .

Ainsi la matière vivante possède une fluctuation qui lui est spécifique : elle prend sa variation en elle-même, ce qui la distingue essentiellement de la matière inerte.

Cette conception demande quelques explications. Nous avons vu ci-dessus (p. 91) que la valeur de la mesure d'un caractère *biométrique* pouvait, en général, se décomposer en quatre parties différentes :

- la valeur centrale *M (y)* ou valeur moyenne d'une population normale, pour le caractère considéré *y*. (cette valeur peut évoluer dans le temps).

- la variabilité inter individuelle *g (y)*, qui situe la valeur moyenne de l'individu par rapport à *M (y)*. Cette valeur peut fluctuer plus ou moins lentement en fonction du temps.

- la variabilité intra individuelle *h (y)* qui exprime la possibilité de variation de l'individu par rapport à sa propre valeur moyenne *g (y)* dans un intervalle de temps relativement court.

- l'erreur sur la mesure *e (y)*.

De cette façon : $y = M(y) + g(y) + h(y) + e(y)$.

La variation admet plusieurs formes. Dans certaines disciplines biologiques, ces variations ou écarts intra individuels peuvent être aussi rapides que considérables (en physiologie par exemple). Parfois les écarts inter individuels dépassent de beaucoup non seulement la variation inter individuelle d'une population normale mais encore la valeur moyenne de cette même population. Ainsi les diabétiques peuvent vivre, tout en ayant 4 gr/litre, alors que la moyenne de la glycémie est normalement de 1 gr./litre. C'est une des grandes caractéristiques de la vie que cette possibilité de variation lui permettant une souplesse adaptative.

Cette propriété essentielle de la matière vivante : *la variation sous toutes ses formes* a été très bien comprise par Bichat qui écrit :

"Il y a dans la nature deux classes d'êtres, deux classes de propriétés, deux classes de sciences. Les êtres sont organiques ou inorganiques.

"Les lois physiques sont constantes, invariables ; elles ne sont sujettes ni à augmenter ni à diminuer. Dans aucun cas une pierre ne gravite avec plus de force vers la terre qu'à l'ordinaire. ... Au contraire, à chaque instant la sensibilité, la contractibilité s'exaltent, s'abaissent et s'altèrent : elles ne sont presque jamais les mêmes. ...

"Il suit de là que tous les phénomènes physiques sont constamment invariables. ... Au contraire, toutes les fonctions vitales sont susceptibles d'une foule de variétés. Elles sortent fréquemment de leur degré naturel ; elles échappent à tout espèce de calcul ; il faudrait presque autant de formules que de cas qui se présentent.

"Appliquer les sciences physiques à la physiologie, c'est expliquer par les lois des corps inertes les phénomènes des corps vivants. Voilà un principe faux : donc toutes ses conséquences doivent être marquées au même coin". (1).

Ce jugement apparaît aujourd'hui excessif. Actuellement "*les fluctuations*" ne sont plus l'apanage exclusif des sciences biologiques. On les rencontre dans les sciences physiques et, dans le domaine plus particulier de la thermodynamique, elles fournissent dans certains cas une vérification des hypothèses fondamentales de la Mécanique Statistique.

(1) X. BICHAT (1801) - "Anatomie générale appliquée à la physiologie et à la médecine" t. I, p. lij, liij, ziv et xxxvj.

Il reste cependant indéniable que, non seulement les variations biologiques sont d'un autre ordre de grandeur, mais encore il peut toujours exister une variation intra individuelle considérable et imprévisible. A une certaine échelle, l'affirmation de Bichat demeure.

C'est à l'intérieur des fluctuations que nous appelerons paradoxalement " stables " ou " stationnaires " que s'installe la vie. Elles correspondent en fait à la variabilité inter individuelle.

De là, il est toujours possible à l'individu de s'en échapper, par une variation intra individuelle qui pourrait être considérée comme une erreur.

On assimile souvent toutes ces formes de variation à des "erreurs" car elles suivent les mêmes lois. Bien que cette interprétation conduise à des résultats qui ont fait leurs preuves, il y a surtout une extension d'un raisonnement par analogie, ou encore pour employer l'expression de Pétrovitch : "Un mécanisme commun à des phénomènes disparates". (1).

Si nous revenons sur les variations intra individuelles de la stature et du poids, on doit observer qu'il existe entre elles des différences fondamentales. Les fluctuations de la stature sont *orientées* en ce sens qu'elles ont toujours le même signe. Il serait tout à fait stupéfiant que la variation de stature : ΔT (assimilable à une erreur absolue) soit positive. Un adulte ne peut que perdre de sa hauteur, ce que confirme d'ailleurs les études gérontologiques. Au contraire, les variations du poids sont imprévisibles. Une personne peut aussi bien grossir que maigrir. On retrouve là un "plan de clivage" entre caractères "réguliers" (la stature) par opposition aux caractères "irréguliers" (le poids). (2).

Si les fluctuations du poids peuvent être assimilées à des erreurs, puisqu'elles sont positives ou négatives, il n'en est pas de même des variations de la stature, et le quotient $\frac{\Delta T}{T}$ ne saurait être comparé à une erreur relative. Tout au plus on pourrait considérer cette expression comme une mesure relative.

L'évolution, au cours du temps, de ces écarts intra individuels, est bien connue des Anthropologistes, qui mesurent leurs sujets dans des conditions identiques.

(1) PETROVITCH (1921) - "Mécanisme commun aux phénomènes disparates".

(2) H. PINEAU (1960) - "Les modifications de la forme des liaisons statistiques en fonction de l'âge. Nécessité de l'appropriation des techniques statistiques aux problèmes particuliers en gérontologie. " Colloque International de Gérontologie. p. 50.

Si l'on envisage les distributions des longueurs d'un os long, tel que l'humérus, on met en évidence la variation inter individuelle que l'on peut estimer quantitativement par l'écart type de la distribution.

Cette constatation n'explique pas le mécanisme de la fluctuation. On pourrait penser que la variation est une *certaine fonction de la longueur de l'os* puisque l'accroissement reste sous la dépendance du nombre des cellules, mais toutes ne "travaillent" pas de la même façon dans la structure interne de l'os.

On retient volontiers la longueur de l'os comme élément de référence, car elle représente la partie essentielle, principale, d'un développement qui s'est accompli dans une direction privilégiée.

En Anatomie, la mesure a toujours besoin d'un support. Lorsqu'on évoque un humérus de 30 cm, on identifie dans le même temps la mesure et l'objet. De cette façon, rien n'est plus facile que l'addition (souvent vectorielle) des longueurs, car, dans la plupart des cas, les problèmes donnent précisément un sens à l'addition des supports ; l'addition des nombres suit.

Lorsque les os sont disposés à la suite l'un de l'autre, on envisage immédiatement la possibilité d'effectuer leur somme : ainsi (humérus + radius). Cependant, et par extension, on pourra envisager la somme (humérus + fémur), bien que cette opération en elle-même soit dépourvue de signification anatomique. Mais peut-on véritablement donner *toujours* un sens à l'addition des longueurs telle que les circonférences ou les diamètres minimum des os longs ? La difficulté provient du support.

Les mesures linéaires des dimensions transverses des os longs diffèrent essentiellement de la direction principale par leur support.

Si l'on considère le diamètre minimum ou l'épaisseur au milieu d'un os long, il n'est pas possible de donner un sens à l'addition de telles mesures linéaires (1). Cependant si l'on veut calculer une moyenne, ou l'écart type de la distribution des longueurs on effectue, dans les opérations intermédiaires, l'addition des mesures, indépendamment de leur support. Si les opérations transitoires sont dépourvues de sens, le résultat final en possède un.

(1) Mais, en fait, on abuse de l'expression "ajouter". Rappelons la confusion qui règne lorsque l'on parle d'ajouter de l'eau à 20° et de l'eau à 30°. Cela n'a pas plus de sens opératoire que "d'ajouter" des pommes à 2 fr. et des pommes à 1 fr. Suivant la remarque de Paul Valéry, il y a lieu de séparer "l'action qui fait" de "la chose faite".

Les phénomènes de la croissance des os longs montrent continuellement la prépondérance de la direction principale. On sait (Godin) qu'au cours du deuxième cycle, le développement des os longs suit une courbe en S . On observe en effet un épaississement dans le premier temps, suivi d'un allongement rapide, puis à nouveau d'un épaississement. A l'opposé de cette croissance se présente le développement des os courts dont la croissance s'est effectuée dans un espace isotrope où précisément il n'existe aucune direction privilégiée. (1).

Si l'on admet que le développement des dimensions transverses d'un os long reste sous la dépendance de la longueur principale, on peut penser *a priori* que les lois de croissance ne sont pas nécessairement les mêmes pour l'ensemble de ces mesures.

Entre la longueur maximum de l'os et sa longueur physiologique, ou diaphysaire, le choix paraît arbitraire et dépend davantage de l'étude elle-même. Il n'y a pas véritablement de problème si l'on envisage la corrélation très élevée reliant toutes ces mesures entre elles : il paraît facile de passer, par une transformation linéaire, de l'une à l'autre.

2° - *EQUATION DES COURBES DE CROISSANCE EN FONCTION DE LEUR DISPERSION*

Recherche d'une relation entre deux caractères, par l'intermédiaire de leurs dispersions.

Nous avons montré ci-dessus comment les mesures des *caractères morphologiques* peuvent être représentées à l'aide de deux facteurs seulement (p. 93) : $y = m\ (y) \pm k.\sigma_y$, $m(y)$ étant la valeur moyenne, au temps considéré, et σ_y l'écart type de la distribution des points expérimentaux autour de cette valeur centrale, en admettant que cette distribution soit approximativement gaussienne.

Pour plus de commodité, et par souci de simplification, nous noterons la valeur moyenne $m\ (y)$ par y et nous identifierons l'écart $\pm\ k\ \sigma_y$ à une dispersion *variable* : $a \cdot \Delta\ y$, en substituant par la suite $\Delta\ y$ à la différentielle : dy .

Cette dispersion pourra être choisie arbitrairement ce qui per-

(1) H. PINEAU et B. TARDIF (1964) - "Morphogénèse du carpe (Problème du développement dans l'espace et rôle du temps)". Congrès International d'Anatomie. (Madrid), sous presse.

met d'englober une proportion raisonnable de points expérimentaux.

Considérons à présent (fig. 44) la distribution d'une série de mesures entre deux caractères morphologiques x et y , ou encore entre un caractère y et le temps t , que nous placerons toujours en abscisse.

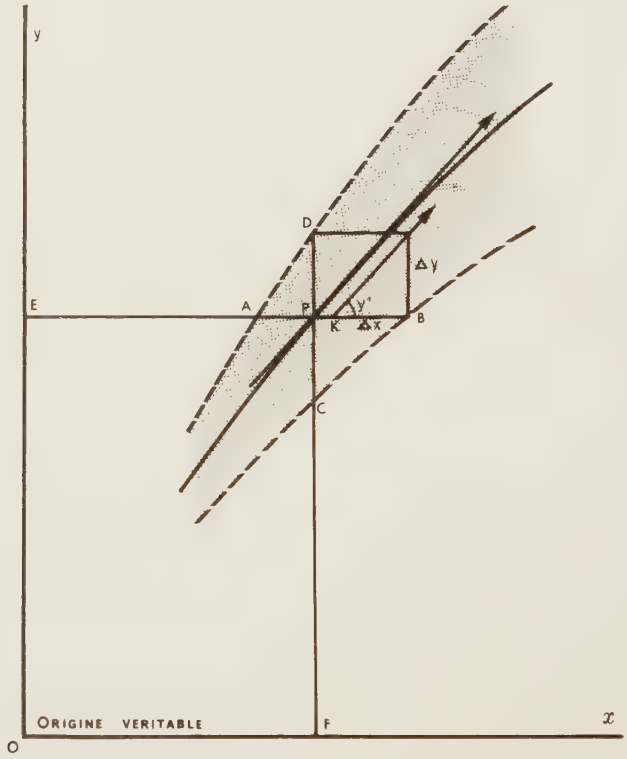


Fig. 44

On enserre les points expérimentaux en pointillé, sur la fig. 44, par deux courbes de sécurité : les limites supérieure et inférieure.

Traçons une droite perpendiculaire en F à l'abscisse (et parallèle par conséquent à l'ordonnée). Elle coupe les deux courbes limites en C et D . Soit P le milieu de CD . On peut admettre que cette position centrale représente la valeur la plus probable de la variable "aléatoire", donc que P appartient à la courbe représentative, ou ligne de régression (de y en x) schématisant le nuage de corrélation, et dont on va trouver l'équation grâce aux dispersions.

Nous posons $PD = PC = \Delta y$ soit, $DC = 2\Delta y$ avec $PF = y$.

Entre la dispersion Δy et la mesure y, il existe toujours nécessairement une certaine relation ou fonction que nous écrivons :

$\Delta y = \epsilon . a . f(y)$, a étant une constante, ϵ un paramètre très petit.

De la même façon, si l'on abaisse de P la perpendiculaire PE à Oy, on coupe les courbes de sécurité (c'est-à-dire le nuage) en AB. Le point P n'est plus nécessairement le milieu de AB. Soit K ce milieu. Il fournira une deuxième courbe de régression (de x en y), d'ailleurs assez voisine de la première.

Nous posons $BK = KA = \Delta x$, soit, $BA = 2\ \Delta x$, avec $KE = x_1$

Entre la dispersion Δx et la mesure x_1, il existe toujours nécessairement une certaine fonction que nous écrirons : $\Delta x = \epsilon . b . g(x_1)$, b étant une constante.

On pourrait admettre - au second ordre près - que cette relation reste valable (surtout en pratique) lorsqu'on remplace la quantité $EK = x_1$ par une valeur très voisine $EP = x$.

Mais, plus exactement, on peut toujours chercher une relation fonctionnelle entre Δx et $PE = x$ de la forme $\Delta x = \epsilon . b . g(x)$.

En comparant les valeurs : $\Delta y = \epsilon . a . f(y)$ et $\Delta x = \epsilon . b . g(x)$ relatives à un même couple de points $(x; y)$ appartenant à la courbe de "régression" on obtient :

$$\frac{\Delta y}{a . f(y)} = \epsilon \quad \text{et} \quad \frac{\Delta x}{b . g(x)} = \epsilon \quad \text{d'où} \quad \frac{\Delta y}{a . f(y)} = \frac{\Delta x}{b . g(x)} = \epsilon \text{ ou encore}$$

$$\frac{\Delta y}{f(y)} = c . \frac{\Delta x}{g(x)} = \epsilon$$, c étant une constante, et ϵ une quantité (ou paramètre) très petite, arbitraire.

De cette façon, connaissant ou ayant déterminé les fonctions $f(y)$ et $g(x)$, il sera toujours possible de prendre *arbitrairement* ϵ très petit (par exemple égal à 0,1 ou 0,2) ce qui permet de calculer les dispersions :

$\Delta y = \epsilon . f(y)$ et $\Delta x = \frac{\epsilon}{c} g(x)$ autour d'un point (x, y) appartenant à la courbe de croissance.

En reportant l'une ou l'autre de ces dispersions ainsi calculées autour de la courbe de croissance, on pourra confronter les dispersions théoriques avec les dispersions réellement observées.

Dans la dernière équation obtenue : $\frac{\Delta y}{f(y)} = c.\frac{\Delta x}{g(x)} = \epsilon$ nous allons remplacer les écarts Δy et Δx par les différentielles dy et dx (puis le caractère x par le temps t)

On aboutit finalement à l'équation différentielle à variables séparées :

$$\frac{dy}{f(y)} = c.\ \frac{dt}{g(t)} = \epsilon$$

C'EST L'EQUATION DIFFERENTIELLE FONDAMENTALE DES LOIS DE CROISSANCE.

Elle déplace le problème théorique en un problème essentiellement pratique : la recherche des fonctions $f(y)$ et $g(t)$ telles que les dispersions $\Delta y = \epsilon \cdot f(y)$ et $\Delta t = \frac{\epsilon}{c} g(t)$ soient compatibles avec les observations expérimentales.

Premier groupe d'équations différentielles des lois de croissance.

Une confrontation avec les équations différentielles des courbes de croissance (tabl. III, p. 74) conduit rapidement à adopter comme fonction $f(y)$ une expression de la forme y^{α}, de la même façon, on prendra comme fonction $g(t)$ une relation de la forme t^{ν}, soit en définitive :

$$\frac{dy}{y^{\alpha}} = c\frac{dt}{t^{\nu}}$$

Il suffit de donner aux paramètres α et ν des valeurs entières 0 ; 1 (et exceptionnellement 2 pour ν), pour retrouver une grande partie des lois de croissance. Nous expliquerons également les autres.

a) **Relation linéaire,** si $\alpha = 0$ et $\nu = 0$. En effet les dispersions Δy ou Δt ne dépendent pas de la mesure, car dans la relation fondamentale $\frac{dy}{y^{\circ}} = c\frac{dt}{t^{\circ}}$, on sait que $y^{\circ} = t^{\circ} = 1$.

Dans ce cas $dy = c.dt$. En intégrant on obtient $y = c.t + d$. C'est l'équation d'une droite.

Discussion :

On doit envisager deux cas. Si les amplitudes des variables (intervalles de définition) : y et t sont grandes (c'est-à-dire si le segment de droite est suffisamment étendu) cette équation possède un sens biologique véritable. On peut s'assurer rapidement que les dispersions (autour de cette droite) sont bien constantes, principalement en comparant les dispersions aux extrémités. Ce fait est d'ailleurs assez exceptionnel au cours des phénomènes de croissance étant donné la dispersion en éventail qui est la règle. Cependant on pourra obtenir une telle relation par exemple entre caractères, dans la période fœtale, lorsque ces caractères présentent véritablement entre eux une très forte liaison fonctionnelle qui se surajoute à la présence implicite du temps (relation entre fémur - humérus fœtal).

Si l'amplitude des variables y et t est faible, les fluctuations des écart Δy et Δt ne sont pas suffisamment différenciables. Les amplitudes sont nécessairement sensiblement égales aux deux extrémités, quand on considère un intervalle très réduit d'une courbe de croissance. Dans ce cas très particulier, les variations paraissent indépendantes de la mesure elle-même. Par conséquent cette équation doit être comprise comme une estimation, ou simplification, mais avec une signification biologique réduite, car elle ne représente pas nécessairement la loi véritable. Tout au plus l'équation du segment de droite conduit à une identification avec la tangente à la courbe véritable au point moyen, en ne conservant qu'un intervalle réduit de cette tangente.

b) **Relation logarithmique** : si $\alpha = 0$ et $\nu = 1$. Dans ce cas l'équation différentielle fondamentale devient :

$$dy = c.\frac{dt}{t} \quad \text{puisque} \quad y^{0} = 1 \text{ et } t^{1} = t$$

En intégrant, on obtient $y = c\,.\,log.\ t + d$

Discussion

Dans cette relation, la dispersion Δy relative au caractère est constante tout le long de la courbe de croissance, ce qui est difficilement admissible si l'on compare les amplitudes de variation aux deux extrémités de cette courbe. Par contre, le temps présente une dispersion en éventail. L'équation de cette courbe peut être retenue en tant que représentation analytique de pure forme. Nous doutons de sa valeur biologique, au sens où nous l'entendons dans ce travail.

Quelquefois on ajoute un terme modérateur linéaire $b.\ t$ ce qui

donne : $y = c.log.\ t + b.\ t + d.$ L'équation différentielle devient .

$$\Delta y = c.\frac{\Delta t}{t} + b.\ \Delta t \quad \text{ou encore} \quad \Delta y = \frac{\Delta t}{\left[\frac{t}{c + b.t}\right]}$$

De cette façon on voit qu'il est possible de modifier la fonction $g\ (t)$ dans l'équation différentielle fondamentale. La fonction : $\frac{t}{c + dt}$ peut varier plus lentement que t. Mais cette modification ne change pas la valeur de la dispersion Δy qui reste constante.

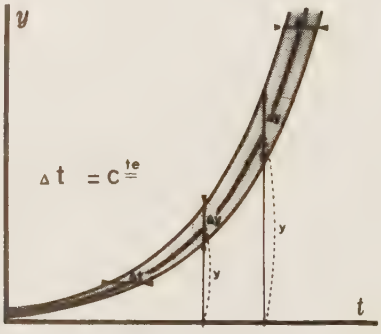


Fig. 45 - FONCTION EXPONENTIELLE

c) **Relation exponentielle** : si $\alpha = 1$ et $\nu = 0$.

L'équation différentielle devient $\frac{dy}{y} = c.\ dt$ puisque $y^1 = y$ et $t^\circ = 1$.

En intégrant, on obtient : $log\frac{y}{d} = c.\ t$

Discussion

La dispersion Δy augmente en même temps que le caractère, puisque $\Delta y = \epsilon.\ y$ ce qui est valable (fig. 45). Par contre, la dispersion Δt est constante, mais ceci est intéressant au voisinage de l'origine.

Cette équation doit être laissée sous cette forme. En effet, elle peut être transformée en une relation équivalente : $y = d.\ e^{c.t}$ qui donne la même courbe représentative. Mais les couples de points ne se correspondent plus, autour, par application des deux relations équivalentes. Cette conséquence entraîne le fait que la dérivation de l'équation transformée : $y = d.\ e^{c.t}$ ne satisfait plus à l'équation différentielle proposée. En effet, ici on obtient :

$$\Delta y = d.\ c.\ e^{c.t}\ \Delta t \quad \text{ou encore} \quad \Delta y = d.\ c.\frac{\Delta t}{e^{-c.t}}$$

et il est possible, naturellement, de revenir, par une transformation qui pourrait paraître arbitraire, à l'équation différentielle initiale. Un exemple emprunté à la relation allométrique va nous faire beaucoup mieux comprendre cette objection.

d) **Relation allométrique : si** $\alpha = \nu = 1$

L'équation différentielle devient : $\frac{dy}{y} = c.\frac{dt}{t}$

et par intégration : $log.\ y = c.\ log.\ t + d.$

Discussion

Le sens de cette équation différentielle est très simple. On admet que les écarts sont proportionnels aux mesures. Dans ce cas particulier on peut considérer les rapports $\frac{\Delta y}{y}$ et $\frac{\Delta t}{t}$ (ou $\Delta x/x$) comme des erreurs relatives. Cette relation est particulièrement intéressante quand on compare des segments équivalents, tant par leur dimension que par le processus de leur croissance (os longs par exemple).

Un problème très important se pose : Peut-on mettre cette relation sous la forme $y = A.t^c$ (en posant $d = log A$) ?

Les deux relations proposées sont équivalentes et l'on retrouve bien la même courbe (ici une droite), que l'on utilise la première relation : $log.y = c.log.t + log.A$ ou la seconde : $y = A.t^c$. Mais cette équivalence n'est plus valable *autour*.

Dans le cas très simple où $c = 1$, l'équation $y = A.t$ est linéaire. Dans ces conditions elle provient d'une équation différentielle telle que $dy = A.dt$. Autrement dit, le découpage en courbes parallèles donne ici des droites effectivement toutes parallèles entre elles et parallèles à la droite $y = A.t$. (fig. 46).

Au contraire en utilisant la relation $log.y = c.log.t + log.A$ qui vérifie bien la relation différentielle : $\frac{\Delta y}{y} = c\frac{\Delta t}{t}$, on obtient des droites convergentes (fig. 46) offrant une dispersion en éventail, si $c = 1$.

Un point essentiel des équations différentielles des courbes de croissance apparaît. A partir de l'équation différentielle fondamentale :

$$\frac{\Delta y}{f(y)} = c.\ \frac{\Delta t}{g(x)}$$

on obtient l'intégrale $F(y) = c.\ G(t) + d$ telle qu'en dérivant cette relation on retrouve bien l'équation différentielle proposée :

$$\frac{dy}{f(y)} = c.\frac{dt}{g(x)}$$

Mais on doit laisser la relation $F(y) = c.\ G(t) + d$ sous cette forme, et surtout ne pas expliciter, c'est-à-dire exprimer y en fonction de t (ou inversement t en fonction de y). On doit attacher au contraire la

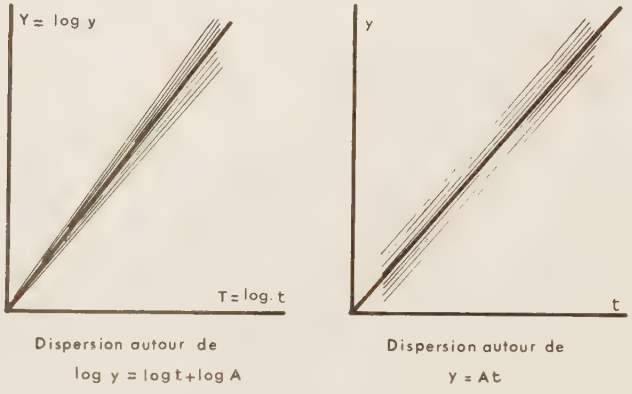


Fig. 46. A DES RELATIONS EQUIVALENTES NE CORRESPOND PAS NECESSAIREMENT UNE MEME "DISPERSION".

plus grande importance à cette forme qui permet d'obtenir immédiatement par dérivation, les dispersions expérimentales véritables.

Cependant, si l'on veut effectuer des calculs intermédiaires, on peut expliciter, ou procéder à toute transformation utile, mais à condition de bien mentionner l'équation originale, et non pas une équation équivalente.

e) **Exponentielle d'inverse : si $\alpha = 1$ et $\nu = 2$.**

L'équation différentielle devient : $\frac{dy}{y} = c.\frac{dt}{t^2}$, et donne par intégration : $Log\frac{y}{d} = -\frac{c}{t}$

Discussion :

En transformant cette dernière équation (ce qui n'est pas toujours spécialement recommandé) on obtient $y = d.\ e^{-\frac{c}{t}}$, qui est la

courbe de croissance en *S* proposée par E. Boyd.

Rappelons que cette courbe donne une excellente estimation de la stature au cours de la croissance prénatale. La dispersion obtenue à partir de l'équation originale : $log_e \frac{y}{d} = -\frac{c}{t}$, est compatible avec les résultats expérimentaux. On doit observer que la dispersion Δy du caractère est rapportée à ce même caractère (y) alors que la dispersion du temps : Δt est rapportée au carré du temps (t^2) ce qui montre que le temps n'est pas comparable - si l'on peut dire - au caractère. Il varie beaucoup plus lentement. Le très grand intérêt de cette courbe réside dans la présence de son asymptote variable : elle dépend de la constante d'intégration : d .

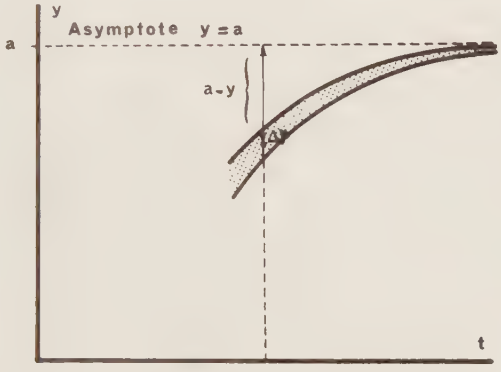


Fig.47

Deuxième groupe d'équations différentielles de lois de croissance classiques.

Nous allons examiner à présent le sens des autres courbes de croissance, étudiées en fonction de leur dispersion.

a) **Relation monomoléculaire** : Puisque la croissance est un phénomène limité n'y aurait-il pas intérêt à prendre comme élément de référence la limite supérieure imposée à l'avance, au lieu du caractère y ?

Soit une courbe de croissance (fig. 47) limitée supérieurement par l'asymptote horizontale $y = a$. Nous allons rapporter la dispersion Δy non plus à la mesure du caractère y mais en fonction de ce qui lui reste à parcourir, soit $(a - y)$. Dans ce cas, on peut écrire par exemple l'équation différentielle de la courbe de croissance sous la forme :

$\frac{dy}{a-y} = c.\ dt$ et par intégration : $log_e(a - y) = d - c.t$ ou encore :

$a - y = e^{d - c.t}$ soit, en définitive $y = a - e^{d - c.t}$: c'est la relation monomoléculaire.

La dispersion Δt garde une valeur constante, ce qui peut à la rigueur se concevoir, par contre la dispersion Δy *s'amenuise* à mesure que les courbes se rapprochent de l'asymptote. Cette disposition paradoxale est biologiquement impossible : la dispersion d'un caractère ne saurait varier en sens contraire de ce caractère. En principe on devrait observer une dispersion en éventail comme celle offerte (fig. 45) par la fonction exponentielle.

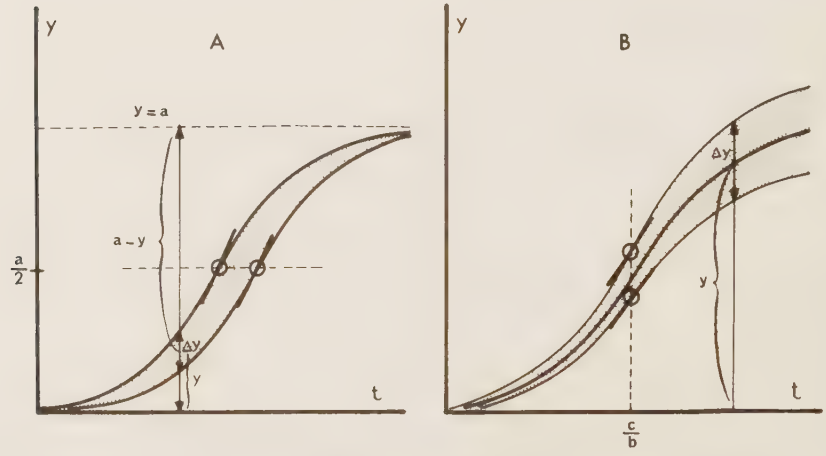


Fig.48 DEUX CONCEPTIONS DIFFERENTES DE LA LOGISTIQUE

b) **La logistique.** Reprenons le raisonnement précédemment formulé pour l'établissement de la courbe monomoléculaire, et basé sur le fait que la croissance est un phénomène limité. On peut envisager le problème d'une façon beaucoup plus complète en évaluant la variation Δy aussi bien en fonction de la limite inférieure que de la limite supérieure (fig. 48 A). Autrement dit nous allons comparer l'écart Δy aux deux portions : y et $(a - y)$, dont la somme est la constante : a.

Considérons la part de la variation relative à la mesure. On peut adopter l'équation différentielle : $\frac{dy}{y} = c_1 . dt$; c'est la fonction exponentielle.

D'autre part, la variation relative au segment complémentaire : $(a - y)$ donne : $\frac{dy}{(a - y)} = c_2 . dt$;c'est la fonction monomoléculaire.

La somme de ces deux variations a-t-elle un sens ?

Si l'on veut tenir compte de la fluctuation rapportée simultanément aux deux limites supérieure et inférieure, on peut ajouter membre à membre ces deux dernières équations et l'on obtient :

$\frac{dy}{y} + \frac{dy}{(a-y)} = (c_1 + c_2).dt$ ou encore $\frac{a.\,dy}{y\,(a-y)} = c_3 \cdot dt$ (en posant : $c_3 = c_1 + c_2$). En définitive : $\frac{dy}{y\,(a-y)} = c.\,dt$ (en posant $c = \frac{c_3}{a}$).

C'est précisément l'équation différentielle de la logistique (voir tabl. III p. 74). La courbe est parfaitement symétrique par rapport à ses deux limites supérieure et inférieure qui jouent le même rôle dans l'établissement de l'équation différentielle. Le point d'inflexion doit donc se placer au milieu. Malheureusement, cette symétrie amenuise considérablement la dispersion. Partant de l'origine avec une faible dispersion, ce qui est raisonnable, on retrouve au voisinage de l'asymptote des dispersions sensiblement nulles : c'est là une caractéristique de la fonction monomoléculaire. Or, en aucune façon la dispersion expérimentale des courbes de croissance ne fournit les variations que l'on peut observer sur la fig. 48, A : augmentation suivie d'une diminution. C'est une objection considérable ; aussi l'emploi de cette courbe semble, sous cette forme, assez limité. Seules les courbes en *S* ayant une asymptote mobile *peuvent* avoir un sens biologique valable car elles possèdent une dispersion en éventail.

Cependant si l'on intègre l'équation différentielle proposée au tabl. III (p. 74) : $\frac{\Delta y}{y} = \frac{b.\,\Delta t}{1 + e^{bt - c}}$

on obtient : $log.\ y = -\ log.\ (1 + e^{c - bt}) + log.\ k$,

k étant une constante arbitraire, donc variable : c'est la constante d'intégration. De cette dernière équation on tire $y = \frac{k}{1 + e^{c - bt}}$ qui est bien l'équation de la logistique, mais dans laquelle la constante d'intégration (variable) est ici k ; par conséquent on détermine une asymptote variable. Sous cette forme, le lieu des points d'inflexion est la droite verticale $t = \frac{c}{b}$, car les constantes c et b sont fixes ; seule l'ordonnée $\frac{k}{2}$ est variable. Les courbes offrent une dispersion en éventail et la logistique peut alors servir de courbe de croissance (fig. 48 B).

Pour quelles raisons l'équation différentielle précédente ne conduit-elle pas aux mêmes résultats ?

Si l'on intègre la relation $\frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta y}{a - y} = c.\Delta t$ équivalente à $\frac{\Delta y}{y\,(a - y)} = \frac{c}{a}\Delta t$ on obtient : $Log.\frac{y}{a - y} = c.\,t - k$, k étant ici la constante d'intégration arbitraire , donc variable.

On en déduit : $\frac{y}{a - y} = e^{c.\,t - k}$ et $y = \frac{a}{1 + e^{k - ct}}$

L'asymptote restant toujours $y = a$ est, dans ces conditions, absolument fixe (fig. 48 A). Seul, le paramètre k, correspondant à la constante d'intégration, varie. Mais dans cette dernière équation il ne figure plus au même endroit que précédemment. Le lieu des points d'inflexion se trouve sur la droite horizontale $y = \frac{a}{2}$, l'abscisse $\frac{k}{c}$ étant variable.

En elle-même ces remarques sont banales. On sait qu'une équation différentielle du premier ordre donne des courbes fonction d'une constante. Or dans la logistique il est possible d'éliminer l'une ou l'autre des constantes figurant dans la formule. Cependant cette opération conduit à des équations différentielles différentes et qui ne possèdent pas le même sens biologique.

Cet exemple montre que l'équation de la logistique sous sa forme explicite $y = F\,(t)$ prête à confusion. Si l'on veut utiliser cette équation comme courbe de croissance, il est nécessaire de la mettre sous la forme préconisée ci-dessus : $F\,(y) = c.G\,(t) + d$, soit encore $log.\ y = -\ log.\ (1 + e^{c - b.t}) + log.\ k$. En dérivant cette formule on trouve la relation différentielle : $\frac{\Delta y}{y} = \frac{b.\,\Delta t}{1 + e^{b.t - c}} = \epsilon$, (avec $\Delta y = \epsilon.\ y$).

En identifiant cette relation avec l'équation fondamentale des courbes de croissance, le sens de la fonction $f\,(y)$ est simple. On compare - une fois de plus - la dispersion Δy au caractère y. Par contre le sens biologique de la fonction $g\,(t) = 1 + e^{b.t - c}$ nous échappe.

c) **La courbe de Gompertz** . De la même façon que pour la logistique, il est possible de considérer plusieurs équations différentielles dont l'intégration conduise à la courbe de Gompertz, mais avec des asymptotes fixes ou mobiles :

1° - Si l'on intègre l'équation différentielle : $\frac{k.dy}{y.log\frac{y}{k}} = -\ b.d\,t,$

($y < k$) on obtient : $log \left| log \frac{y}{k} \right| = c - b.t$ (il est nécessaire de passer par l'intermédiaire des valeurs absolues car on ne saurait prendre le logarithme d'un nombre négatif). De cette relation, on tire : $\left| log. \frac{y}{k} \right| = e^{c - bt}$, correspondant à : $log \frac{y}{k} = - e^{c - bt}$ (puisque $\frac{y}{k} < 1$ entraine un *log* négatif).

En définitive : $y = k\, e^{- e^{c - bt}}$ c'est bien la courbe de Gompertz. Mais dans ce cas l'asymptote limite supérieure $y = k$ est fixe. (La constante d'intégration étant c).

2° - Si l'on intégre l'équation différentielle $\frac{dy}{y} = \frac{b.dt}{e^{bt} - c}$ on obtient : $Log\, y = - e^{c - bt} + Log\, k$ c'est à dire $\frac{y}{k} = e^{- e^{c - b.t}}$, qui est bien la courbe de Gompertz. Cependant dans cette équation la constante d'intégration n'occupe plus la même place que précédemment. Elle correspond à la valeur de l'asymptote $y = k$, ici variable puisque k est la constante d'intégration.

Utilisée comme courbe de croissance on retiendra cette équation non résolue, dont la différenciation conduit à $\frac{\Delta y}{y} = \epsilon$, fournissant une dispersion en éventail.

Cas général.

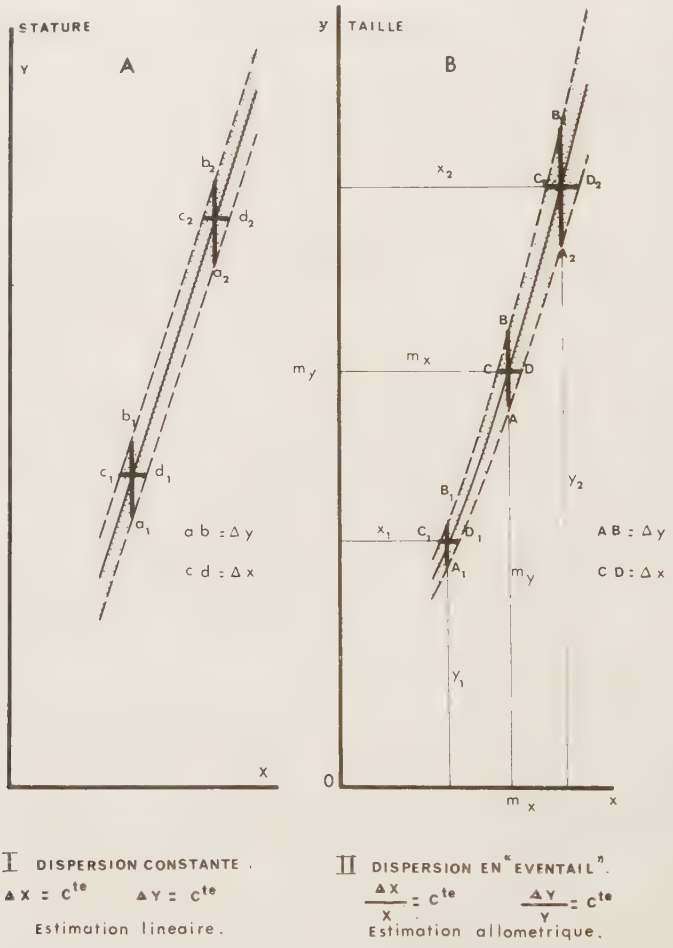
Dans la recherche de l'équation des courbes de croissance en fonction de leur dispersion, deux aspects très différents se présentent :

1° - *On connait les dispersions :* soit expérimentalement ou bien encore soit parce que l'on formule sur leurs valeurs des hypothèses, quitte à les vérifier par la suite.

Exemple d'une estimation linéaire (fig. 49 A). Le nuage des points présente une direction linéaire (à vue d'œil) et la dispersion paraît constante (surtout lorsqu'on les compares aux deux extrémités). Soient σ_x et σ_y les distributions marginales et r la valeur du cœfficient de corrélation. L'aspect du nuage montre que r est très élevé. (Il est inutile de le calculer : il s'élimine).

On veut que $a_1 b_1 = a_2 b_2 = \ldots = \Delta y$ et $c_1 d_1 = c_2 d_2 = \ldots = \Delta x$ (fig. 49, A).

Il est possible de prendre des dispersions proportionnelles aux écarts types liés, soit $\Delta y = k.\sigma_y.\sqrt{1-r^2}$ et $\Delta x = k.\sigma_x.\sqrt{1-r^2}$, k étant, comme on le sait, un coefficient variable. De là, on en déduit :



I DISPERSION CONSTANTE.
$\Delta X = c^{te}$ $\Delta Y = c^{te}$
Estimation lineaire.

II DISPERSION EN "EVENTAIL".
$\frac{\Delta X}{X} = c^{te}$ $\frac{\Delta Y}{Y} = c^{te}$
Estimation allometrique.

FIG. 49 AJUSTEMENT DES COURBES EN FONCTION DE LEUR DISPERSION.

$\frac{\Delta y}{\sigma_y} = \frac{\Delta x}{\sigma_x} = k.\sqrt{1-r^2} = \epsilon$, (ce qui est valable puisque $\sqrt{1-r^2}$ est très petit).

En intégrant : $\frac{y}{\sigma_y} = \frac{x}{\sigma_x} + d$, d étant la constante d'intégration, déterminée par le fait que la droite passe par le point moyen $(\bar{x}, \bar{y})$ ce qui donne en définitive :

$$y = x\frac{\sigma_y}{\sigma_x} + \bar{y} - \bar{x}\frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

c'est bien l'équation de la droite de régression dans le cas où la corrélation est très élevée, ce qui ne manque pas de se produire dans une étude sur la croissance où les amplitudes des variables sont grandes.

Exemple d'une estimation allométrique (fig. 49 B). Le nuage de corrélation très serré, est assez rectiligne pour que le coefficient de corrélation linéaire r possède un sens (il est inutile de le calculer), mais la dispersion est en éventail. (On s'aperçoit immédiatement de ce fait en comparant les dispersions aux extrémités).

On *veut* établir la relation allométrique $y = A\,x^{\alpha}$

Dans ces conditions, le rapport $\frac{\Delta y}{y}$ doit être constant tout le long du nuage. Or au point moyen $(\bar{x}, \bar{y})$ ce rapport prend la valeur :

$$\frac{k.\,\sigma_y\,\sqrt{1 - r^2}}{\bar{y}}$$

Par conséquent : $\frac{A_1 B_1}{y_1} = \frac{A_2 B_2}{y_2} = \frac{A B}{m_y} = \frac{k.\,\sigma_y \cdot \sqrt{1 - r^2}}{\bar{y}} = \frac{\Delta y}{y}$

(fig. 49, B).

De la même façon, pour que la relation soit bien allométrique, le rapport $\frac{\Delta x}{x}$ doit rester constant. En évaluant la valeur de cette constante au point moyen $(\bar{x}, \bar{y})$, on obtient :

$$\frac{C_1 D_1}{x_1} = \frac{C_2 D_2}{x_2} = \frac{C D}{m_x} = \frac{k.\,\sigma_x \cdot \sqrt{1 - r^2}}{\bar{x}} = \frac{\Delta x}{x} \text{ (fig. 49, B).}$$

En comparant les valeurs des variations Δy et Δx fournies par les deux relations précédentes, on peut écrire : $\frac{\Delta y}{\left(y \cdot \frac{\sigma_y}{\bar{y}}\right)} = \frac{\Delta x}{\left(x \cdot \frac{\sigma_x}{\bar{x}}\right)} = k.\sqrt{1 - r^2} = \epsilon$

(ce qui est bien valable si r est élevé). D'où : $\frac{\Delta y}{y} = \frac{\sigma_y}{\bar{y}} \cdot \frac{\bar{x}}{\sigma_x} \cdot \frac{\Delta x}{x}$ et

en intégrant : $log.\ y = \frac{\sigma_y}{\bar{y}} \cdot \frac{\bar{x}}{\sigma_x} log.\ x + d$ (d étant la C^{te} d'intégration).

on sait que les coefficients de variabilité sont tels que : $V_y = 100\,\frac{\sigma_y}{\bar{y}}$

et $V_x = 100 \frac{\sigma_x}{\bar{x}}$

On en déduit : $log.\ y = \frac{V_y}{V_x} log\ x = d$ et en posant $\alpha = \frac{V_y}{V_x}$

$log\ y = \alpha\ log\ x + d$. On détermine d par le fait que la courbe passe bien par le point moyen $(\bar{x}, \bar{y})$; donc $d = log\ \bar{y} - \alpha\ log\ \bar{x}$.

En définitive : $log.\ y = log. \frac{\bar{y}}{\bar{x}^{\alpha}} x^{\alpha}$ correspondant à $y = \frac{\bar{y}}{\bar{x}^{\alpha}} x^{\alpha}$

c'est bien la relation allométrique : $y = A\ x^{\alpha}$, mais il est indispensable de conserver la relation originale (en logarithme) qui, par dérivation, redonne bien l'équation différentielle fondamentale de la relation allométrique : $\frac{\Delta y}{y} = c. \frac{\Delta x}{x}$

Le passage en coordonnées logarithmiques n'est pas nécessaire. Cependant ce procédé est limité par l'amplitude de variations des variables. Si la courbure du nuage est trop accentuée, dans le cas où les amplitudes des variables sont grandes, on ne peut plus attribuer de sens précis au cœfficient de corrélation linéaire r de (Bravais-Pearson). Ce procédé est alors inapplicable.

Autres exemples :

Supposons que l'on possède les couples de valeurs : (x_1, y_1). ... (x_b, y_b) correspondant aux mesures expérimentales. On construit graphiquement le nuage de corrélation. Si le nombre des points est suffisant, et dans ce cas seulement, on trace (à vue d'œil) les limites de sécurité (supérieure et inférieure) englobant le nuage. On cherche alors une relation entre les dispersions et la mesure. Ce problème sera abordé ci-dessous.

2° - *On connait les valeurs moyennes* : il arrive assez souvent que l'on possède, pour chaque âge, la valeur moyenne du caractère ainsi que la valeur de l'écart type de la distribution (dans chaque classe d'âge). Dans ce cas, on trace la courbe des points moyens, sur un graphique, puis on lisse cette courbe de façon à la rendre continue (voir page 106, fig. 16). A partir de cette courbe lissée (et non à partir des points moyens), on porte de chaque côté les écarts types (ou deux fois ces écarts types), ce qui détermine les limites supérieure et inférieure de la dispersion ; mais on lisse également ces courbes de sécurité (voir ci-dessus page 115, fig. 22). De cette façon le problème qui se pose est la recherche d'une relation entre les dispersions et la mesure.

Exemple de l'utilisation de la dispersion, dans la recherche de l'équation des courbes.

Nous abordons enfin le problème de la recherche d'une relation fonctionnelle entre les valeurs moyennes, sur des données fictives, pour en démonter le mécanisme.

Les données de base : elles figurent au tabl. IV. Ce sont des relations numériques entre points moyens. Le problème qui se pose est la recherche de la meilleure relation mathématique reproduisant les données initiales.

TABLEAU IV

x	y	x	y	x	y
60	15,54	90	22,28	120	31,26
65	16,50	95	23,66	125	32,83
70	17,53	100	25,12	130	34,41
75	18,61	105	26,60	135	36,00
80	19,76	110	28,16	140	37,61
85	20,98	115	29,70	145	39,23

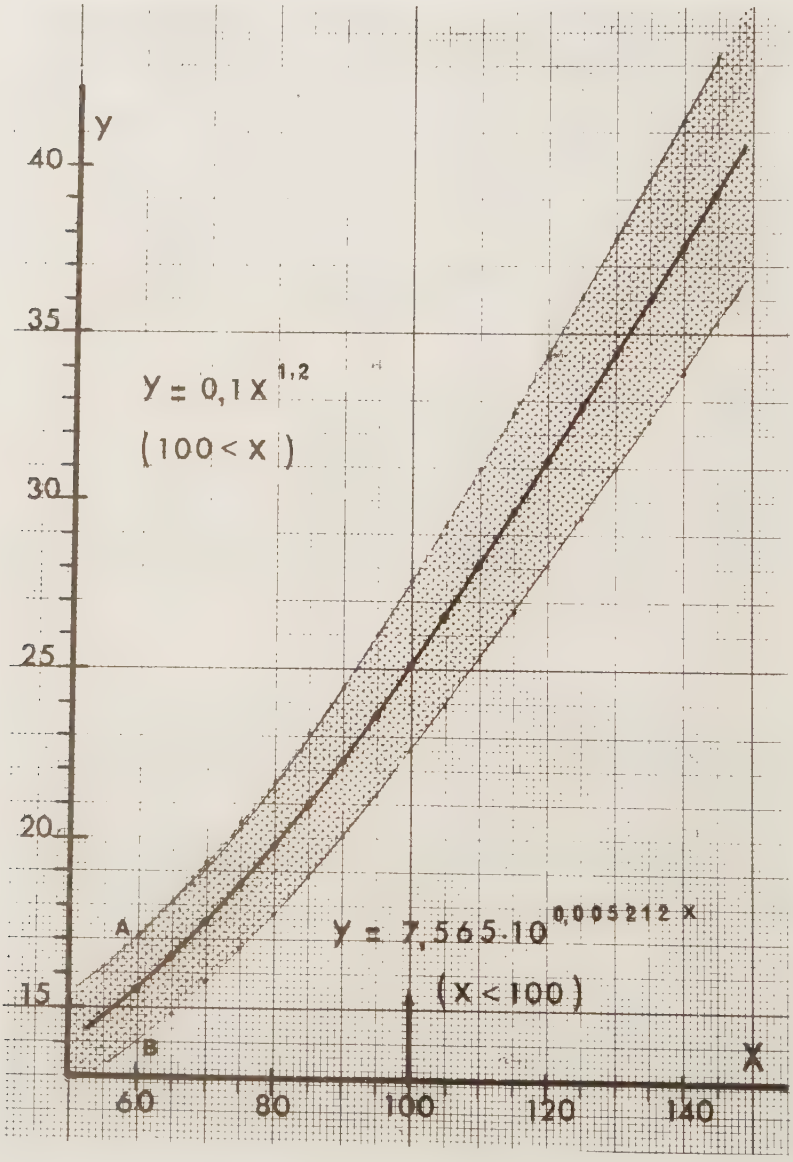
Nous construisons tout d'abord le graphique (fig 50) reliant les points moyens x et y. La courbe moyenne apparaît comme continue, et - à première vue - on serait tenté de l'englober dans une formule unique.

Nous créons une dispersion arbitraire Δy telle que le rapport $\frac{\Delta y}{y}$ soit égal à une constante, que nous prendrons ici égale à 0,2.

Considérons le premier point, pour lequel $y = 15,54$. Comme on doit porter la dispersion de part et d'autre de ce point moyen, on calcule $\frac{\Delta y}{y} = 0,1$ soit $\Delta y = 0,1\ y$, ou encore $\Delta y = 15,54 \cdot 0,1 = 1,554$. On reporte cette valeur de part et d'autre du point moyen considéré, ce qui donne les deux points A et B (fig 50). On procède de la même façon pour les autres points et l'on obtient ainsi deux courbes de sécurité. (Sur la fig 50 ces limites supérieure et inférieure sont les frontières du pointillé).

On mesure sur le graphique la dispersion Δx ainsi que la valeur qui correspond au caractère x pris à différents niveaux, depuis $y = 17$

jusqu'à $y = 36$. Ces valeurs figurent au tabl. V. On va déterminer une relation entre Δx et x par l'intermédiaire du logarithme de ces valeurs.



(fig. 50) • Une courbe apparemment continue peut provenir de la réunion de deux courbes analytiquement distinctes. Une étude de la dispersion permet de les séparer.

Sur un même graphique (fig. 51) on porte en abscisse $X = log.\ x$ et en ordonnée $Y = log.\ \Delta x$. Il apparaît immédiatement une dissociation

de ces points qui se groupent en deux droites distinctes. Cette disposition indique que la courbe initiale, d'apparence continue, se décompose en fait en deux courbes analytiquement différentes, chacune correspondant à une signification (biologique) déterminée.

TABLEAU V

y	Δx	x	$Y = log._{\bullet} \Delta x$	$X = log.\ x$
17	17	67,5	*1,230*	*1,829*
18	17	72	*1,230*	*1,857*
19	17	77	*1,230*	*1,886*
20	17	81	*1,230*	*1,908*
21	17	85	*1,230*	*1,929*
22	17	89	*1,230*	*1,949*
23	17	92,5	*1,230*	*1,954*
24	17	96,5	*1,230*	*1,985*
25	17	100	*1,230*	*2,000*
26	17,25	103	*1,237*	*2,013*
27	18	107	*1,255*	*2,029*
28	18,5	110	*1,267*	*2,041*
29	19	113	*1,279*	*2,053*
30	19,5	116	*1,290*	*2,064*
31	20	119,5	*1,301*	*2,077*
32	20,5	122,5	*1,312*	*2,088*
33	21	126	*1,322*	*2,100*
34	21,5	129	*1,332*	*2,111*
35	22	132	*1,342*	*2,121*
36	22,5	135,5	*1,352*	*2,132*

La droite horizontale groupe les 9 premiers points. En effet la dispersion $\Delta x = 17$ ne change pas sur la première partie du graphique (fig. 50). Nous allons comparer cette relation à $\frac{\Delta y}{y} = 0,2$; par l'intermédiaire de $\frac{\Delta x}{17} = 1$ et $\frac{\Delta y}{0,2\,y} = 1$, on en déduit $\frac{\Delta y}{0,2\,y} = \frac{\Delta x}{17}$. On reconnait là l'équation différentielle d'une fonction exponentielle.

Si l'on intègre cette dernière équation différentielle on obtient effectivement : $Log._e\ y = \frac{0,2}{17} x + Log\ k$ (k = constante d'intégration)

soit encore : $\frac{log.\ y}{k} = \frac{0,2\,x}{17} \times 0,4343 = 0,0051\,x$ c'est-à-dire $y = k\ 10^{0,0051\,x}$

En pratique, nous déconseillons d'utiliser directement cette relation : il vaut mieux ne pas intégrer. Le rôle de l'équation différentielle est d'indiquer la forme analytique de la fonction qui existe entre x et y. *Elle met sur la voie de la transformation* des coordonnées qu'il faut effectuer pour obtenir un résultat précis. Le rôle de la transformation est d'établir facilement ce résultat par l'intermédiaire d'une relation linéaire : $Y = AX + B$. Ici $Y = Log.\ y$ et $X = x$. Dans un tel sys-

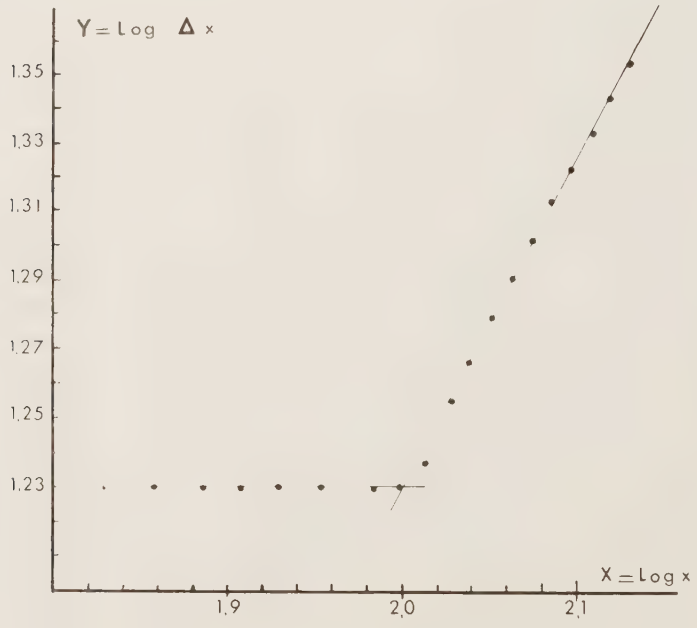


Fig. 51 RELATION ENTRE LA MESURE ET SA DISPERSION

tème de coordonnées, les 9 premiers points se placent exactement sur la droite : $Y = 0{,}0052\ X + log.\ 7{,}565$ soit en définitive :

$$y = 7{,}565\ .\ 10^{\,0{,}0052\ x}\ .$$

Or c'est précisément de cette équation que nous sommes initialement partis afin de déterminer les 9 premiers couples de valeurs $(x,\ y)$ inscrits au tabl. IV . Ceci constitue une vérification expérimentale de notre procédé : il est possible d'établir l'équation des courbes en fonction de leur dispersion.

Toutefois, si l'on envisage le problème du point de vue biologique, et si la dispersion du caractère y correspond bien à la relation arbitraire, ici $\frac{\Delta y}{y}$ = constante, il est préférable de conserver la forme ori-

ginale : $log.\ y = 0{,}0052\ x + log.\ 7{,}565$. La différenciation de cette équation donne immédiatement la forme de la dispersion : proportionnelle à y et constante pour x. Ceci, bien entendu, ne concerne que les 9 premiers points.

Les 9 derniers points du tabl. IV se groupent (fig. 51) sur une même droite d'équation $log.\ \Delta x = 0{,}951\ log.\ x - 0{,}6743$. On en déduit $\frac{\Delta x}{x^{0{,}951}} = c^{te}$

Dans cette dernière relation l'exposant (0,95) du terme x est voisin de 1 . Or, l'intégration de $\frac{dx}{x^{\alpha}}$ donne des résultats différents lorsque l'exposant α , passant par la valeur 1 , prend des valeurs voisines. c'est une des raisons pour laquelle l'intégration de l'équation différentielle est à déconseiller. Il suffit d'une très petite variation dans la valeur numérique de α pour modifier l'expression analytique de l'intégrale, qui est algébrique si $\alpha \neq 1$: $[-\frac{c}{x^{\alpha-1}}]$ et logarithmique si $\alpha = 1; (log.x)$.

Ainsi lorsque $\alpha \# 1$ il est nécessaire de contrôler les valeurs du rapport $\frac{\Delta x}{x}$, à partir du tabl. IV . Ces quotients restent sensiblement constant et voisins de $0{,}17$.

On est conduit à envisager la relation $\frac{\Delta x}{x} = c^{te}$, qui associée à $\frac{\Delta y}{y} = c^{te}$ conduit tout naturellement à la relation allométrique. C'est là où la méthode des transformations joue son rôle.

Si l'on effectue le changement $Y = log.\ y$ et $X = log.\ x$, les 10 derniers points sont bien alignés. On adopte donc la transformation doublement logarithmique et l'on aboutit alors à l'équation $y = 0{,}1\ x^{1{,}2}$ d'où l'on était initialement parti.

Il est possible de déterminer le point de jonction entre les deux courbes. Il suffit de résoudre les équations précédemment trouvées : $log.\ \Delta x = 1{,}23$ pour la première courbe et $log.\ \Delta x = 0{,}051\ log.\ x - 0{,}6743$ pour la deuxième équation ce qui fournit la solution commune : $x = 100{,}55$

Effectivement le point $(100\ ;\ 25{,}12)$ appartient bien aux deux courbes et constitue leur point de jonction, les deux fonctions ayant en ce point une tangente commune.

Discussion

Plusieurs objections peuvent être formulées à l'égard de ce procédé et nous allons en envisager quelques unes.

Dans l'équation différentielle fondamentale des courbes de croissance : $\frac{\Delta y}{f(y)} = c. \frac{\Delta t}{g(t)} = \epsilon$, Nous avons adopté arbitrairement $f(y) = y$ On peut se demander pourquoi.

Cette détermination est très facilement expliquable pour plusieurs raisons :

Les lois de croissance classiques, précédemment étudiées, ont montré qu'elles provenaient, en majeure partie, d'équations différentielles de la forme : $\frac{\Delta y}{y} = c. \frac{\Delta t}{g(t)} = \epsilon$, la grande inconnue étant $g(t)$.

D'autre part, il est toujours facile de vérifier expérimentalement et ultérieurement, en traçant les limites de sécurité déterminées à partir de la relation : $\Delta y = \epsilon . y$, si ces limites englobent bien les points réels relevant des mesures véritables. Il est possible de choisir une autre valeur numérique pour ϵ. Cela ne change rien, pourvu que ϵ soit assez petit.

De plus, le fait de prendre une autre détermination pour la fonction $f(y)$ ne modifie que la forme de l'équation définitive à laquelle, en dernière analyse, on doit aboutir. Seule, la nouvelle fonction inconnue $g(t)$ se transformera en conséquence. Ce procédé n'est pas sans présenter une certaine analogie avec le changement de variable que l'on emploie lors de l'intégration d'une fonction. En principe et si l'on n'a pas de renseignements *a priori*, il est préférable de choisir la fonction $f(y)$ simple et facilement intégrable. En pratique, pour l'ensemble des caractères morphologiques, cette fonction pourra être assimilée à y : c'est une constatation expérimentale.

On pourrait se demander enfin s'il n'est pas plus rapide d'effectuer - ou tout au moins d'essayer - une transformation classique telle que la transformation doublement logarithmique : $X = log.\ x$ et $Y = log.\ y$. Rappelons ici que l'usage de ce procédé est extrêmement aléatoire : au départ la loi risque d'être postulée. La fig. 52 représente le résultat de cette transformation. On serait tenté d'englober immédiatement les points suivant deux droites, c'est-à-dire suivant deux fonctions allométriques qui fourniraient d'ailleurs assez bien *une* expression analytique du phénomène. Mais ni les équations finales, ni le point de rup-

ture ne reproduisent les hypothèses de départ. On tombe là dans un simple exercice d'analyse mathématique.

La courbe représentant l'évolution des points moyens réels, expérimentaux, est la traduction statistique de la dispersion de ces points.

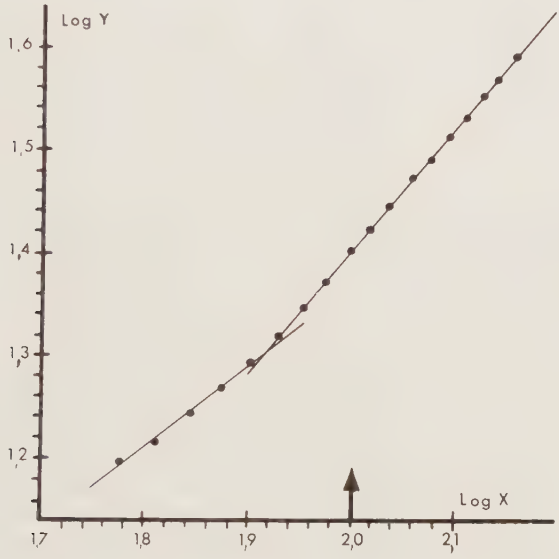


Fig 52

Schématisant leur présence par une ligne idéale, elle ne prend de signification (biologique) qu'en fonction même de leur dispersion.

Si l'on rend compte de cette dispersion dans l'équation de la courbe moyenne, on fait alors intervenir cette propriété fondamentale de la matière vivante : sa variabilité.

§ - II LA CROISSANCE PRENATALE *(Etude théorique)*

La recherche de l'équation des courbes à partir de leur dispersion, se ramène à la détermination de l'équation différentielle :

$$\frac{\Delta y}{f(y)} = c. \frac{\Delta t}{g(t)} = \epsilon$$

On pourra prendre $f(y) = y$, ϵ étant une quantité arbitraire très petite. Le problème revient en définitive à trouver la meilleure fonction pour $g(t)$.

Un point quelconque de la courbe de croissance est repéré par rapport à deux axes : le temps t et la mesure y. Ces axes doivent être définis avec la plus grande précision. La mesure y est rapportée à un axe passant par l'origine ; autrement dit, un changement d'axe est dépourvu de sens. Il serait absurde d'envisager la possibilité d'ajouter ou d'enlever une valeur *constante* à la longueur d'un humérus ou à la stature d'un sujet. Dans le cas particulier des sciences biologiques tout changement d'axe doit être prohibé : il n'existe pas d'axes relatifs.

Cependant, une difficulté surgit lorsqu'on envisage le temps, mesure sans support, fonction seulement d'un certain repérage de ses extrémités. Or, dans le cas de la croissance prénatale, rien n'est plus difficile à déterminer que l'origine du temps, qui n'est jamais connue avec certitude. Aussi nous aborderons le problème de la croissance prénatale dans les deux systèmes.

- En prenant pour origine le temps t, en âge de fécondation
- En prenant pour origine le temps $T = t + 14$ jours, en âge menstruel, c'est-à-dire compté à partir des dernières règles. (voir ci-dessus p. 85).

1° - *CROISSANCE DE LA TAILLE ASSIS (Vertex - coccyx) (T. A.)*

C'est une des mesures les plus employées et même la seule véritablement valable dans la période embryonnaire. Les données sont

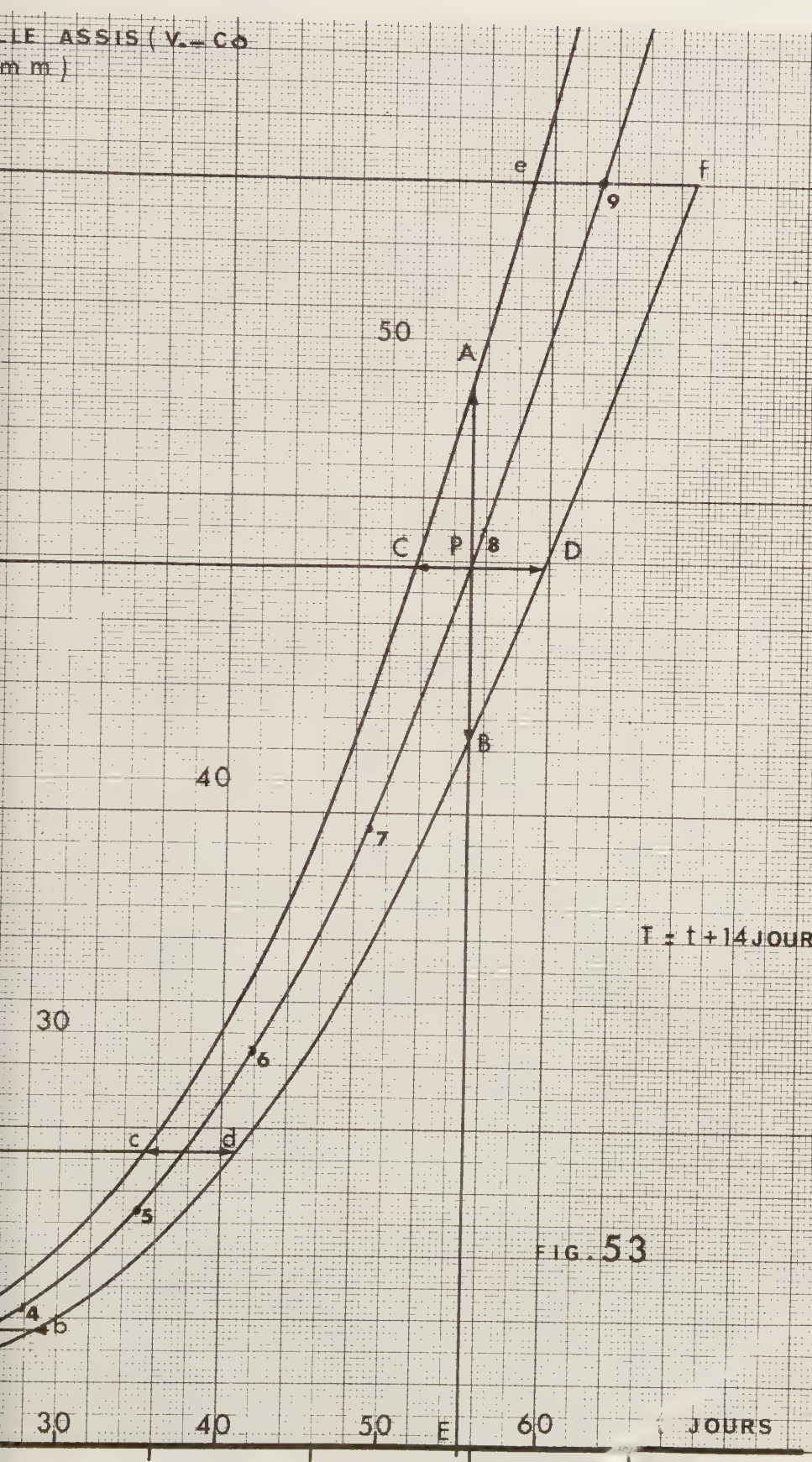
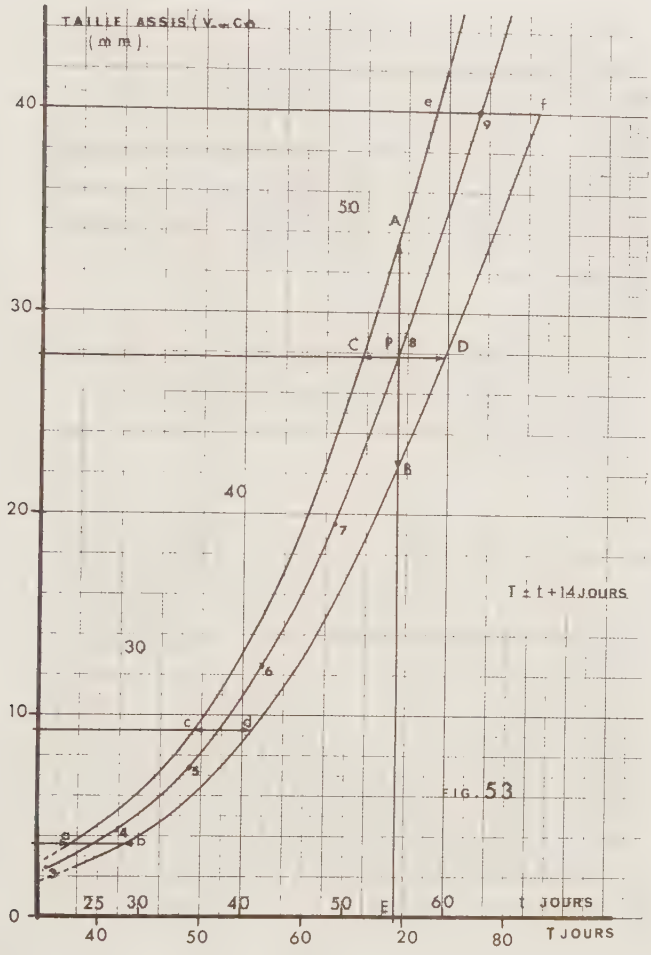

LE ASSIS (V.- C
m m)
e
F
9
50
A
C
P
8
D
B
40
7
T = t + 14 JOUR
30
6
c
d
5
4
b
30
40
50
E
60
JOURS

FIG. 53

très nombreuses dans la littérature scientifique et nous avons choisi celles de Patten (1).



(fig. 53) - *Croissance prénatale* - $y = T.A.$ (mm.); $x = t$ (jours) de 3 à 9 semaines. Construction des courbes limites, de sécurité, telle que $\Delta y = 0{,}4\ y$, autour de la courbe moyenne, permettant une mesure expérimentale directe de la dispersion Δt.

a) ETUDE DE LA CROISSANCE DE LA TAILLE ASSIS EN ADOPTANT COMME ORIGINE LE TEMPS *t* EN AGE DE FECONDATION.

Sur un même graphique (fig. 53) on construit la courbe reliant

(1) - B. M. PATTEN (1946)." Human Embryology". - p. 184.

entre eux les points moyens des données expérimentales. (Nous rappelons que nous avons emprunté ces données à Patten). Ces valeurs moyennes figurent au tabl. VII. (p. 197).

On trace la courbe, convexe ou concave mais sans sinuosités, reliant les points moyens. En effectuant plusieurs fois cette opération sur des graphiques différents nous nous sommes assurés par superposition de la bonne coïncidence de ces courbes. Autrement dit, il n'est pas possible de tracer des courbes graphiquement distinctes et reliant entre eux les points moyens.

Sur la fig. 53 les points moyens sont numérotés d'après l'âge exprimé en semaine, de la 3 ème à la 9 ème semaine. En réalité, sur les nombreux graphiques que nous avons établi pour ce travail, nous sommes allés beaucoup plus loin, mais leur représentation sortirait ici des limites imposées ; on pourrait effectuer plusieurs découpages : nous verrons pourquoi il est inutile de le faire.

Nous créons une *dispersion artificielle* et *arbitraire* de la façon suivante :

Soit P un point situé sur la courbe moyenne, et tel que $PE = y = 27,8\,mm.$ On adopte arbitrairement $\Delta y = 0,4$, c'est-à-dire que dans l'équation différentielle fondamentale des courbes de croissance nous prenons $g(y) = y$ et $\epsilon = 0,4$.

De cette dernière relation on déduit $\Delta y = 0,4\ y$. Cela veut dire que pour chaque valeur de y, correspondant à un point de la courbe moyenne, il est possible de calculer immédiatement la moitié de la dispersion correspondante Δy. Ainsi pour le point particulier P, on obtient $\frac{\Delta y}{2} = 0,2\ y$ soit encore $\frac{\Delta y}{2} = 0,2 \times 27,8 = 5,56\ mm.$ Pourquoi avons nous multiplié par 0,2 au lieu de 0,4 ? C'est que nous reportons cette valeur de part et d'autre de la droite PE (perpendiculaire en E à l'abscisse), soit : PA = PE = 5,56 mm. De ce fait, on a bien en définitive

$AB = \Delta y = 0,4\ y = 0,4 \times 27,8 = 5,56 + 5,56 = 11,12$ mm.

On procède de la même façon pour un très grand nombre de points de la courbe moyenne, en prenant des valeurs commodes pour y, qu'on lit directement sur le graphique de la fig. 53. On détermine ainsi les deux courbes limites, l'une maximum, l'autre minimum et qui vont nous servir à obtenir expérimentalement la dispersion Δt, afférente au temps, en effectuant un découpage suivant des droites parallèles à l'axe des temps, prises à des niveaux différents.

Ici, la valeur t correspondant au point P est 55,2 jours : la dis-

TABLEAU VI

Relation expérimentale entre le temps : t et sa dispersion : Δ t

	t	Δt	$X = log.\ t$	$Y = log.\ \Delta t$
	27,4	5,5	1,438	0,740
	28,3	5,5	1,452	0,740
	29,4	5,5	1,468	0,740
	30,4	5,5	1,483	0,740
$N = 10$	31,4	5,5	1,497	0,740
(D_1)	32,5	5,5	1,512	0,740
	33,5	5,5	1,525	0,740
	34,5	5,5	1,538	0,740
	35,5	5,5	1,550	0,740
	36,5	5,5	1,562	0,740
	37,4	5,7	1,573	0,756
	38,5	5,7	1,585	0,756
	39,5	6,0	1,597	0,778
	40,7	6,0	1,610	0,778
	41,7	6,0	1,620	0,778
$N = 15$	42,7	6,0	1,630	0,778
(D_2)	43,8	6,0	1,641	0,778
	44,7	6,1	1,650	0,785
	45,5	6,2	1,658	0,792
	46,6	6,3	1,668	0,799
	47,5	6,3	1,677	0,799
	48,9	6,5	1,689	0,813
	50,0	6,8	1,699	0,833
	51,0	6,8	1,708	0,833
	51,9	7,0	1,715	0,845
	53,0	7,3	1,724	0,863
	54,1	7,6	1,732	0,881
	55,4	8,0	1,744	0,903
	56,5	8,4	1,752	0,924
	57,5	8,5	1,760	0,929
	58,7	9,0	1,769	0,954
	59,8	9,1	1,777	0,959
	60,8	9,4	1,784	0,973
	62,0	10,0	1,792	1,000
	63,4	10,2	1,802	1,009
	64,4	10,5	1,809	1,021
$N = 27$	65,5	10,8	1,816	1,033
(D_3)	66,6	11,1	1,823	1,045
	67,7	11,5	1,831	1,061
	68,7	11,7	1,837	1,068
	70,2	12,2	1,846	1,086
	71,1	12,5	1,852	1,097
	72,5	13,0	1,860	1,114
	73,5	13,2	1,866	1,121
	74,7	13,6	1,873	1,134
	75,6	14,0	1,879	1,146
	77,0	14,4	1,886	1,158
	78,0	14,6	1,892	1,164
	79,3	15,0	1,899	1,176
	80,4	15,5	1,905	1,190
	81,6	16,0	1,912	1,204

persion C D = Δt est très voisine de 8 jours, tout en restant légérement inférieure à cette valeur. Cette précision est sans aucune importance pour la suite des calculs ; des valeurs approchées suffisent car leur nombre élevé apportera une grande précision finale, dans l'utilisation de ce procédé.

On mesure ainsi systématiquement les valeurs de la dispersion correspondant au temps, telles que : ab ; cd ; etc.... ; ef. En principe il ne faut mesurer ni trop bas, ni trop haut, par suite des distorsions éventuelles pouvant se produire aux extrémités des courbes. (En réalité nous avons mesuré beaucoup plus haut que ef, puisque nous sommes allés jusqu'à la 12 ème semaine).

On mesure également, pour chaque dispersion Δt, la valeur véritable t sur la courbe moyenne, et non pas la moitié de l'intervalle Δt, cette dernière détermination conduisant à l'équation de la deuxième ligne de régression de t en y.

Les résultats expérimentaux de ces mesures figurent au tableau VI. La 1ère colonne (t) indique la valeur du temps, en jours. La 2ème colonne (Δt) correspond à la dispersion mesurée sur le graphique autour de cette valeur t. Dans la recherche d'une relation *analytique* entre t et Δt, il est recommandé d'essayer - entre autres - la transformation doublement logarithmique, ici $X = log.\ t$ et $Y = log.\ \Delta t$. Ces dernières valeurs figurent au tableau VI. La traduction graphique de ces résultats est représentée à la fig. 54.

On voit immédiatement apparaître une dissociation des points expérimentaux, que l'on peut grouper en trois droites distinctes : (D_1), (D_2) et (D_3).

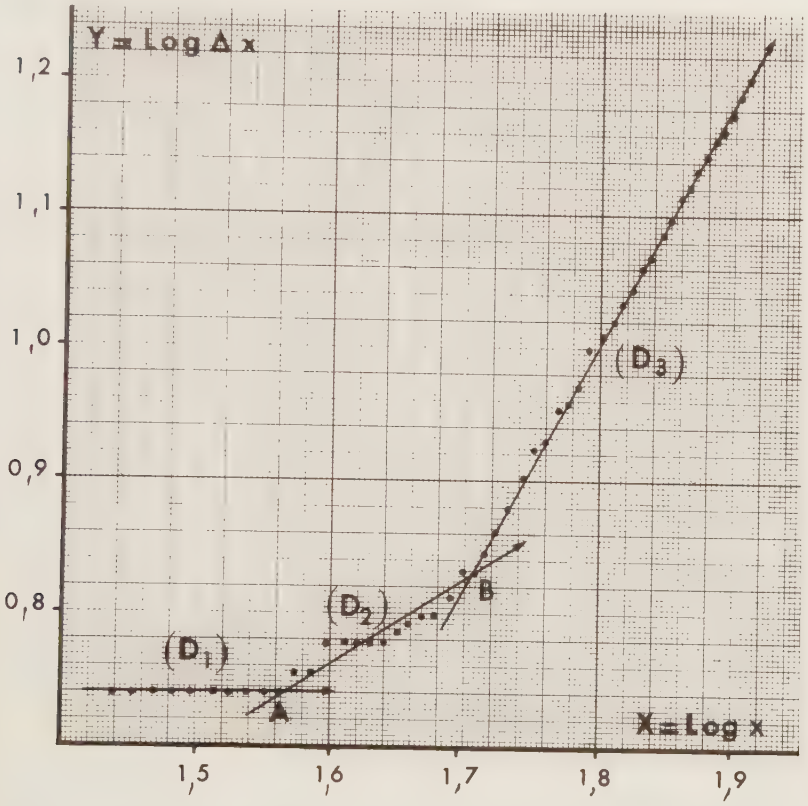
Equation et interprétation des droites : (D_1), (D_2) et (D_3). (1)

On peut déjà observer au tabl. VI, que Δt est une constante pour les 10 premiers points, soit $\Delta t = 5,5$, ou encore $\frac{\Delta t}{5,5} = 1$

En comparant cette valeur à $\frac{\Delta y}{y} = 0,4$ soit $\frac{\Delta y}{0,4.\ y} = 1$

(1) H. PINEAU - (1964) - "Place de la représentation graphique dans l'explication du dynamisme de l'organisation embryonnaire" - Soc. Anat. de Paris. (27 février 1964) - Analysé dans la Presse Médicale, t. 72, nº 40, Sept. 64, p. 2351.

on en déduit : $\frac{\Delta y}{y} = \frac{0,4}{5,5} \Delta t = 0,073. \Delta t$: c'est l'équation différentielle d'une relation exponentielle. En intégrant, on obtient en effet : $Log_e \frac{y}{k} = 0,073\, t$ (k étant la constante d'intégration) ou encore $\frac{y}{k} = e^{0,073\, t}$ soit $y = k\, 10^{0,032\, t}$



(fig. 54) - Recherche d'une relation entre le temps t et sa dispersion Δt, mesurée à partir de la fig. 53.

Mais c'est l'équation originale qui doit être conservée pour donner, par différenciation, les valeurs de la dispersion correspondant à la réalité des faits observés.

La forme de ce résultat conduit évidemment à choisir comme transformation : $Y = log.\ y$ et $X = t$. Cependant il reste à déterminer le point de "rupture" autrement dit le moment ou la fonction représentative de la croissance va changer de forme analytique.

En examinant le graphique 54. on peut choisir *arbitrairement*

les 15 points compris entre A B. Ces points définissent en quelque sorte la zone où doit se trouver la droite (D_2). Au tableau VI ces 15 points s'échelonnent de la 10° à la 24 ème valeur.

A partir de cette détermination arbitraire, il est possible de calculer l'équation de la droite de régression schématisant ce groupement. L'équation de cette droite est : $\log. \Delta t = 0,5463 \log. t - 0,1083301.$

En associant l'équation de cette droite (D_2) avec l'équation précédemment obtenue de la droite (D_1), qui est : $\log. \Delta t = 0,740$ on obtient l'intersection de ces deux droites, c'est-à-dire les coordonnées du point A, soit $t = 35,72$ *jours*.

Il est possible, et même recommandé, d'effectuer d'autres découpages expérimentaux, pour définir la droite (D_2), en utilisant d'autres graphiques semblables à celui de la fig. 53, et correspondant à d'autres mesures expérimentales relevées dans cette zone. (c'est-à-dire du 30^e au 50^e jour). On obtient toujours pour les valeurs de t déterminant le point A des chiffres très sensiblement voisins : 35 ou 36 jours. Quelles que soient les déterminations envisagées, on aboutit en définitive à une variation faible dans la détermination de la position du point de "rupture" : A. Cette particularité ne doit pas surprendre : elle est dûe en partie au fait que la droite (D_1) est fixe tandis que la droite (D_2) ne saurait osciller beaucoup. Mais ce résultat devra être surtout interprété en fonction de la valeur biologique à laquelle il se rapporte et qui donne effectivement un sens précis et très particulier à la situation assez stable du point A. Avec une approximation d'un jour près, on peut estimer que le point de rupture A se place bien autour du 35^e - 36^e jour.

On peut donc grouper, dans la transformation $X = t$ et $Y = \log. y$ les trois premières valeurs du tabl. VII, de la 3 ème à la 5 ème semaine c'est-à-dire de $t = 21$ à $t = 35$ *jours*. Dans ce système de coordonnées (X, Y) l'équation de la droite de régression est $Y = 0,03408 X - 0,3122$ soit $\log. y = 9,03408 t + \log. 2,052$, qui peut s'écrire : $y = 2,052\, e^{0,078\, t}$

Ainsi, on trouve un exposant : 0,078 très voisin de celui auquel on avait abouti précédemment, par intégration de l'équation différencielle obtenue à partir des dispersions expérimentales (0,073). Mais il est toujours préférable de passer par l'intermédiaire de la transformation.

L'équation de la droite (D_3), telle qu'elle se présente d'après

TABLEAU VII

Croissance prénatale (E. H. et F. H.) - (données de Patten : t et y).

Age Semaine	*Age jours* t	*T. A. V. C. mm.* y	*log t*	*log y*	$\frac{1}{t^{0,8}}$
3	21	2,5	1,322219	0,397940	0,087544
4	28	4,5	1,447158	0,653213	0,069546
5	35	7,5	1,544068	0,875061	0,058176
6	42	12,5	1,623249	1,096910	0,050281
7	49	19,5	1,690196	1,290035	0,044447
8	56	29	1,748188	1,462398	0,039944
9	63	40	1,799341	1,602060	0,036352
10	70	52	1,845098	1,716003	0,033414
11	77	65	1,886491	1,812913	0,030960
12	84	78	1,924279	1,892095	0,028879
13	91	92	1,959041	1,963788	0,027087
14	98	106	1,991226	2,025306	0,025528
15	105	120	2,021189	2,079181	0,024157
16	112	133	2,049218	2,123852	0,022942
17	119	147	2,075547	2,167317	0,021856
18	126	160	2,100371	2,204120	0,020879
19	133	173	2,123852	2,238046	0,019995
20	140	185	2,146128	2,267172	0,019191
21	147	197	2,167317	2,294466	0,018456
22	154	208	2,187521	2,318063	0,017782
23	161	219	2,206826	2,340444	0,017161
24	168	230	2,225309	2,361728	0,016586
28	196	270	2,292256	2,431364	0,014662
32	224	310	2,350248	2,491362	0,013177
36	252	346	2,401401	2,539076	0,011992
38	266	362	2,424882	2,558709	0,011487

le tableau VI ou encore d'après le graphique 54, peut être obtenue en groupant les 27 derniers points.

En calculant l'équation de la droite de régression à partir de cette détermination, on obtient : $log. \Delta t = 1,79\ log.\ t - 2,21841$ soit encore $log. \Delta t = 1,79\ log.\ t + log.\ 0,0060476$ et, en revenant en coordon-

nées ordinaires : $\Delta t = 0,0060476\ t^{1,79}$ ou encore : $\frac{\Delta t}{t^{1,79}} = 0,0060476.$

Pour associer cette dernière valeur avec $\frac{\Delta y}{y} = 0,4$ on écrit :

$\frac{\Delta y}{0,4\ y} = 1$ et $\frac{\Delta t}{0,0060476\ t^{1,79}} = 1$. d'où l'on déduit :

$\frac{\Delta y}{y} = \frac{0,4}{0,0060476} \times \frac{\Delta t}{t^{1,79}} = 66,14 \frac{\Delta t}{t^{1,79}}$. En intégrant cette équation différentielle : $Log \frac{y}{k} = -\frac{83,724}{t^{0,79}}$, soit $y = k\ e^{-\frac{83,72}{t^{0,79}}}$. (*k* étant la C^{te} d'intégration).

On doit donc envisager finalement la transformation : $Y = log.\ y$ et $X = \frac{1}{t^{0,79}}$. Mais si l'on étudie la croissance prénatale jusqu'à la 38 ème semaine (t = 266 jours), date moyenne de la naissance, on peut observer que les dispersions mesurées expérimentalement (en adoptant les considérations précédentes) se groupent sur la droite (D_3) jusqu'à la 38° semaine.

Il est bien évident que, dans ces conditions, le cœfficient angulaire de la droite (D_3) varie un peu. En fait il varie très peu.

Cependant, dans la transformation envisagée, on doit effectuer de petites variations qui portent sur la valeur du coefficient 0,79. Quand une transformation dépend d'un paramètre, il est recommandé d'effectuer de petites fluctuations autour des valeurs de ce paramètre. La représentation graphique ou le calcul de la corrélation r sélectionnera alors la meilleure valeur à retenir : elle correspond soit à un alignement rigoureux des points, soit à un coefficient de corrélation r le plus élevé.

Dans le cas présent, si l'on effectue la transformation $Y = log.\ y$ $X = \frac{1}{t^{0,8}}$ les points sont remarquablement bien alignés. Toute modification dans un sens ou dans l'autre autour de la valeur de l'exposant : 0,8 agit sur l'alignement des points qui représentent alors une faible

courbure.

On doit donc adopter comme droite (D_3) une droite de coefficient angulaire 1,8. Cette nouvelle détermination change très peu de chose à la détermination primitivement obtenue puisque l'équation de cette nouvelle droite : $\log. \Delta t = 1{,}8 \log. t - 2{,}2366$, est une valeur très voisine de celle précédemment trouvée.

Pour déterminer le point de "rupture" B entre (D_2) et (D_3), il suffit de chercher l'intersection de ces deux droites. Les remarques précédemment formulées sur la détermination du point A valent également pour le point B. Quels que soient les procédés employés, on aboutit à des valeurs comprises entre 49 et 50 jours ($t = 49{,}73$) jours pour (D_3) estimée avec la pente 1,79 et $t = 49{,}84$ pour (D_3) estimée avec la pente 0,80).

En fait, d'un point de vue pratique, le problème de la détermination des points de rupture A et B reste finalement sans importance. Nous voulons dire par là qu'ils se déterminent tout naturellement. Dans le calcul des droites (D_1) (D_2) et (D_3) il suffit de ne pas tenir compte de ces points et même par mesure de sécurité on doit enlever systématiquement toute une zone autour des points A et B. D'autre part, le calcul rigoureux de l'équation de ces droites ne rentre pas en ligne de compte dans la détermination finale précise de l'équation des courbes de croissance . Le but cherché est tout autre : *elles mettent sur la voie de la transformation à effectuer.*

Au tableau VII sont données d'une part les valeurs expérimentales des points moyens (y, t) et d'autre part les valeurs de la transformation : $Y = \log. y$ et $X = \frac{t}{t^{0,8}}$. Nous avons figuré également $\log. t$ qui joue le rôle d'intermédiaire important dans les calculs. C'est à partir des valeurs X et Y que nous avons construit le graphique 55.

Pour déterminer l'équation de la droite : $Y = aX + b$ ramassant les points moyens, nous avons pris (par mesure de précaution) seulement les 21 points allant de la 8 ème à la 38 ème semaine, soit de : $t = 56$ j. à $t = 266$ j.

Le coefficient de corrélation : $r = -0{,}999927$ est extrêmement élevé. On en déduit $Y = -38{,}4036\,X + 3{,}0016356$ ou encore :

$$\log y = -\frac{38{,}4036}{t^{0,8}} + 3{,}0016356 \quad \text{soit} \quad \mathrm{Log}_e\, y = -\frac{88{,}4277}{t^{0,8}} + L_e\, 1003{,}77$$

que l'on peut mettre sous la forme : $y = 1003{,}77\ e^{-\frac{88{,}4277}{t^{0,8}}}$

Cette équation de la courbe de croissance prénatale (valable de la 7ème à la 38ème semaine) peut s'écrire sous trois formes équivalentes. La 1ère forme, exprimée en logarithmes décimaux, est utile pour effectuer les calculs. C'est à partir de cette équation qu'il est possible de construire la courbe points par points.

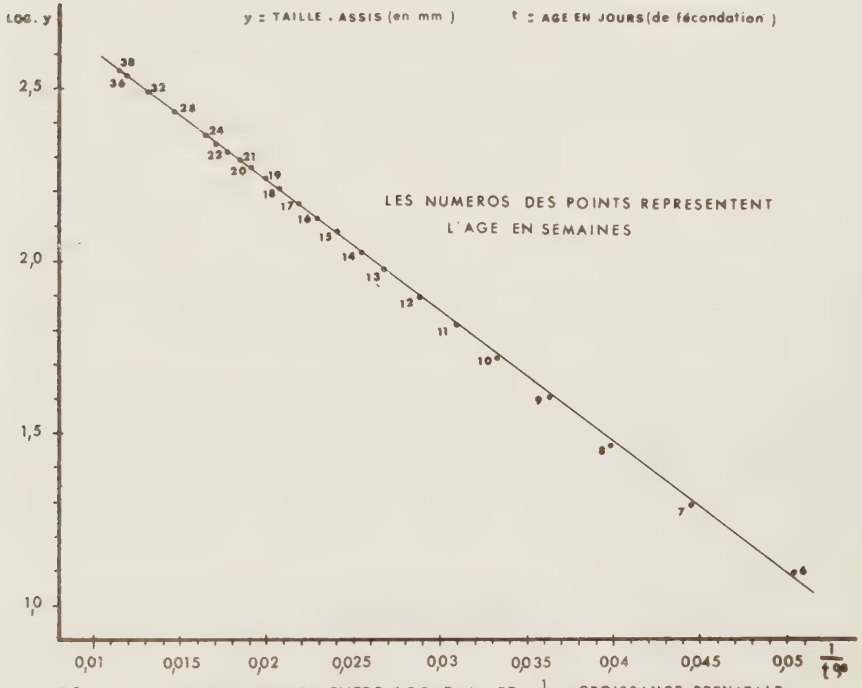


FIG. 55 RELATION LINEAIRE ENTRE LOG. T. A ET $\frac{1}{t^{0,8}}$. CROISSANCE PRENATALE (EMBRYONNAIRE ET FŒTALE). GRAPHIQUE CONSTRUIT D'APRES LES DONNEES NUMERIQUES DE PATTEN.

La 2ème équation équivalente, exprimée en utilisant les logarithmes népériens (tels que Le = 1) est la plus intéressante, en ce qui concerne notre travail, car il suffit de différencier cette expression pour trouver immédiatement les dispersions qui reviennent aux variables y et t :

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{70{,}7422.\ \Delta t}{t^{1,8}} = \epsilon$$ (que nous avons momentanément considéré comme égal à 0,4).

La 3ème équation est la plus couramment utilisée comme mode d'expression algébrique d'une courbe de croissance. Résolue par rapport à y, le temps t apparaît comme la variable indépendante. C'est bien le sens que lui confère l'établissement théorique de cette équation qui est la courbe des valeur les plus probables de y en fonction de t. Cette propriété provient du fait qu'un point moyen P (y, t), par exemple (voir fig. 53), situé sur la courbe moyenne se trouve *au milieu* d'un découpage tel que A B, puisque $PA = PB = \frac{\Delta y}{2}$, alors que le point P n'est pas au milieu du segment C D. Le lieu du milieu de C D dans ce découpage, conduirait à l'obtention d'une autre équation, courbe, des valeurs les plus probables de t en fonction de y. Cependant, ces deux courbes sont assez voisines et en première approximation il est tout à fait légitime de calculer t connaissant y à partir de cette dernière équation.

Signalons d'autre part que cette équation, sous sa forme explicite, se prête particulièrement bien aux calculs des vitesses de croissance (puisque $v = y'$) et aux accélérations de croissance (puisque $\gamma = y''$).

Nous avons obtenu précédemment l'équation de la droite (D_2) : $\log. \Delta t = 0,5463 \log. t - 0,1083301$, qui peut s'écrire : $\Delta t = 0,779\ t^{0,546}$ ou encore : $\frac{\Delta t}{0,779\ t^{0,546}} = 1$. En associant cette valeur à $\frac{\Delta y}{0,4\,y} = 1$ on obtient : $\frac{\Delta y}{y} = 0,5135 \frac{\Delta t}{t^{0,546}}$. L'intégration de cette équation différentielle donne : $Log_e \frac{y}{k} = 0,1355\ t^{0,454}$, soit encore $y = k\ e^{1,13\ t^{0,454}}$

On est donc conduit à envisager la transformation : $Y = \log. y$ et $X = t^{0,454}$. En appliquant cette transformation aux points moyens compris entre $t = 35$ et $t = 49$ *jours*, soit de la 5^e à la 7^e semaine, et en essayant quelques petites fluctuations autour de la valeur de l'exposant 0,454, on est amené à adopter l'exposant 0,45, qui donne une valeur du coefficient de corrélation r très voisine de 1.

Dans le système $Y = \log. y$ et $X = t^{0,45}$, on peut calculer l'équation de la droite de régression : $Y = 0,51239\ X - 1,66078$ soit :

$\log. y = 0,51239\ t^{0,45} + \log. 0,0218$ ou encore :

$\log. y = 1,179822\ t^{0,45} \log e + \log 0,0218$, ou $y = 0,0218\ e^{1,179822\ t^{0,45}}$

En définitive, l'équation de la courbe de croissance prénatale, de la 3ème semaine à la naissance (38^{e} semaine en âge de fécondation), envisagée après une étude de la dispersion, doit être représentée par trois fonctions *analytiquement distinctes*, mais qui se raccordent exactement, de façon à donner l'impression d'une courbe parfaitement continue. On doit observer que, dans l'étude des lois de croissance, ce résultat n'est pas nouveau.

Ces trois fonctions sont de la forme :

I - de la 3ème à la 5ème semaine ($t = 21$ à $t = 35$ *jours*).

$$y = a_1 \, e^{b_1 \, t}$$

II - de la 5ème à la 7ème semaine ($t = 35$ à $t = 49$ *jours*).

$$y = a_2 \, e^{b_2 \, t^{0,45}}$$

III - de la 7ème semaine à la naissance ($t = 49$ à $t = 266$ *jours*).

$$y = a_3 \, e^{\frac{b_3}{t^{0,8}}}$$

Ces fonctions sont elles réellement distinctes ? Si l'on revient à l'équation différentielle fondamentale des courbes de croissance que l'on peut écrire ici sous la forme $\frac{\Delta y}{y} = c.\frac{\Delta t}{t^{\nu}}$, il suffit de donner à ν les valeurs $\nu = 0$ pour la première période, $\nu = 0,55$ pour la deuxième période et $\nu = 1,8$ pour la troisième période, la plus longue, de cette façon on obtient les trois courbes de la croissance prénatale.

Il est possible que l'exposant ν puisse s'exprimer sous la forme d'une certaine fonction croissante du temps t, qui redonnerait ces trois valeurs pricipales : 0 ; $0,55$ et $1,8$.

La première fonction : $y = a_1 \, e^{b_1 \, t}$ est une relation exponentielle (voir ci-dessus, p. 45). Classiquement elle correspond à la *croissance des cellules "libres"*. On peut imaginer en effet que, dans les tous premiérs débuts de la croissance et jusqu'au 35^{e} jour, les différentes unités embryonnaires anatomiques se mettent en place mais assez indépendamment les unes des autres. Ce laps de temps correspond beaucoup plus à un découpage territorial ou topographique, sans *organisa-*

tion véritable, qu'à une croissance proprement dite.

Du 36^{e} au 49^{e} jour, l'expression de la "croissance" change de forme, car une organisation apparaît. Cette organisation des diverses unités anatomiques en place se répercute sur la valeur de leur résultante générale mesurée suivant la dimension principale : la longueur vertex-coccyx. Il n'est donc pas autrement étonnant de retrouver là un résultat qui se traduit graphiquement, sur la fig. 54, par un grand désordre dans l'estimation de la dispersion.

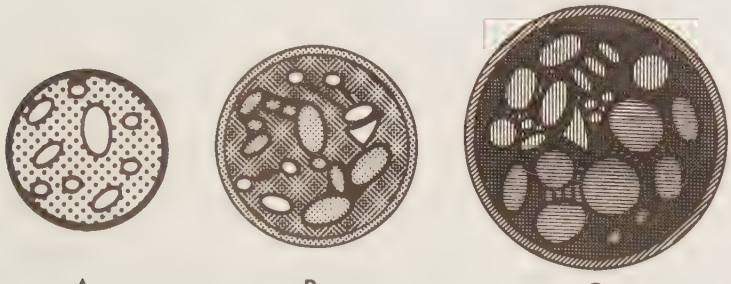


Fig.56 (DIAGRAMME)

Au contraire. à partir de la 7ème semaine et jusqu'à la naissance, la croissance véritable s'effectue de façon très régulière si l'on en juge par l'étude des dispersions (fig. 54).

Classiquement ces trois étapes correspondent aux trois grandes périodes de la vie prénatale : *l'embryogénèse ; l'organogénèse,* et enfin la *croissance véritable.*

Ainsi à chaque courbe de la croissance prénatale on peut associer un état qualitatif correspondant (voir fig. 56).

L'embryogénèse correspond à la première portion (1) de la courbe de croissance. Les différentes unités anatomiques qui se mettent en place restent assez indépendantes entre elles ; certaines peuvent toutefois se rattacher à un ensemble tissulaire, l'ectoblaste par exemple. Mais, en fait, il n'existe aucune liaison véritablement fonctionnelle, et les tissus non encore organisés ne peuvent constituer qu'une lointaine ébauche, *une origine* de ce que seront les appareils définitifs.

Par conséquent, cette période ne verra aucune formation appendiculaire, les membres devant être trop étroitement unis dès leur apparition afin que tout au moins leurs dimensions droite - gauche ultérieures puissent être très voisines et les intercorrélations finales très élevées.

L'organogénèse correspond à la deuxième portion (II) de la courbe de croissance. Non seulement les organes se différencient intérieurement, mais certains d'entre eux, ayant une structure analogue vont se constituer en un système cohérent, ce qui contribuera à la formation d'un appareil très rapidement fonctionnel.

Enfin la *croissance proprement dite* correspond à la troisième portion (III) de la courbe de croissance. Les unités anatomiques étant intégrées, l'embryon humain se développe ; et malgré une différenciation histologique, la croissance apparaît comme régulière.

Ces trois grandes époques de la croissance, sont très schématiquement représentées au diagramme de la figure 56, (parties A, B, C).

Discussion :

Une étude de la croissance prénatale ne doit pas se résumer à la seule énumération de formules mathématiques. Cependant ces formules sont importantes car elles possèdent la propriété de fournir la dispersion. Nous allons mettre à profit cette particularité, ce qui en montrera par ailleurs le mécanisme.

Pendant la période prénatale, il est difficile d'obtenir expérimentalement les valeurs de la dispersion autour de la courbe moyenne. A la naissance, par contre, il est aisé d'estimer des limites de variation de la taille assis (correspondant à la mesure vertex-coccyx embryonnaire).

En empruntant ces données à la littérature scientifique (1) on peut prendre comme limites de variation de la Taille Assis : 312 – 377 mm autour de la valeur moyenne 344,5 mm.

Il est possible d'ajuster ces données à la valeur moyenne : 362 mm, fournie par Patten, ce qui est très plausible car cette mesure est prise en position couchée. On est donc amené à adopter comme amplitude de variations les valeurs 330 – 394 mm autour de la moyenne 362 mm : c'est un ordre de grandeur.

Nous avons précédemment calculé l'équation de la courbe moyenne.

$y = 1003{,}77\, e^{-\frac{88{,}4277}{t^{0{,}8}}}$ Cette équation est-elle bien valable ? Les va-

(1) Voir KROGMAN (1941) - "Growth of Man". - p. 77, citant lui-même des données empruntées à TAYLOR.

leurs calculées à partir de cette équation figurent au tableau VIII bis (dans la colonne des valeurs moyennes). Si l'on compare ces estimations aux valeurs données (tabl. VII), les différences sont toutes très faibles, de la 7ème à la 38ème semaine ; l'erreur relative ne dépasse jamais 1,7 %.

Cette estimation n'est plus très exacte pour la 6ème semaine. En effet le calcul donne 11,17 mm alors que la valeur expérimentale est : 12,5 mm; l'erreur relative est ici de 5,8 %.

Cette différence s'accentue de plus en plus et dès la 5ème semaine le calcul donne 5,85 mm au lieu de 7,5 mm. On arrêtera donc la courbe moyenne à la 7ème semaine.

Les deux courbes : limites supérieures et inférieures (ou encore courbes de sécurité) autour de cette courbe moyenne, vont être calculées à partir des valeurs limites de la taille assis, soit 330 et 394 mm.

Ce calcul est particulièrement facile à effectuer. Il suffit d'écrire : $\log y = -\frac{38{,}4036}{t^{0,8}} + \lambda$, λ étant un paramètre que l'on détermine par le fait que les courbes passent par l'une et l'autre de ces limites. (Exemple, pour $y = 330$ mm, $t = 266$, d'où $\lambda = \log 330 + \frac{38{,}4036}{266^{0,8}}$).

On obtient de cette façon les équations des courbes limites supérieure et inférieure. Ces équations sont inscrites au tabl. VIII. Au tabl. VIII bis sont figurées les valeurs numériques obtenues à partir du tabl. VIII.

On va déterminer par **solution de continuité** les équations des courbes correspondant à l'organogénèse et à l'embryogénèse. Il suffit d'effectuer les raccords de ces courbes dont on connaît le type d'équation, avec les trois courbes : minimum moyenne et maximum précédemment calculées. Les équations de ces courbes sont données également au tabl. VIII. Les valeurs numériques correspondantes figurent au tabl. VIII bis. Toutefois on ne doit pas être surpris de trouver au tabl. VIII les équations des courbes de croissance exprimées sous deux formes différentes :

- *En coordonnées logarithmiques* (log. décimaux) pour effectuer des calculs éventuels et en particulier celui de la dispersion.

- *Sous la forme explicite*, qui permet de comparer entre elles les diverses courbes. Dans ce mode d'expression, les courbes sont de la

TABLEAU VIII

Equation des courbes min. moy. et max. pendant les trois phases de la croissance prénatale ($y = T.\ A.\ V_x \cdot C_x\ mm\ ;\ t$ jours de fécondation).

(équations logarithmiques)

I *Embryogénèse*	Max.	$\log y_1 = 0,03408\ t - 0,278376$	Raccord : $\begin{cases} t = 35,44 \\ y = 8,5 \end{cases}$
	Moy.	$\log y_2 = 0,03408\ t - 0,312884$	Raccord : $\begin{cases} t = 35,68 \\ y = 8 \end{cases}$
	Min.	$\log y_3 = 0,03408\ t - 0,3552$	Raccord : $\begin{cases} t = 35,22 \\ y = 7,5 \end{cases}$
II *Organogénèse*	Max.	$\log y_1 = 0,51239\ t^{0,45} - 1,62252$	Raccord : $\begin{cases} t = 49,46 \\ y = 22 \end{cases}$
	Moy.	$\log y_2 = 0,51239\ t^{0,45} - 1,657847$	Raccord : $\begin{cases} t = 48,83 \\ y = 19,5 \end{cases}$
	Min.	$\log y_3 = 0,51239\ t^{0,45} - 1,69961$	Raccord : $\begin{cases} t = 50,38 \\ y = 19,5 \end{cases}$
III *Croissance proprement dite*	Max.	$\log y_1 = -\frac{38,4036}{t^{0,8}} + 3,036523$	T. A. naissance = 394 mm.
	Moy.	$\log y_2 = -\frac{38,4036}{t^{0,8}} + 3,0016356$	T. A. naissance = 362 mm.
	Min.	$\log y_3 = -\frac{38,4036}{t^{0,8}} + 2,959541$	T. A. naissance = 330 mm.

TABLEAU VIII (*suite*)

Equations des courbes min. moy. et max. pendant les trois phases de la croissance prénatale ($y = T.\ A.\ V_x - C_x\ mm\ ;\ t$ jours de fécondation).

(coordonnées ordinaires)

I *Embryogénèse*	Max.	$y_1 = 0{,}52678\ e^{0{,}07847\ t}$	$y_1 / y_3 = 1{,}194$
	Moy.	$y_2 = 0{,}48654\ e^{0{,}07847\ t}$	$y_1 / y_2 = 1{,}083$
	Min.	$y_3 = 0{,}44136\ e^{0{,}07847\ t}$	$y_2 / y_3 = 1{,}102$
II *Organogénèse*	Max.	$y_1 = 0{,}023850\ e^{1{,}179822\ t^{0{,}45}}$	$y_1 / y_3 = 1{,}194$
	Moy.	$y_2 = 0{,}021986\ e^{1{,}179822\ t^{0{,}45}}$	$y_1 / y_2 = 1{,}085$
	Min.	$y_3 = 0{,}019971\ e^{1{,}179822\ t^{0{,}45}}$	$y_2 / y_3 = 1{,}101$
III *Croissance proprement dite*	Max.	$y_1 = 1087{,}73\ e^{-\frac{88{,}4277}{t^{0{,}8}}}$	$y_1 / y_3 = 1{,}194$
	Moy.	$y_2 = 1003{,}77\ e^{-\frac{88{,}4277}{t^{0{,}8}}}$	$y_1 / y_2 = 1{,}084$
	Min.	$y_3 = 911{,}05\ e^{-\frac{88{,}4277}{t^{0{,}8}}}$	$y_2 / y_3 = 1{,}102$

TABLEAU VIII (bis)

Croissance prénatale : Courbes de croissance *minimum moyenne et maximum* obtenues à partie du tableau VIII.

	Age Sem.	Age jours	y = Taille Assis (V_x - C_x) min. mm.	moy. mm.	max. mm.	Δy	$\frac{\Delta y}{y}$
	3	21	2,29	2,53	2,74	0,45	0,177
I Embryogénèse	4	28	3,97	4,38	4,74	0,77	0,176
	5	35	6,88	7,58	8,21	1,33	0,175
II Organogénèse	6	42	11,35	12,50	13,55	2,20	0,176
	7	49	17,89	19,71	21,4	3,5	0,177
	8	56	26,6	29,35	31,8	5,2	0,177
	9	63	36,6	40,32	43,7	7,1	0,176
	10	70	47,5	52,29	56,7	9,2	0,176
Embryon	11	77	59,0	64,96	70,4	11,4	0,175
	12	84	70,9	78,07	84,6	13,4	0,175
	13	91	83,0	91,50	99,1	16,1	0,176
	14	98	95,3	105,02	113,8	18,5	0,176
	15	105	107,6	118,6	128,5	20,9	0,176
III Croissance	16	112	119,8	132,0	143,0	23,2	0,176
proprement dite	17	119	131,9	145,3	157,5	25,6	0,176
	18	126	143,8	158,5	171,7	27,9	0,176
	19	133	155,5	171,3	185,6	30,1	0,176
	20	140	166,9	183,9	199,3	32,4	0,176
	21	147	178,1	196,3	212,7	34,6	0,176
Fœtus	22	154	199,8	208,3	225,8	36,7	0,176
	23	161	210,6	220,1	238,5	38,7	0,176
	24	168	210,2	231,6	250,9	40,7	0,176
	28	196	249,2	274,5	297,5	48,3	0,176
	32	224	284,1	313,0	339,2	55,1	0,176
	36	252	315,5	347,6	376,7	61,2	0,176
	38	266	330	363,6	394	64,0	0,176

forme $y = a\,e^{f(t)}$, $f(t)$ étant une fonction du temps qui varie selon la période envisagée (embryogénèse, organogénèse ou croissance proprement dite). Ce pendant on peut observer que les rapports : $y_1 / y_3 = 1,194$ ou bien $y_1 / y_2 = 1,084$ et $y_2 / y_3 = 1,102$ des courbes entre elles sont constantes, quelle que soit l'époque de la croissance envisagée. (Ces valeurs se retrouvent, évidemment, au tabl.VIII bis). Ceci provient du fait que la constante a intervient sous une forme multiplicative (voir ci dessus, p. 73, dernières lignes).

A partir du tabl. VIII nous avons dressé le tabl. IX (p. 210 à 213) qui permet de lire les amplitudes de variation (minimum, moyenne et maximum) de l'âge d'un embryon ou d'un fœtus humain connaissant la valeur de la T. A. vertex-coccyx. Nous avons figuré également, sur ce tableau, les horizons de Streeter, en tenant compte seulement de la taille estimée par Streeter, et non pas de l'âge, pour des raisons que nous avons exposées dans une publication antérieure (1).

Au tabl. VIII bis le rapport $\frac{\Delta y}{y}$ obtenu en effectuant le quotient de la dispersion Δy rapportée à la valeur moyenne y_2 est une constante, puisque $\frac{\Delta y}{y_2} = 0,176 = \epsilon$. Ce rapport n'est donc plus égal ici à la valeur provisoirement adoptée précédemment et qui était $\Delta = 0,4$. C'est cette dernière valeur : 0,176 que l'on doit conserver dans tous les calculs concernant la dispersion Δt.

Le calcul des dispersions s'obtient immédiatement en dérivant les équations des courbes de croissance moyenne mises sous la forme de logarithmes népériens.

Croissance proprement dite ($50 < t < 266$ jours).

On dérive l'équation : $Log_e\ y = -\frac{88,4277}{t^{0,8}} + Log_e\ 1003,77$ on obtient directement : $\frac{\Delta y}{y} = \frac{70,7422\,\Delta t}{t^{1,8}} = 0,176$ d'où $\Delta t = 0,002487\ t^{1,8}$

Cette relation théorique est-elle bien vérifiée ? Pour $t = 64$ jours le calcul fournit $\Delta t = 4,44$; or le tabl. IX donne la valeur : 4,50 j.

(1) G. OLIVIER et H. PINEAU (1961). - "Horizons de Streeter et âge embryonnaire" Bull. Assoc. Anatomistes p. 575.

TABLEAU IX : *CROISSANCE PRENATALE*

DETERMINATION DE L'AGE D'APRES LA TAILLE

(E. H. *Vertex - Coccyx*)

Horizons de STREETER	Age en jours de fécondation				
	T. A. (mm.)	*t min.*	*t* moy.	*t Max.*	
	2,5	*19,8*	20,9	*22,1*	
XI	3.	*22,2*	23,2	*24,4*	
XII	3,5	*24,1*	25,2	*26,4*	
	4.	*25,8*	26,9	*28,1*	
XIII	4,5	*27,3*	28,4	*29,6*	
	5.	*28,7*	29,7	*30,9*	I *Embryogénèse*
	5,5	*29,9*	30,9	*32,2*	
	6.	*31,0*	32,0	*33,3*	
XIV	6,5	*32,0*	33,0	*34,3*	
	7.	*33,0*	34,0	*35,2*	
XV	7,5	*33,8*	34,8	*36,2*	
	8.	*34,7*	35,7	*37,0*	
	8,5	*35,4*	36,5	*37,9*	
	9.	*36,2*	37,3	*38,7*	
XVI	9,5	*37,0*	37,8	*39,4*	
	10.	*37,7*	38,8	*40,2*	
	10,5	*38,3*	39,4	*40,9*	
	11.	*39,0*	40,1	*41,5*	
	11,5	*39,6*	40,7	*42,2*	
XVII	12.	*40,2*	41,3	*42,8*	
	12,5	*40,8*	42,0	*43,4*	
	13.	*41,4*	42,5	*44,0*	
	13,5	*41,9*	43,1	*44,6*	
	14.	*42,5*	43,7	*45,2*	
	14,5	*43,0*	44,2	*45,7*	
XVIII	15.	*43,5*	44,7	*46,2*	
	15,5	*44,0*	45,2	*46,7*	
	16.	*44,5*	45,7	*47,2*	
	16,5	*45,0*	46,2	*47,8*	

II *Organogénèse*

TABLEAU : IX (Suite) *CROISSANCE PRENATALE*

DETERMINATION DE L'AGE D'APRES LA TAILLE

(E. H. *Vertex - Coccyx*)

Horizons de STREETER	Age en jours de fécondation				
	T. A. (mm.)	*t min.*	*t* moy.	*t Max.*	
	17.	*45,4*	46,6	*48,2*	
	17,5	*45,9*	47,1	*48,6*	
	18.	*46,3*	47,5	*49,1*	
XIX	**18,5**	*46,7*	48,0	*49,5*	
	19.	*47,1*	48,4	*50,0*	
	19,5	*47,6*	48,8	*50,4*	
	20.	*48,0*	49,2	*50,8*	
	21.	*48,7*	50,0	*51,6*	
XX	**22.**	*49,5*	50,8	*52,4*	
XXI	**23.**	*50,2*	51,5	*53,2*	
	24.	*50,9*	52,3	*54,0*	
	25.	*51,6*	53,0	*54,8*	
XXII	**26.**	*52,3*	53,7	*55,5*	
	27.	*52,9*	54,4	*56,3*	
	28.	*53,6*	55,1	*57,0*	
XXIII	**29.**	*54,2*	55,8	*57,7*	
	30.	*54,9*	56,4	*58,5*	
	32.	*56,1*	57,8	*59,9*	
	34.	*57,4*	59,1	*61,2*	
	36.	*58,6*	60,3	*62,6*	
	38.	*59,7*	61,6	*63,9*	
	40.	*60,9*	62,8	*65,3*	III *Croissance proprement dite*
	42.	*62,0*	64,0	*66,5*	
	44.	*63,2*	65,2	*67,8*	
	46.	*64,3*	66,4	*69,1*	
	48.	*65,4*	67,5	*70,3*	
	50.	*66,5*	68,7	*71,6*	
	52.	*67,5*	69,8	*72,8*	
	54.	*68,6*	71,0	*74,0*	

TABLEAU IX : (Suite) *CROISSANCE PRENATALE*

DETERMINATION DE L'AGE D'APRES LA TAILLE

(E. H. *Vertex - Coccyx*)

	Age en jours de fécondation				
	T. A. (mm.)	*t min.*	*t* moy.	*t Max.*	
	56.	*69,7*	72,1	*75,2*	
	58.	*70,7*	73,2	*76,4*	
	60.	*71,7*	74,3	*77,6*	
	62.	*72,8*	75,4	*77,8*	
	64.	*73,9*	76,5	*80,0*	
	66.	*74,8*	77,6	*81,2*	
	68.	*75,8*	78,6	*82,3*	
	70.	*76,8*	79,7	*83,5*	
	72.	*77,8*	80,8	*84,7*	
	74.	*78,8*	81,8	*85,8*	
	76.	*79,8*	82,9	*87,0*	
	78.	*80,8*	84,0	*88,1*	
	80.	*81,8*	85,0	*89,3*	
	82.	*82,7*	86,1	*90,4*	III *Croissance embryonnaire*
	84.	*83,7*	87,1	*91,6*	
	86.	*84,7*	88,1	*92,7*	
	88.	*85,6*	89,2	*93,8*	
	90.	*86,6*	90,2	*95,0*	*Embryon*
	92.	*87,6*	91,3	*96,1*	
	94.	*88,5*	92,3	*97,3*	
	96.	*89,5*	93,3	*98,4*	
	98.	*90,5*	94,4	*99,4*	
	100.	*91,4*	95,4	*100,7*	
	-05.	*93,8*	98,0	*103,5*	
	-10.	*96,2*	100,6	*106,4*	*Fœtus*
	-15.	*98,6*	103,2	*109,2*	
	-20.	*101,0*	105,8	*112,2*	
	-25.	*103,3*	108,4	*115,0*	
	-30.	*105,7*	111,0	*117,8*	

TABLEAU : IX (Suite) *CROISSANCE PRENATALE*

DETERMINATION DE L'AGE D'APRES LA TAILLE

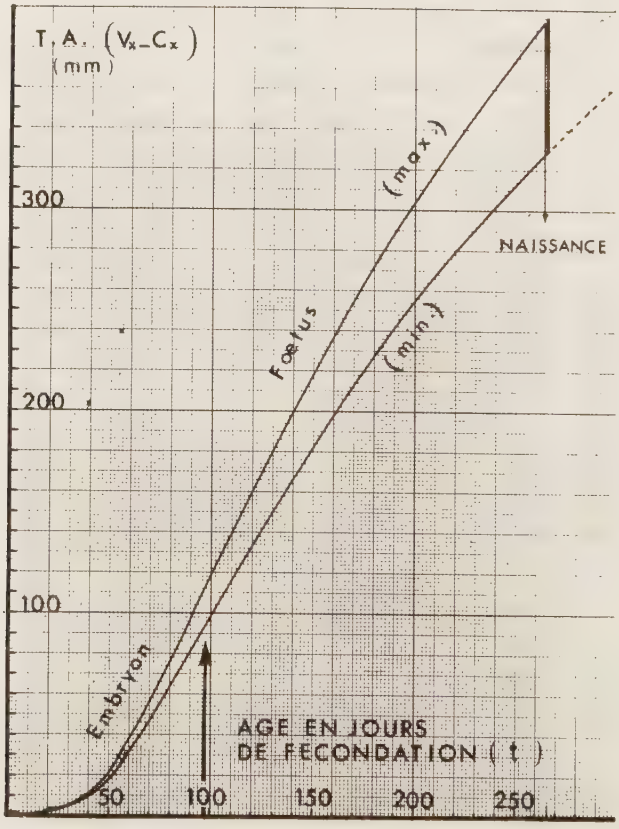
(F. H. Taille Assis)

Age en jours de fécondation					
	T. A. (mm.)	*t min.*	*t* moy.	*t Max.*	
	135.	*108,1*	113,6	*120,8*	
	-40.	*110,5*	116,2	*123,6*	
	-45.	*113,0*	118,8	*126,7*	
	-50.	*115,4*	121,5	*129,7*	
	-55.	*117,8*	124,2	*132,7*	
	-60.	*120,2*	126,9	*135,8*	
	-65.	*122,7*	129,6	*138,8*	
	-70.	*125,2*	132,3	*141,9*	
	-75.	*127,7*	135,0	*145,0*	
	-80.	*130,2*	137,8	*148,2*	
	-85.	*132,7*	140,3	*151,4*	
	-90.	*135,2*	143,4	*154,6*	
	-95.	*137,8*	146,3	*157,9*	
	200.	*140,4*	149,2	*161,4*	
	-10.	*145,6*	155,0	*167,9*	
	-20.	*150,9*	161,0	*174,8*	
	-30.	*156,3*	167,0	*181,9*	
	-40.	*161,8*	173,3	*189,2*	
	-50.	*167,5*	179,7	*196,6*	
	-60.	*173,2*	186,2	*204,4*	
	-70.	*179,1*	192,9	*212,3*	
	-80.	*185,2*	199,8	*220,5*	
	-90.	*191,3*	206,9	*229,0*	
	300.	*197,6*	214,2	*237,8*	
	-10.	*204,1*	221,7	*246,9*	
	-20.	*210,8*	229,4	*256,3*	
	-30.	*217,6*	237,4	*266,0*	
	-40.	*224,5*	245,6	*276,1*	
	-50.	*231,8*	254,0	*286,6*	
	-60.	*239,2*	262,8	*297,5*	III *Croissance foetale*

De la même façon et à partir de $t = 155$ jours, on obtient par le calcul $\Delta t = 21,8$; le tabl. IX indique une valeur très voisine 22,3 (soit une erreur relative de 2,3%).

- *Organogénése :* $(36 < t < 50)$: $\Delta t = 0,3315\ t^{0,55}$

- *Embryogénése :* $(21 < t < 36)$: $\Delta t = 2.24$. La dispersion relative est constante (propriété de l'exponentielle).



(fig. 57).- Croissance prénatale. Taille assis. Courbes limites.

Comment se "raccordent" les trois fonctions de croissance ? De façon très satisfaisante, non pas pour le raccord entre les points, ce qui par définition même est bien vérifié, mais plutôt parce que la tangente aux courbes, en ces points de raccord, a très sensiblement la même valeur ; cette valeur de la tangente représente la vitesse de croissance. Cet état de fait donne à la courbe moyenne de croissance une apparence continue.

Les courbes moyennes II et III se raccordent avec des vitesses de croissance égales à 1,26 pour la courbe III et 1,22 pour la courbe II-

De même les courbes moyennes II et I se raccordent avec des vitesses de croissance égales à 0,59 pour la courbe II et 0,62 pour la courbe I.

Les accélérations en ces points sont du même ordre de grandeur, mais diffèrent toutefois un peu plus.

Les fonctions de croissance, max. et min. représentées au tabl. VIII ou VIII bis figurent au graphique 57. Ce sont deux courbes en *S*. Le point d'inflexion est obtenu en annulant la dérivée seconde de la courbe de croissance moyenne, correspondant à la troisième période (courbe III). On obtient : $y'' = \gamma = \frac{v}{t}\left(\frac{70,7422}{t^{0,8}} - 1,8\right)$ ce qui donne $t = 98,4$ jours. A ce moment, la vitesse de croissance est maximum et l'accélération positive s'annule. Par définition nous dirons que cette valeur sépare la *vie embryonnaire* (où l'accélération de croissance est toujours positive) de la *vie fœtale* (où l'accélération de croissance est fort heureusement négative).

Pendant toute la croissance prénatale, la mesure de la taille assis peut s'exprimer au moyen d'une seule échelle : l'échelle logarithmique. Au contraire, le temps prend successivement trois fonctions différentes. C'est-à-dire que l'on doit utiliser trois échelles distinctes.

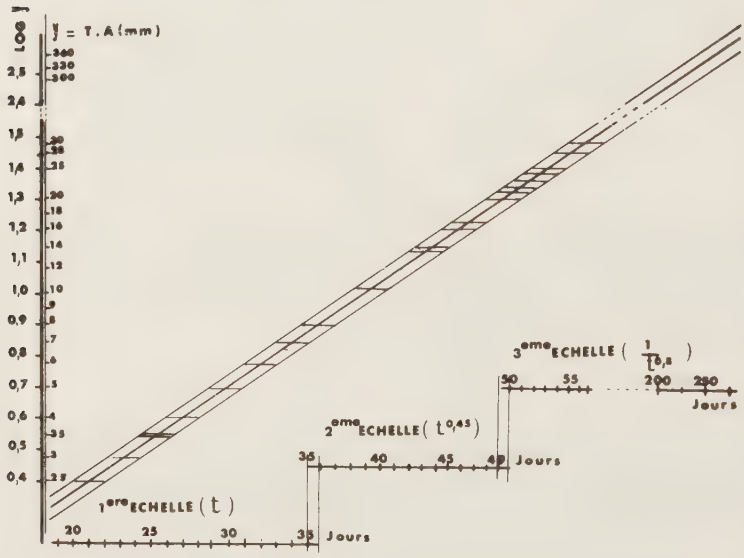
Nous avons représenté à la fig. 58 les courbes de croissance : minimum, moyenne et maximum, dans le système de coordonnées suivant : en ordonnée *log. y* ; en abscisse : les trois échelles du temps correspondant aux trois fonctions I, II, III inscrites au tabl. VIII.

Dans ce système de coordonnées, les courbes de croissance se transforment bien en droite parallèles. Ici nous avons représenté seulement trois courbes : les deux courbes limites, maximum et minimum, et la droite centrale représentative de la courbe moyenne et qui n'est pas tout à fait géométriquement équidistante des deux autres parallèles en raison de l'emploi d'une échelle logarithmique.

Si l'on trace une droite parallèle à l'abscisse, donc à taille constante, cette droite coupera chacune des trois parallèles pour donner trois valeurs numériques du temps (minimum, moyenne et maximum) ; ce sont de telles valeurs numériques qui figurent au tabl. IX, en adoptant pour la taille assis des valeurs entières simples.

L'étude de la dispersion avait été primitivement envisagée à

partir de la relation très particulière : $\frac{\Delta y}{y} = C^{te}$, pour déterminer les deux courbes de sécurité, et mesurer expérimentalement la dispersion Δt relative au temps t, ce qui a permis de fournir une relation analytique entre le temps et sa dispersion. Or l'expression $\frac{dy}{y}$ est précisément la différentielle de la fonction *log. y*. Par conséquent on pourrait objecter qu'on retrouve dans le résultat final ce que l'on y avait initialement apporté. En fait il n'en est rien. D'une part, si le rapport $\frac{\Delta t}{t}$



(fig. 58) - Croissance prénatale, T. A. (V_x - C_x) Courbes de croissance max. moy. et min. dans le système de coordonnées transformées.

- Une échelle pour la mesure *y*
- Trois échelles pour le temps *t*

était fixe, cette propriété apparaitrait immédiatement dans l'étude de la dispersion, et ainsi que nous l'avons exposé précédemment (p. 183 ci-dessus). D'autre part, si l'on crée une dispersion artificielle telle que $\frac{\Delta t}{t} = C^{te}$, et en reprenant le graphique 53, on aboutit à une impasse car il est très difficile d'obtenir une relation analytiquement simple entre les dispersions Δy mesurées expérimentalement et les mesures *y*. Par contre en essayant d'autres dispersions, par exemple $\Delta t = Cte$, on aboutit immédiatement à la relation $\frac{\Delta y}{y} = C^{te}$, valable pour le début

de la courbe de croissance, et ce qui redonne par ailleurs la position du premier point de rupture (A) aux environs de 8 mm (soit le 35ème-36ème jour) et met sur la voie de la transformation (*t, log. y*) à effectuer, ce qui conduit en définitive, à l'équation de la courbe I. Ainsi de quelque façon que l'on s'y prenne le résultat final ne change pas.

Cependant les trois courbes de croissance, correspondant aux trois périodes de la croissance prénatale sont de "valeur" inégale.

La première fonction, comprise entre 21 et 36 jours, est étudiée dans un intervalle trop faible pour lui conférer sinon une bonne précision du moins une valeur indéniable. C'est une estimation d'une courbe qui donne cependant la dispersion observée.

La deuxième fonction, comprise entre 36 et 50 jours, présente également le même défaut ; mais l'irrégularité des dispersions, indiquée à la fig. 54, pendant toute cette période, montre qu'il est peut être vain de vouloir mettre la croissance sous la forme fonctionnelle d'une relation mathématique. Cependant c'est une estimation moyenne, commode et qui redonne l'ordre de grandeur des dispersions espérées au cours de cette période.

La troisième fonction, au contraire, est la courbe de croissance par excellence. Non seulement elle englobe une période très considérable, jusqu'à la naissance, mais les dispersions (fig. 54) montrent que la croissance s'effectue de *façon très régulière.*

Est-il légitime de prolonger cette courbe après la naissance ? On retrouve les obstacles concernant la mesure de la taille assis qui n'a pas la même valeur en position assis ou couché et qui est difficile à prendre chez les très jeunes enfants.

De toute façon, d'autres facteurs interviennent au cours de la croissance post-natale, aussi est-il prudent d'arrêter à la naissance la validité de cette étude anténatale.

b) ETUDE DE LA CROISSANCE DE LA TAILLE ASSIS EN ADOPTANT COMME ORIGINE LE TEMPS T EN AGE MENSTRUEL.

Cette étude s'effectue suivant le même plan que l'on a adopté précédemment. En particulier le tableau VI (p. 193) se transforme facilement, la fig. 53 (p. 191) reste valable. Les dispersions ΔT mesurées expérimentalement sont évidemment les mêmes. Seul le temps t doit être remplacé par $T = t + 14\ j$.

Si l'on reproduit la fig. 54 (p. 195) mais en utilisant T, on re-

trouve bien une disposition semblable des droites (D_1, D_2, D_3), qui se coupent aux mêmes points de rupture A et B. Mais les pentes des droites (D_2), et (D_3) ne sont plus les mêmes. Il s'ensuit que les courbes I, II, et III précédemment obtenues n'auront plus la même équation.

La pente de la droite (D_3) étant voisine de 2,08 on est conduit après quelques essais à adopter la transformation $Y = log.\ y$ et $X = \frac{1}{T^{1,05}}$

Dans ce système de coordonnées les 21 points moyens, situés entre $T = 70$ j et $T = 280$ j sont remarquablement bien alignés (fig. 59). Le

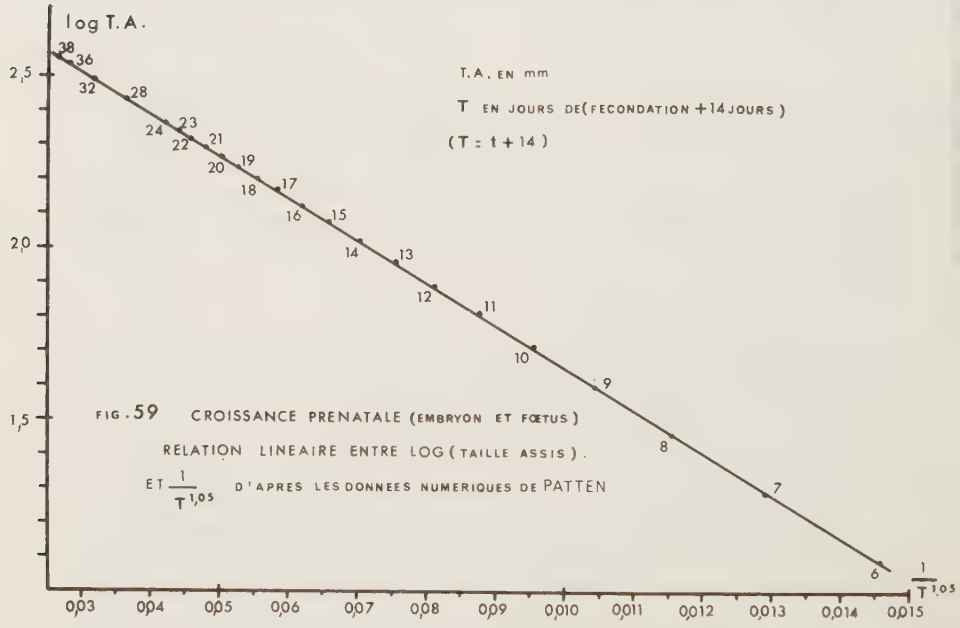


FIG. 59 CROISSANCE PRENATALE (EMBRYON ET FŒTUS)
RELATION LINEAIRE ENTRE LOG (TAILLE ASSIS.) ET $\frac{1}{T^{1,05}}$ D'APRES LES DONNEES NUMERIQUES DE PATTEN

coefficient de corrélation $r = -0,999932$ est pratiquement le même que celui obtenu en utilisant t. On aboutit finalement à l'équation :

$$log\ y = \frac{-122,6341}{T^{1,05}} + 2,8859067, \text{ soit encore : } y = 768,965\, e^{-\frac{282,3758}{T^{1,05}}}$$

valable du 63° jour à la naissance (280ème jour)

Loin de l'origine, des déplacements on des ajustements arbitraires de la position de l'origine restent parfois valables. Cependant que deviennent, dans ces conditions, les dispersions ? En principe, cette équation en T est différente de l'équation précédemment obtenue en t, correspondant à la même période ; mais les approximations restent parfaitement valables.

Les dispersions s'obtiennent en différenciant l'équation de la courbe mise sous la forme de logarithmes népériens. On obtient :

$$\frac{\Delta y}{y} = 296,4946 \times \frac{\Delta T}{T^{2,05}} \quad (= 0,176)$$

Ici la dispersion ΔT relative au temps n'est plus comparée à t mais à un temps T plus long, d'où l'augmentation prévisible de l'exposant qui passe de 1,8 à 2,05 ce qui donne : $\Delta T = 0,0005936\ T^{2,05}$.

On avait précédemment obtenu pour $t = 64$ jours une dispersion théorique de 4,44 j. (et pratique de 4,50 j.). Ici, pour $T = 64 + 14 = 78$ j. on trouve une dispersion $\Delta T = 4,44$ *j.*

De la même façon, pour $T = 155$ *j.* on avait obtenu $\Delta t = 21,80$ *j.* (et en pratique : *22,31 j.*). Ici pour $T = 155 + 14 = 169$ *j.* on trouve $\Delta T = 21,91$ *j:*

Cependant très près de l'origine, c'est-à-dire pour les courbes I et II, il n'est plus possible d'obtenir des transformations linéaires des points moyens et on doit abandonner pour ces périodes le déplacement arbitraire de l'origine du temps. T ne convient pas. Seul t doit être retenu.

2° - Croissance de la stature et du membre inférieur

Souvent la mesure de la stature accompagne, dès que possible, celle de la taille assis. Une étude sur la croissance prénatale s'avérerait incomplète si l'on n'envisageait pas l'évolution des deux caractères métriques : la stature et le membre inférieur. Le temps utilisé sera toujours l'âge menstruel T.

a) *Pour la stature* et pendant la période prénatale E. Boyd (voir p. 51 ci-dessus) a donné la formule suivante : $y = 107,3\ e^{-\frac{208,2}{T}}$ où y est la stature exprimée en cm. Ici le temps $T = t + 14$ *j.* est utilisé loin de l'origine ; en effet la stature se compose essentiellement de la taille assis et du membre inférieur, ce dernier n'apparaissant qu'au cours de la deuxième période (II) de croissance. La formule est donc valable, lorque T reste compris entre *63* et *280* jours.

Il est facile de vérifier cette formule. En passant en coordonnées logarithmiques on obtient $\log. y. = -\frac{90,42}{T} + 2,0306$. Ce qui con-

duit à la transformation $Y = log.\ y$ et $X = \frac{1}{T}$ (fig. 60). Dans cette transformation les points sont effectivement bien alignés et l'on retrouve la formule de Boyd.

Si l'on consulte la littérature scientifique relative à la stature des nouveaux nés, autour d'une valeur moyenne de 51 cm. on peut estimer que l'amplitude des variations est de 45-57 cm. Dans ces conditions il est possible de calculer l'équation des courbes de sécurité autour de la courbe moyenne :

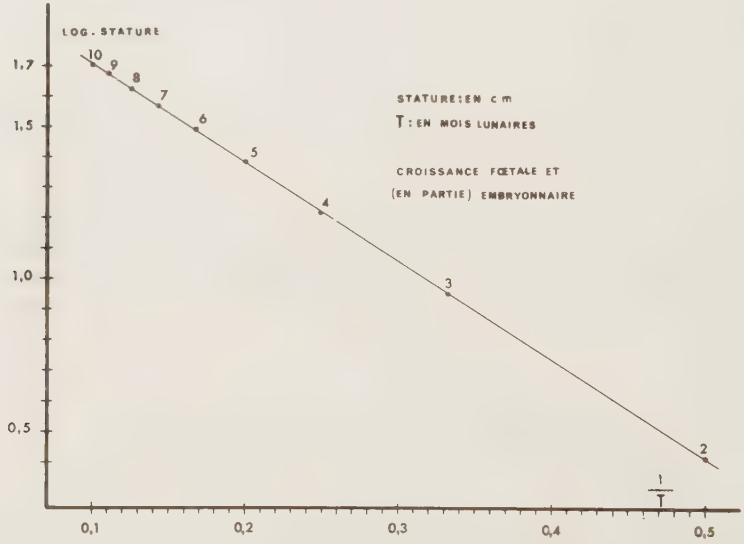


FIG. 60 .CROISSANCE PRENATALE. RELATION LINEAIRE ENTRE LOG. STATURE ET L'INVERSE DE L'AGE $(\frac{1}{T})$. GRAPHIQUE ETABLI D'APRES LES DONNEES NUMERIQUES DE E. BOYD.

$$\text{- courbe minimum :} \begin{cases} log\ y = -\dfrac{90,42}{T} + 1,976136, \text{ soit :} \\ y = 94,653\ e^{-\frac{208,2}{T}} \end{cases}$$

$$\text{- courbe maximum:} \begin{cases} log\ y = -\dfrac{90,42}{T} + 2,078796, \text{ soit encore :} \\ y = 119,89\ e^{-\frac{208,2}{T}} \end{cases}$$

Au tableau X figurent les valeurs min. moy. et max. de la stature en cm. pour les valeurs particulières du temps (entre 63 et 280 jours). Ce tableau permet de connaitre les dispersions relatives à la mesure :

$\frac{\Delta y}{y} = 0,235 = \frac{57 - 45}{51}$. De là il est possible de calculer par différenciation les dispersions relatives au temps $\frac{\Delta y}{y} = 208,2. \frac{\Delta T}{T2} = 0,235$ d'où $\Delta T = 0,001129\ T^2$

TABLEAU X

Croissance prénatale de la stature et des membres inférieurs.
(âge en jours, mesures en cm.).

$T = t + 14$	Stature (cm.)			M. I.
Age en jours	*Minimum*	Moyenne	*Maximum*	moyen.
63	*3,5*	3,9	*4,4*	2,0
70	*4,8*	5,5	*6,1*	2,6
77	*6,3*	7,2	*8,0*	3,2
84	*7,9*	9,0	*10,1*	3,8
91	*9,6*	10,9	*12,2*	4,4
98	*11,3*	12,8	*14,3*	5,0
105	*13,0*	14,8	*16,5*	5,6
112	*14,8*	16,7	*18,7*	6,1
119	*16,5*	18,7	*20,8*	6,7
126	*18,1*	20,6	*23,0*	7,3
133	*19,8*	22,4	*25,1*	7,7
140	*21,4*	24,3	*27,1*	8,3
147	*23,0*	26,0	*29,1*	8,7
154	*24,5*	27,8	*31,0*	9,3
161	*26,0*	29,4	*32,9*	9,7
168	*27,4*	31,1	*34,7*	10,3
175	*28,8*	32,7	*36,5*	10,8
182	*30,2*	34,2	*38,2*	11,2
210	*35,1*	39,8	*44,5*	12,2
238	*39,5*	44,7	*50,0*	13,7
266	*43,3*	49,1	*54,9*	14,5
280	*45,0*	51,0	*57,0*	14,8

Par élimination du temps on peut chercher la relation entre la stature et la taille assis. En principe ces deux caractères devraient être tels que : $\frac{\Delta y}{y} = C^{te}$ ce qui impliquerait une relation de la forme : $log.\ T.\ A. = a.\ log.\ St. + b.$

En effet, nous avons obtenu pour la T. A. : $\frac{\Delta y}{y} = 0,176$ et pour

la stature : $\frac{\Delta y}{y} = 0,235$. Mais ces dispersions ne sont valables qu'avec le temps (t ou T). Cependant, elles incitent à envisager la relation allométrique, entre caractères.

En adoptant cette dernière transformation, doublement logarithmique, les points moyens sont remarquablement bien alignés ; par suite le coefficient de corrélation $r = 0,9998$ est très élevé.

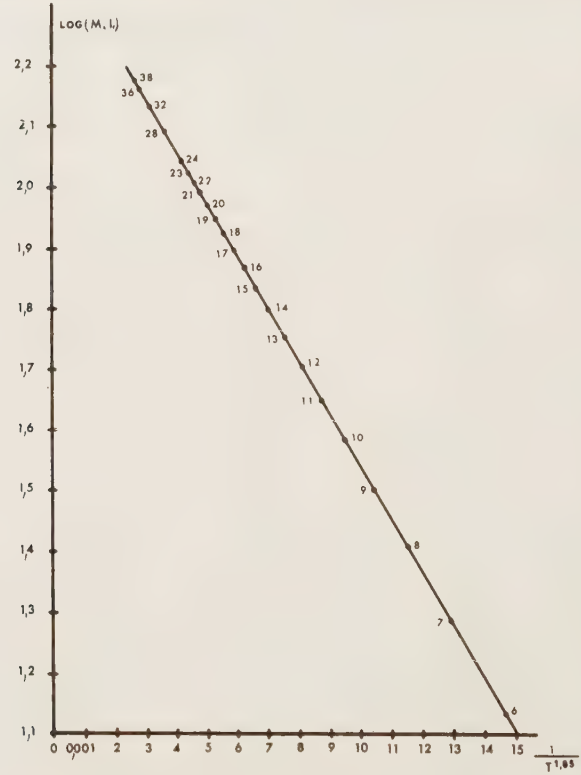


FIG. 61 CROISSANCE PRENATALE. RELATION ENTRE LOG (MEMBRE INFERIEUR) ET $\frac{1}{T^{1,88}}$

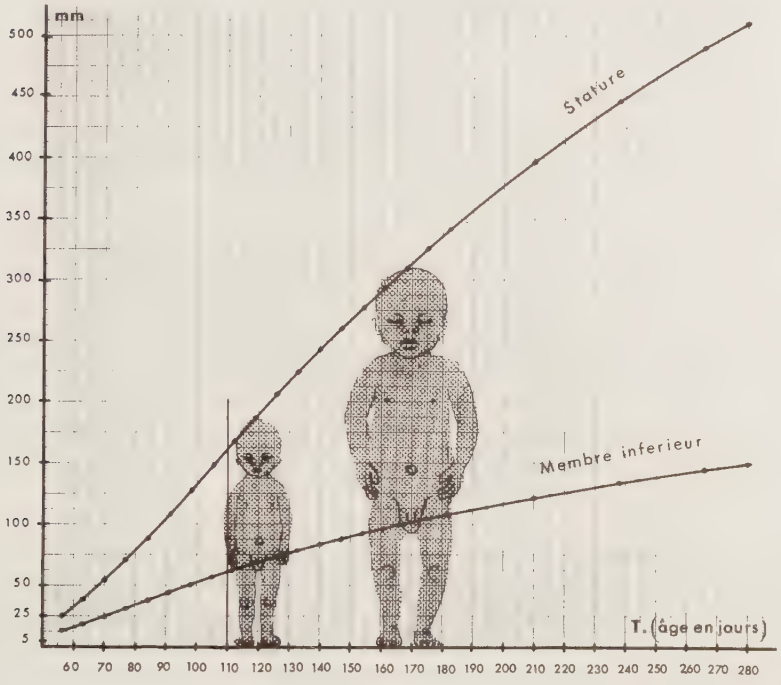
On en déduit : $log.\ T.\ A. = 1,13\ log.\ St - 0,49466$ ou encore : $T.\ A. = 0,32014.\ St.^{1,13}$ *(T. A. et stature en mm.).*

Sans étude préalable des dispersions, cette détermination reste essentiellement "analytique". De toute façon, cette formule n'est valable que pendant la période considérée, c'est-à-dire pour $63 < T < 280$ j. En effet pour $T < 50$ j., le membre inférieur n'existe pas.

Pendant la période fœtale, soit ici $114 < T < 280$ j., il est possible d'assimiler l'arc très tendu de la courbe allométrique à un segment

de droite, avec une bonne précision. Naturellement, il ne peut s'agir que d'une représentation "analytique" correcte et qui possède le mérite de la simplicité.

b) *Le membre inférieur (M. I.)* peut s'obtenir en effectuant la différence : (stature - taille assis). Ces valeurs (moyennes) figurent au tabl. X. L'existence de M. I. étant liée à celle de la stature, il est nécessaire de se reporter au texte ci-dessus (p. 219). Le M. I. n'apparait qu'à partir du 50 j. (en âge menstruel T).



(fig. 62) - Croissance prénatale Stature et membre inférieur Age T en jours menstruels ($T = t + 14$) mesures en mm.

Dans la transformation $Y = log.\ M.\ I.$ et $X = \frac{1}{T^{1,05}}$ les points sont parfaitement alignés (fig. 61). Le coefficient de corrélation donne ici $r = -0,999954$ d'où l'équation de la courbe de croissance du membre inférieur : $L.\ M.\ I. = -\frac{87,0533}{T^{1,05}} + 2,408477$, soit encore : $M.\ I. = 256,14\ e^{\frac{195,8427}{T^{1,05}}}$ (*M. I.* en mm.). Comme pour la stature, $50 < T < 280$ j. $T = t + 14$ j.

A la fig. 62 nous avons représenté sur un même graphique la courde croissance de la stature et la courbe de croissance du membre infé-

rieur. On peut observer la grande différence entre les proportions fœtales et celles de l'adulte ou même d'un enfant de huit ans. En particulier, l'indice cormique augmente régulièrement au cours de la croissance prénatale, et passe de 64,6 pour T = 126 j. à 71 pour T = 280 j. (naissance). La taille assis (T. A.) croît beaucoup plus vite que les membres inférieurs (M. I.).

Cette disposition se renverse au cours de la croissance postnatale, puisqu'à huit ans, l'indice cormique n'est plus que de 51,6 (chez des enfants blancs. ♀ ou ♂).

En résumé, les lois de la croissance prénatale sont de même nature pour les deux caractères : T. A. et M. I., mais diffèrent légèrement pour leur somme : la stature.

* *

On conçoit combien les lois de la croissance prénatale ne peuvent s'appliquer à la croissance postnatale. Cependant *il est possible d'extrapoler ces lois,* après la naissance, mais *dans un intervalle de temps très réduit,* jusqu'à deux mois environ, soit plutôt jusqu'au 340° jours, compté en âge menstruel.

Ceci pourrait permettre de déterminer avec précision les raccords entre courbes de croissance pré et postnatale autour de la naissance, car on ne connait pas "l'âge" des enfants à la naissance que l'on adopte à tort comme une origine valable. Les nouveau-nés, qui ne présentent pas nécessairement la même durée de gestation, se trouvent ainsi arbitrairement groupés dans une même classe d'âge. Naturellement cet inconvénient s'estompe de plus en plus au cours de la croissance postnatale.

§ III - APPLICATIONS

Dans les deux paragraphes précédents, la recherche ou l'établissement des lois mathématiques de la croissance, basées sur l'étude de la variabilité, font ressortir des phénomènes permettant d'interpréter un certain nombre de faits embryologiques, anatomiques, et anthropologiques. A titre d'exemples nous examinerons quelques uns de nos travaux antérieurs relatifs à ces domaines.

Les Horizons de Streeter

A partir des courbes de croissance étudiées au paragraphe précédent, ou plus simplement à partir des valeurs numériques figurant au tabl. IX (p. 210) nous avons construit (fig. 63) à grande échelle les deux courbes limites ainsi que la courbe moyenne de croissance de la taille assis (vertex-coccyx), ceci pour le début de la croissance prénatale, soit entre 2,5 mm et 30 mm.

C'est à l'intérieur de ces deux courbes de sécurité que tous les points expérimentaux devraient se placer, en principe.

Cependant ces courbes ont été déduites théoriquement, à partir d'une amplitude de variations constatée effectivement à la naissance. A cette époque, les erreurs de mesure sont négligeables ou tout au moins assez faibles. Il n'en est plus de même au début de la croissance prénatale. Il existe une *erreur* sur la mesure dûe principalement à la courbure de l'embryon et à la façon très personnelle dont l'opérateur tient l'embryon pour effectuer la mesure de la taille assis. On pourrait donc élargir ou modifier les limites de sécurité selon une "équation personnelle", qui reste individuelle et que l'on peut considérer comme une "erreur" systématique.

Revenons aux courbes théoriques limites (fig. 63). Nous allons rechercher un découpage de ces courbes en zones à l'intérieur desquelles les embryons doivent avoir une *même maturation.*

Ce problème est particulièrement délicat. Il rappelle en certains points les difficultés que l'on éprouve dans l'utilisation ou l'interprétation des droites de régression. On peut effectuer le découpage soit à taille constante, soit à âge constant soit encore en faisant intervenir les deux variables. Dans cette dernière perspective, il est impossible

de définir un axe coupant les deux courbes de sécurité suivant une direction constante ; par exemple si l'on envisage une perpendiculaire à la courbe moyenne (c'est-à-dire à la "direction" du nuage) cette opération dépend de la métrique employée, donc des unités ou de l'échelle.

En présence d'un embryon, seule la taille est une mesure bien visible, par rapport à l'âge qui est une donnée beaucoup moins tangible. Aussi il nous semble préférable d'effectuer le découpage des courbes limites en ne tenant compte que de la valeur de la taille assis. c'est-à-dire par des parallèles au temps.

Le problème a été déjà traité par Streeter et Heuzer, ce qui les a conduits à la définition de leurs horizons : à l'intérieur d'un même horizon, le degré d'organisation, ou encore de maturation, est constant. Mais le découpage utilisé par Streeter est très simple puisqu'il est effectué à âge constant, ce qui admet implicitement que la maturité est fonction exclusive de l'âge (1).

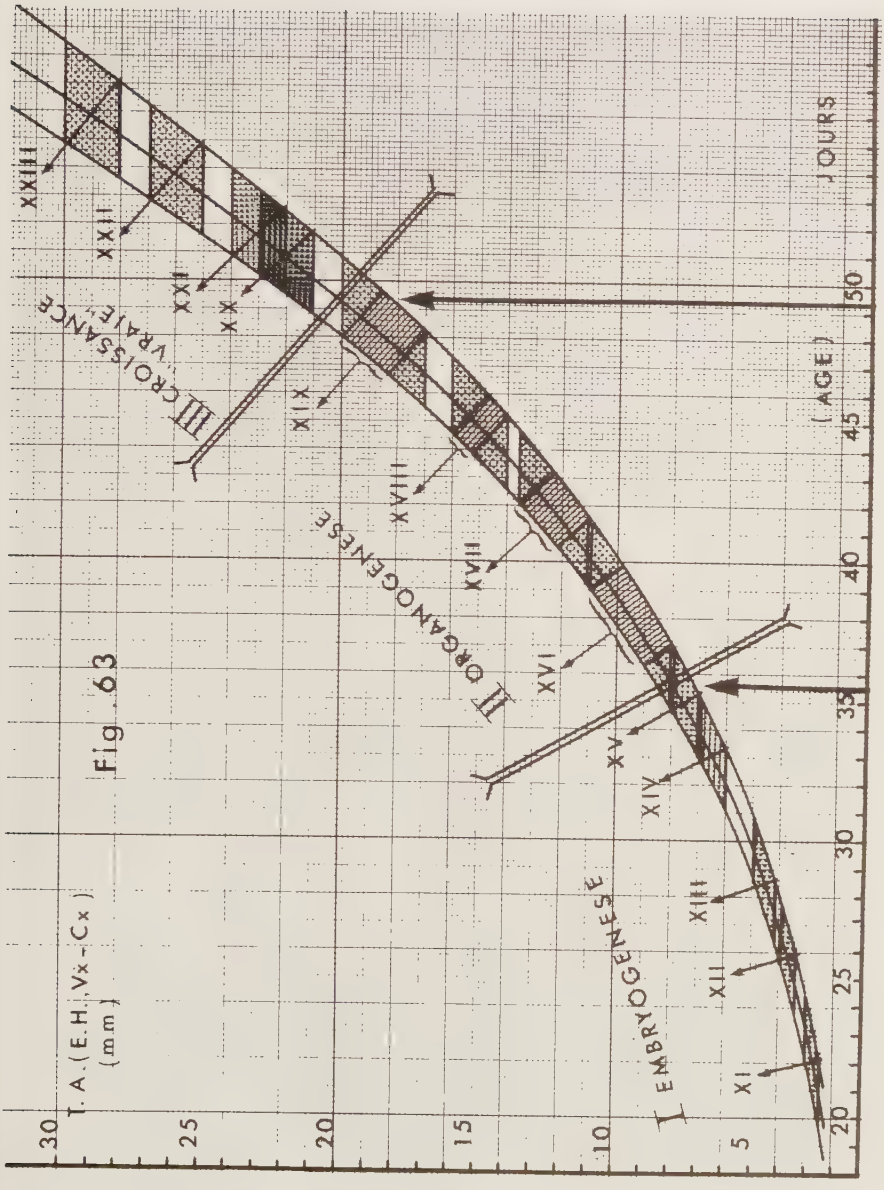
Cependant l'âge indiqué par Streeter est celui des embryons de Macacus rhesus (ainsi que nous l'avons signalé p. 209 ci-dessus). On peut constater ce fait sur le graphique de la page 168 (de l'ouvrage de Streeter) où l'auteur indique la situation des horizons XI à XXIII. La courbe moyenne de croissance offre un point d'inflexion aux environs de 40 jours, et 20 mm. Or, c'est précisément ces valeurs que nous avons trouvées en étudiant la croissance prénatale du Macaque rhésus (2), avec 41 jours environ et 20 mm. Mais on est très loin ici de la courbe de croissance des embryons humains, qui présente son point d'inflexion vers 98 jours, date importante puisqu'elle sépare la vie embryonnaire de la période fœtale selon la définition que nous avons donné p. 215 ci-dessus.

C'est une raison supplémentaire pour ne retenir que les valeurs métriques, car pour chaque horizon Streeter a donné l'ordre de grandeur de la taille vertex-coccyx. Il est possible de situer à la fig. 58 la position respective des horizons XI à XXIII. En utilisant les coordonnées transformées (fig. 58) nous avons représenté de la même façon ces horizons, mais cette transformation n'apporte rien de plus.

L'horizon XI est la portion comprise entre les deux parallèles tracées au niveau de 2,5 mm et 3 mm. L'horizon XXIII est défini de la même façon par les deux parallèles menées à 28 et 30 mm.

(1) G. L. STREETER (1951). - "Developmental horizons in human embryos. Description of age groups XIX à XXIII", pp. 165 - 196.

(2) G. OLIVIER et H. PINEAU (1958). - "Croissance prénatale du Macacus rhesus" p. 410 et 412.



(fig. 63) - Croissance prénatale T. A. (Vertex - Coccyx). La position des horizons XI à XXIII de STREETER est indiquée.

Ces découpages montrent une singularité : les horizons XVI à XIX apparaissent plus "larges" que les autres, ce qui est peut-être normal par rapport à ceux qui les précèdent mais anormal envers ceux qui les suivent.

Le fait que la maturation, constatée expérimentalement sur le graphique, ne suit pas une loi régulière doit être associée à la situation de ces horizons qui englobent exactement toute la période correspondant à l'organogénèse.

Au cours de cette époque capitale pour le *développement,* où s'établissent l'origine des liaisons fonctionnelles, on pourrait penser que le degré de maturation, identifié au degré d'organisation, évolue rapidement. Paradoxalement, c'est le contraire qui se produit. Si l'on schématise les horizons XI à XV et XX à XXIII par un axe coupant les limites minimum et maximum comme indiqué sur la fig. 63 il est difficile d'opérer de cette façon avec les horizons XVI à XIX car leurs axes se trouveraient placés en sens contraire des autres.

On est amené à découper ces quatre horizons par des axes que sépare une zone intérieure où le degré d'organisation doit être constant, ce qui constituerait en quelque sorte une **période d'attente.** Lorsqu'un dispositif préfonctionnel s'élabore, certaines ébauches se mettent en place avant d'autres qui s'installeront après. Un processus de développement simultané demande une très grande précision, ne serait-ce que dans la valeur des vitesses de croissance, pour que l'agencement ou le montage des pièces anatomiques puisse s'effectuer correctement. Une organisation préalable, procédant par étapes, semble parfois indispensable.

Sur certains points, ce fait parait actuellement confirmé. Ainsi "A propos de la reconstruction du méso et du metanephros d'un embryon de 17 mm", le professeur agrégé J, Hureau (1) a pu écrire :

"La "rencontre" entre l'ébauche rénale qui monte et le bourgeon artériel qui l' "attend" dans la région lombaire supérieure aboutit habituellement à la pénétration hilaire c'est-à-dire à la partie moyenne du rein".

Plus généralement, si l'on regroupe quelques données empruntées à la littérature scientifique et concernant le début de la formation des organes ou de l'apparition des "os" du squelette, on s'aperçoit de

(1) J, HUREAU (1964). - C. R. A. A. de Madrid (sous presse).

la place très particulière tenue par les horizons XVI à XIX.

Jusqu'à la 5ème semaine (35ème j. et 8mm. en moyennes), on peut dénombrer un très grand nombre d'ébauches.(1). Mais les mots employés pour les décrire sont particulièrement significatifs et on relève essentiellement - pour ne pas dire uniquement - l'emploi de termes tels que : "présent", "indiqué", "présageant". Cette époque est celle de *l'embryogénèse*. Elle concerne les horizons XI à XV et correspond à la partie A de la fig. 56. C'est la période que l'on pourrait qualifier complémentairement de léthale car si une ébauche manque, l'embryon ne peut se développer d'avantage et meurt nécessairement.

De la 5ème à la 7 ème semaine (36° au 49° jour), de très grands changement surviennent que l'on peut classer en deux catégories :

1° - *les ébauches primitivement en place s'organisent.* Ce ne sont plus seulement des présences, mais des dispositifs préfonctionnels ou fonctionnels qui se mettent en place intérieurement. Ils vont fournir un modèle de ce que sera l'organe ultérieur. Les mots les plus fréquemment employés pendant cette période sont : "haut degré de différenciation", "forme définitive", "position finale".

Donnons ici *quelques* exemples : le plan du cœur est mis en place. La simple cavité (fonctionnant malgré tout) appartenant à la période précédente voit l'apparition des orifices mitral et tricuspide, le cloisonnement des cavités cardiaques primitives et du canal auriculaire. Les lobes pulmonaires sont définitivement indiqués. Le cloaque se subdivise. La cavité péricardique est séparée de la cavité pleurale.

Par contre certaines formations régressent ou disparaissent : les arcs branchiaux par exemple, ainsi que la queue.

2° - *Des ébauches nouvelles apparaissent.* On peut également les subdiviser en deux parties :

a) ébauche ou chondrification de ce qui deviendra le squelette appendiculaire : humérus, radius, cubitus, fémur, tibia, péroné etc.

b) formation de liaisons "fonctionnelles" *tangibles* entre organes et formation d'ébauches très particulières qui conditionneront et règleront la croissance future.

Ainsi, et par exemple, cette période voit la formation et le début d'organisation du canal cholédoque et hépatique, la différenciation de la veine cave inférieure, le haut degré de différenciation du mésonephros. On peut voir également le début des ébauches du thymus, de la

(1) L. B. AREY (1959). - "Developmental anatomie". On pourra consulter avec le plus grand intérêt le dépliant placé entre les pages 106 et 107, et qui concerne précisément le degré de maturation des organes en fonction de la taille vertex-coccyx (ou de l'âge).

thyroïde et des glandes parathyroïdes.

C'est par excellence la période de l'organogénèse ou complémentairement, des malformations.

Après cette époque la croissance s'effectue très régulièrement. Et si de très grandes transformations s'opèrent au cours de la croissance (ossification, développement du système nerveux) il faut surtout voir là une différenciation histologique ou le prolongement d'une organisation fonctionnelle déjà amorcée. C'est la période des *variations* pendant laquelle les individus vont commencer à se différencier.

Vitesse de croissance, développement et variations

Au cours de la croissance prénatale, la vitesse de croissance (de la taille assis ou de la stature, quand elle existe) passe par une valeur maximum vers le 100^{e} jour, en âge de fécondation : t. A ce moment l'accélération de croissance s'annule, ce qui correspond sur la courbe de croissance prénatale au point d'inflexion.

Autrement dit, entre le moment où s'amorce la fécondation et la position du point d'inflexion, il existe une période pendant laquelle l'accélération reste constamment positive. Par définition, nous avons appelé : *embryonnaire* ce stade très particulier, par opposition à la vie fœtale où la vitesse de croissance ne cesse de diminuer.

Dans le stade embryonnaire l'organogénèse ne tient qu'une très petite place. Mais à cette époque, les vitesses de croissance sont *relativement* considérables, compte-tenu de la grandeur de l'embryon. (1) C'est aussi le moment où les ébauches vont s'organiser fonctionnellement. Il y a interférence de deux actions dont les effets s'ajoutent, ce qui reste sans équivalence dans les stades ultérieurs.

Toutes ces particularités ne vont pas manquer de jouer un rôle capital dans les variations dont l'amplitude pourra devenir si importante qu'aux limites on obtiendra des malformations.

Le plus souvent, ces variations répondent à une loi du hasard. Ainsi deux vaisseaux vont s'anastomoser le mieux possible certes,

(1) CH. EYRIES, B. PERLES et H. PINEAU (1960). - "Développement de l'oreille interne humaine du 26e au 70e jour de la vie embryonnaire". voir p. 908 l'importance du coéfficient : (vitesse de croissance / taille de l'organe).

mais surtout comme ils le pourront. De là, l'étude des possibilités topographiques vont permettre de *prévoir* le dénombrement que l'on devrait obtenir expérimentalement ; les variations sont prévisibles, compte-tenu des données embryonnaires et de la forme de l'anastomose qui doit s'établir (termino latérale,etc..).

A titre d'exemple, nous allons expliquer la topographie de la jonction cystico-hépatique (1) relevée sur un groupe de 300 sujets.

Rappelons ici brièvement les faits. Chez l'embryon, (au moment de l'embryogénèse) apparaît sur la paroi ventrale du duodénum un bourgeon latéral qui se développe pour donner le canal cholédoque. A un certain moment, du bourgeon va bifurquer d'une part et latéralement le canal cystique allant à la vésicule biliaire, d'autre part et dans le prolongement du premier canal, le canal hépatique.

Lorsque la voie biliaire principale (canal cholédoque plus canal hépatique) atteint une longueur déterminée, convenable, nécessaire ou tout au moins suffisante, le canal hépatique bifurque (jonction hilaire) avant de pénétrer dans le foie.

Sur la voie biliaire principale, comprise entre les deux extrémités : l'abouchement dans le 2ème duodénum et la jonction hilaire, où va s'effectuer la jonction cystico-hépatique ?

Si la croissance, dans cette région, et pour ces voies biliaires, obéit aux lois du hasard, on doit dénombrer une fréquence plus considérable lorsque la jonction s'effectue au milieu. Pour mieux traiter ce problème, on peut diviser la voie biliaire principale en trois segments égaux (tiers inférieur, duodénum-pancréatique, tiers moyen épiploïque et tiers supérieur hilaire). En principe, si aucun facteur parasite n'intervient, le dénombrement de la jonction cystico-hépatique devrait être théoriquement de : 16% pour le tiers inférieur, 68% pour le tiers moyen et 16% pour le tiers supérieur. Le dénombrement expérimental relevé est assez voisin de cette distribution théorique. Dans les deux tiers des cas la jonction s'effectue bien au tiers moyen et pratiquement au milieu.

Cette disposition, qui s'établit au moment de l'organogénèse, ne va-t-elle pas se modifier au cours de la croissance du sujet ? Le développement global reste-t-il homothétique à lui-même ? Autrement dit, le canal cholédoque se développe-t-il dans les mêmes proportions que le canal hépatique ? Certains indices permettent de répondre à cette ques-

(1) J. Y. BARBIN -HARDY et H. PINEAU (1961). - Topographie de la jonction cystico-hépatique - Etude cholangiographique. C. R. A. A. p. 92.

tion et la croissance ne semble pas modifier les proportions initiales. Mais ceci mériterait d'être contrôlé par examen de sujets d'âges très variés (fœtus, nouveaux-nés, jeunes enfants) et voir si les dénombrements restent indépendants du temps.

Signalons, cependant, que dans 4% des cas il n'existe pas de canal cholédoque. Le bourgeon s'est ramifié très rapidement en canal cystique et hépatique. Le processus inverse existe également au niveau supérieur. Dans 5% des cas, la jonction cystico hépatique est immédiatement sous hilaire : le canal hépatique n'existe pas. Ainsi des développements qui se sont effectués très tôt se sont bien conservés au cours de la croissance ultérieure. Il est difficile de croire à une plus grande fréquence de jonction aux extrémités, au cours de l'organogénèse.

Par contre, il est plus délicat de se prononcer sur la *forme* des voies biliaires extérieures. La forme est conditionnée par la longueur, et celle-ci pourrait se modifier au cours de la croissance, tout en respectant le rapport des longueurs des canaux entre eux.

Quoiqu'il en soit il est possible d'effectuer trois groupements (fig. 64) :

- Les voies biliaires *courtes*, donc *rectilignes* : 10% des cas.

- Les voies biliaires de longueur *moyenne* : en *arc de cercle*. on peut sérier cette catégorie de courbe en trois sous groupes (voir texte original, op. cit. p. 93, fig. 1) ; cette disposition a été dénombrée dans 68% des cas.

- Enfin les voies *longues* formant *deux* ou *trois* boucles : elles représentent 17% des cas. (formes en *S* : 13% et formes à trois courbures : 4%).

On doit noter que pour 5% des dossiers les formes étaient visuellement inclassables.

Cette distribution ne répond pas tout à fait à une distribution de hasard. La courbe en cloche théorique (voir fig. 64) paraît tronquée à gauche, vers les valeurs faibles, c'est-à-dire pour les longueurs trop courtes.

On pourrait penser que les formes longues peuvent toujours s'exprimer : cela s'arrange, et se retrouve par conséquent, dans la forme. Il suffit d'un plus grand nombre de boucles.

La réciproque n'est pas vraie car une voie trop courte est très probablement léthale. Cette disposition est la conséquence d'une vitesse de croissance insuffisante dans cette région. Or, une malforma-

tion se trouve rarement seule et une vitesse de croissance trop faible doit également se produire dans ce voisinage et affecter les voies pancréatiques, ce qui est extrèmement grave. Dans de telles conditions, les quelques 6% qui manquent, parce que trop courtes, ne saurait figurer dans le dénombrement. Observons que ce pourcentage est assez voisin de celui des voies biliaires très longues et représentant 3 courbures : 4% des cas, qui elles ne posent aucun problème relatif à l'existence du sujet futur.

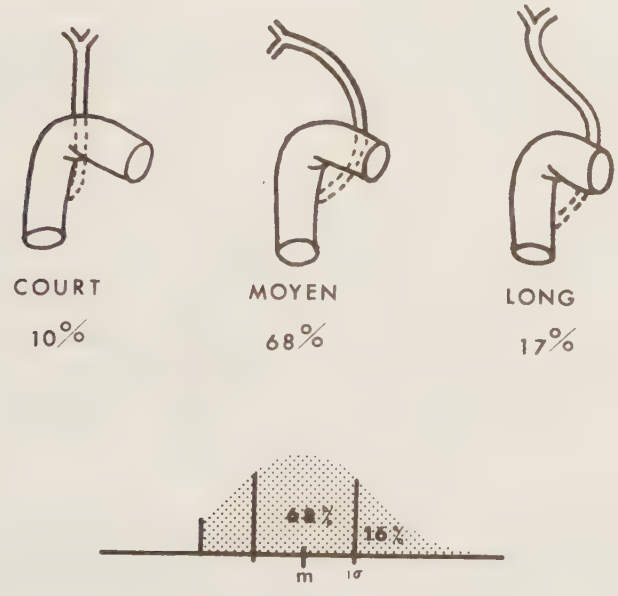


Fig.64. VARIATION DE LONGUEUR (FORME) DES VOIES BILIAIRES EXTERIEURES

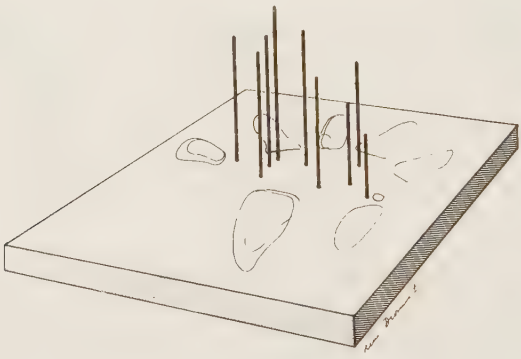
Certaines anomalies dans la disposition des voies biliaires extérieures, par rapport au duodénum, peuvent s'expliquer au moyen des vitesse de croissance différentes, dans le développement de la paroi du duodénum. La position d'un bourgeon peut se déplacer si la paroi du duodénum croît de façon inégale et ceci à tel point qu'un bourgeon ventral peut venir occuper, par rotation, une position diamétralement opposée. Cette explication est en parfait accord avec un cas rare, mais particulièrement curieux, d'un canal cholédoque préduodénal. Dans cette même région, tout un ensemble d'autres anomalies accompagnent cette "erreur anatomique" (1) et dont l'origine a pour cause commune une

(1) CH. DEBRAY, A. DELMAS, M. HAKIM et B. MUGNIER. - (1962) -

irrégularité dans la vitesse de croissance.

En général il existe peu de régions pour lesquelles les vitesses de croissance sont uniformes. Cela tient au fait que les développements s'effectuent le plus souvent dans les espaces anisotropes : os longs des membres, canaux, organisation des différentes ébauches embryologiques.

Cependant, en collaboration avec le professeur agrégé Tardif, nous nous sommes posé la question de savoir s'il existait des zones isotropes, où les propriétés restent les mêmes dans toutes les directions et en particulier la vitesse de propagation des phénomènes qui entrainent la chondrification (1).



(fig. 65) ***Reconstruction du carpe.*** Localisation dans l'espace des centres de chondrification des "osselets" par les extrémités de tiges métalliques.

En étudiant la morphogénèse du carpe nous avons pu mettre en évidence l'existence (au moins) d'une telle région.

Nous avons formulé l'hypothèse d'isotropie et nous avons ramené le problème initialement posé au suivant : est-il possible de prévoir la forme de chacun des osselets du carpe ?

La vérification de cette hypothèse s'effectue par une reconstruction à *rebours* des osselets du carpe.

A partir de coupes sériées du carpe d'un embryon de 21,5 mm, par la méthode de Born, il est possible de localiser dans l'espace les

"Veine porte et canal cholédoque préduodénaux, intérêt chirurgical". - Presse médicale pp. 1675 - 1676. Dans l'analyse de leurs articles, les auteurs écrivent : "L'embryologie "explique" cette erreur anatomique".

(1) H. PINEAU et B. TARDIF (1964) - op. cit.

centres de chondrification des différents noyaux, ébauches de ce qui deviendra ultérieurement les os du carpe. Ces centres sont matérialisés dans l'espace par les extrémités de tiges fixées sur une planchette (fig. 65). Autour, sont placés les ébauches des métacarpiens et des os longs : radius et cubitus, qui forment les limites.

La différenciation n'est pas seulement dûe à l'espace mais également au temps. En effet, ces noyaux n'apparaissent pas à la même époque. Il existe un décalage qui s'effectue de la façon suivante :

Os crochu et grand os : 45 ème j. ; trapézoïde ; 47 ème j. ; pyramidal et trapéze : 49 ème j. ; radial et central (se soudant pour former le scaphoïde) : 50 ème j. ; semi-lunaire 51 ème j. ; pisiforme : 52 ème j.

A partir de ces centres de chondrification, et avec une avance qui n'est pas négligeable puisqu'il existe une semaine entre les formations extrêmes, il se produit une transformation progressive du mésenchyme en cartilage, avec une vitesse de chondrification linéaire constante. On peut matérialiser ce fait par des sphères dont le centre coïncide avec chaque noyau, et limitées leur développement par les frontières : métacarpiens, radius et cubitus. Le premier point de contact de ces sphères, qui se développent uniformément, détermine leur plan d'intersection.

De cette façon, on peut obtenir *la forme* des futurs osselets du carpe. Ainsi entre l'os crochu et le grand os, l'intersection sera une surface plane et perpendiculaire à la ligne de leur centre, puisque ces deux os se développent en même temps. Par contre le semi-lunaire sera rapidemment arrêté dans son expansion par tout un entourage déjà bien développé et ne lui laisse qu'une faible place.

Si dans l'ensemble on reconnait les os du carpe, il y a lieu de tenir compte d'une légère transformation des surfaces articulaires qui s'arrondissent sur leur bord par suite du mouvement, transformation mineure, dûe à la mécanique articulaire.

On a pu mettre en évidence l'existence d'une région isotrope placée entre deux régions particulièrement anisotropes : proximalement les os du bras (humérus, radius, cubitus) et distalement les métacarpiens. Les os longs ou os anisotropes se développent suivant une direction privilégiée qui est celle de leur grand axe.

Il n'est pas possible de dire a priori si la région du tarse obéit à la même loi chez l'homme, Très probablement, au moins, l'astragale

et le calcanéum qui apparaissent très tôt vont présenter, sous la forme d'une tendance, une direction privilégiée (1).

Ainsi à la formation des os longs on peut opposer celles des os courts qui ne présentent aucune direction privilégiée. Cette remarque peut être importante pour les phénomènes de l'évolution. Les régions isotropes pourraient être perméables à l'action de tous les facteurs extérieurs, et, par conséquent évoluer. Au contraire les os longs qui ont déjà évolué sous l'action d'une forte croissance anisotrope, se prêtent mal à l'action (faible) des influences extérieures.

Variabilité et corrélations

La variabilité des dimensions morphologiques est en relation avec la dispersion des courbes de croissance. Plus précisément, la mesure d'un caractère est le point d'aboutissement de la croissance. Il est donc indispensable que celle-ci soit achevée.

Mais au cours des différents stades de la vie, les courbes de croissance ne se prolongent pas en palier. Elles évoluent, plus par transformation de la forme que par croissance régulière véritable. C'est la raison pour laquelle il est difficile de comparer des séries d'âges différents.

Cette variabilité, telle qu'on l'entend en anthropologie, s'exprime le plus souvent par le coefficient de variabilité de Pearson : $V = 100\frac{\sigma}{M}$ que l'on appelle quelquefois coefficient de variation relative.

Nous allons examiner les variabilités de quelques segments du corps chez un groupe important de jeunes adultes français (1) (750 sujets environ) mesurés par un seul et même opérateur, et d'âge sensiblement constant. (20 - 21 ans).

La variabilité des segments des membres dont la mesure reflè-

(1) A propos d'une question posée par DALCQ, au Congrès de Madrid (1964), relative à la formation plus précoce des centres de chondrification des os du carpe par rapport aux extrémités distales et proximales, il est possible que cette différence dans le temps soit précisément liée au caractère anisotrope. Dans la période de l'organogénèse, plus l'apparition des ébauches cartilagineuses est précoce, plus l'os pourra être anisotrope. Cette suggestion a été formulée par le docteur B. TARDIF.

(2) S. BOUISSET, H. PINEAU, P. VASSAL (1959). - Recherches anthropométriques sur le jeune adulte français. Biotypologie, p. 176 - 182.

te celle de leur support qui est un os long, reste de même ordre de grandeur tout en étant légèrement plus élevé pour le membre inférieur.

Long. cuisse : V = 5,87 ; long. jambe : V = 5,89
Long. bras : V = 5,79 ; long. av. bras : V = 5,10

Si l'on combine les deux segments correspondants ; soit :
Long. (cuisse + jambe) : V = 5,30 ; Long. (bras + av. bras) : V = 4,97, on constate qu'il existe une réduction du coefficient de variabilité.

Cette remarque est absolument générale : c'est une nécessité mathématique dans la mesure où entre les composantes il existe une corrélation qui n'est pas égale à 1.

Si la corrélation était parfaite, les écarts types s'ajouteraient et le coefficient de variabilité de la somme serait compris entre les coefficients de variabilité de ses deux constituants.

Mais cette condition est irréalisable. Dès que l'on ajoute des segments, la présence de la corrélation diminue la valeur de l'écart type. Autrement dit l'écart type de la somme n'est pas égal à la somme des écarts types, excepté dans le cas très particulier où le coefficient de corrélation r = 1. Au contraire, les moyennes s'ajoutent. Il en résulte que le coefficient de variabilité diminue. Ainsi lorsqu'on envisage la somme de deux segments : long. (bras + av. bras) la moyenne de ce caractère : m = 57,74 cm est bien égale à la somme des moyennes de ces deux constituants : m = 32,29 pour le bras et m = 25,45 pour l'avant bras. Mais l'écart type du segment (bras + av. bras) qui est de : σ = 2,87 cm est inférieur à la somme des écarts types des constituants : 1,87 et 1,30 cm, ce qui donnerait 3,17. Dans ces conditions, pour que la variabilité de la somme soit comprise entre celle de leurs constituants, il faudrait un coefficient de corrélation très proche de 1, ce qui n'est pas.

La longueur de la main est une somme de segments qui doivent être en très forte corrélation entre eux, car la variabilité de ce caractère est relativement élevée pour une mesure très composée, puisque V = 4,80. Si l'on ajoute les trois segments (bras + av. bras + main) on trouve un coefficient de variabilité qui est, par conséquent, un peu moins élevé : V = 4,49. A mesure que l'on ajoute des segments, la variabilité du segment total, c'est à dire de la somme, diminue.

Cette remarque avait été très bien formulée par Niceforo (1)

(1) A. NICEFORO (1925) - "La méthode statistique et ses applications aux sciences naturelles aux sciences sociales et à l'art". p. 211, 212 et 213. Mais on pourra lire avec le plus grand intérêt, le chapitre V : "la variabilité des phénomènes" p. 185 à 229.

qui écrivait :

"La variabilité des mesures composées est moins élevée, en général, que la variabilité de chacune des mesures composantes. ... A parité de dimension, la mesure la plus composée est la moins variable".

Sur la population précédemment utilisée de 750 jeunes adultes français, nous avons décomposé la stature en cinq segments, et nous avons indiqué pour chacun d'eux la moyenne (M), l'écart type (σ), le coefficient de variabilité (V) et l'amplitude des variations (A). Ces valeurs figurent au tableau XI.

TABLEAU XI

	M	σ	V	A
Extrémité céphalique	31,64	1,49	(4,70)	25,5 - 38
Haut. tronc	51,22	2,41	(4,70)	42 - 59,5
Haut. int. cuisse	40,49	2,38	(5,87)	30,5 - 50,5
Long. int. jambe	37,81	2,23	(5,89)	31 - 46
Haut. malléolaire	7,43	0,58	(7,80)	5,5 - 9
Somme totale	168,59	9,09	(5,39)	134,5 - 203
Stature	168,59	6,41	3,80	150 - 185

On doit noter tout d'abord que la hauteur malléolaire est une petite mesure, composée de pièces qui corrèlent très faiblement (astragale et calcanéum). On ne doit donc pas s'étonner de la valeur élevée du coefficient de variabilité.

Nous effectuons la somme de ces valeurs (sauf pour les Variabilités).

Les moyennes s'ajoutent, il n'y a pas de problème. Si toutes les corrélations entre segments étaient parfaites (r = 1), les écarts types s'ajouteraient et, dans ces conditions, le coefficient de variabilité serait de 5,39 ; on retrouve la variabilité des segments dont le support est un os long.

De même les amplitudes s'ajouteraient et on obtiendrait une variation de 134.5 cm à 203 cm : la limite des nains et des géants non pathologiques (fig. 66). La réalité est toute autre. Pour la stature, on retrouve bien la valeur moyenne M = 168,59 cm, mais il se produit une

diminution considérable de l'écart type qui est de 6,41 ce qui donne, pour le coefficient de variabilité de la stature, une valeur très faible : V = 3,80 et bien entendu une amplitude de variation en proportion : 150 - 185 cm.

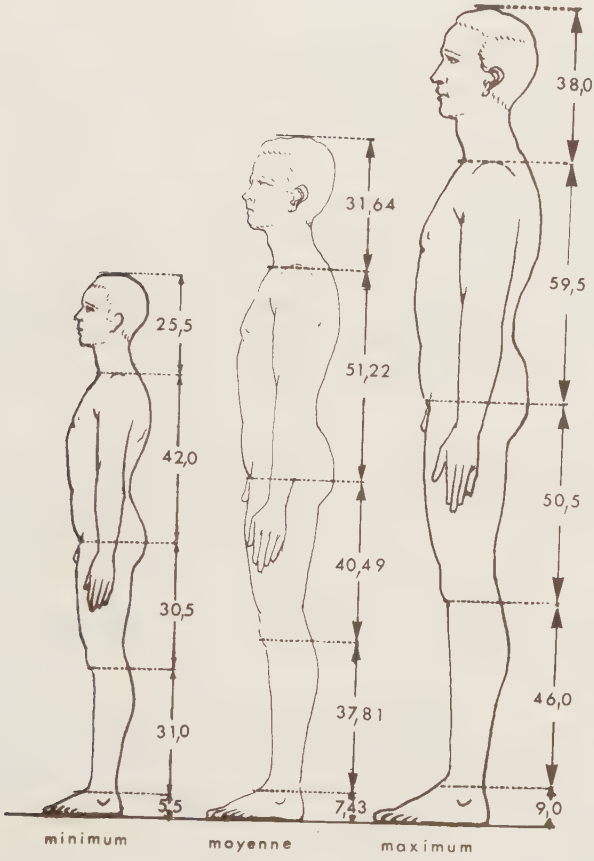


Fig. 66

Cette dernière remarque nous parait très importante. A mesure que les segments s'ajoutent, il se produit une "contraction" de la dispersion qui entraîne une diminution de l'écart type mais surtout (et corollairement) de l'amplitude des variations. Quelle que soit la façon dont on exprime en disant : la segmentation est peut être un des procédés utilisés par la nature pour diminuer la variabilité, ou bien encore : on constate que la variabilité diminue par suite de la segmentation, on peut se poser la question : cette diminution de la variabilité qui restreint dans des proportions considérables l'amplitude des variations n'est-elle pas une condition à l'existence même de la vie ?

On doit observer également, en anthropologie, que les différences relevées dans les coefficients de variabilité, obtenus dans des groupes de populations variés, sont imputables non seulement à la valeur des écarts types et des moyennes des segments constituant le caractère considéré, par exemple la taille, mais encore à la valeur des coefficients de corrélation entre ces segments.

Le problème de la variabilité est placé en définitive sous la dépendance de la segmentation, c'est-à-dire du nombre de segments constituant le caractère global.

L'importance des corrélations est évidente. Il doit exister, dans la *constitution* du squelette, des corrélations élevées. Mais entre des corrélations faibles ou nulles traduisant une *indépendance* qui serait impossible, et des corrélations parfaites, augmentant dangeureusement la *variabilité*, les corrélations peuvent trouver un juste milieu et s'établir, pour les plus élevées, au voisinage de $r = 0,8$, ce que l'on obtient avec les membres ou leur segments.

Cependant des relations fonctionnelles peuvent échapper à la corrélation. On sait, en effet, que la corrélation ne change pas lorsqu'on ajoute ou lorsqu'on retranche une même longueur à toutes les variables. Or une même longueur est nécessaire, soit pour assurer une bonne symétrie, soit pour que les rayons des membres ne puissent pas être trop réduits et tomber dans le cas pathologique des phocomèles.

Au contraire, une dissymétrie peut exister lorsque fonctionnellement elle n'est pas gênante. C'est ce qui semble se produire lorsqu'on étudie la symétrie de la longueur et de la largeur des pieds (1). La dissymétrie des pieds humains est relativement grande, compte tenu de leurs dimensions.

Quelle est la validité du coefficient de Pearson ? Ce coefficient n'est qu'une extension, sous une forme déguisée, de l'erreur relative. L'amplitude de la variation, que l'on ramène à la valeur de l'écart type : σ est comparée à la mesure par l'intermédiaire de la moyenne M.

Dans leur ouvrage : "Problèmes de systématique biologique", S. Beer et A. Sacchetti (2) examinent la relation allométrique éventuel-

(1) L. PALES, C. CHIPPAUX et H. PINEAU (1960) - "Le pied dans les races humaines". p. 53, 54, 55 et 70.

(2) S. BEER et A. SACCHETTI (1952) - "Problemi di sistematica biologica". Voir dans le chapitre XII : "La concezione teorica" et "contributo sperimentale" : p. 508 à 550.

le qui peut exister entre la moyenne et l'écart type d'une série de mesures effectuées sur un insecte (Carabus auratus). Ces auteurs aboutissent à la relation C. V. $= \frac{\sigma}{M^{0,8}} = C^{te}$ provenant d'une équation linéaire entre log σ et log. M.

C'est ce coefficient que les auteurs proposent comme étant la meilleure traduction de la variabilité, estimée en rapportant l'écart type à une certaine fonction de la moyenne ; cette fonction est ici $M^{0,8}$. Dans ces conditions, la variabilité, ainsi définie, reste beaucoup plus homogène pour l'ensemble des caractères *métriques* envisagés.

Ce coefficient de variabilité rentre particulièrement bien dans le cadre de nos conceptions sur le sens et l'emploi de l'erreur relative, et sur l'établissement des équations différentielles des lois de croissance. Dans cette dernière perspective, on pourrait même dire que ce coefficient est en quelque sorte un aboutissement.

L'emploi de cette formule peut se généraliser et son intérêt réside dans le transfert de la réduction. Dans la réalité des faits, il se produit une réduction de la variation lorsque l'on ajoute des segments. Dans la formule, la réduction porte sur la valeur de la mesure.

Si l'on applique cette conception au domaine de l'Anthropologie, on peut mettre en évidence une dissociation et des groupements de certains caractères métriques. Ainsi, sur une importante population de jeunes adultes français, précédemment utilisée (voir page 236 ci-dessus), on va chercher s'il n'existe pas une relation linéaire entre le logarithme des valeurs moyennes (log. M) et le logarithme de leur écart type. (log. σ).

Dans un travail antérieur, et pour un tout autre but, nous avions obtenu une relation linéaire entre la moyenne et l'écart type de certains caractères (1). En fait, si la relation existe dans un système, elle existe aussi dans le système transformé, car la transformation ne modifie pas l'ordre mais la linéarité.

Dans la transformation doublement logarithmique, présentée à la fig. 67, les caractères morphologiques se dissocient et donnent trois groupements .

Les dimensions transverses de la tête. En coordonnées logarithmiques, l'équation de la droite groupant ces mesures conduit à la relation : $100 \frac{\sigma}{M^{0,7}} = 8,5$

(1) P. VASSAL et H. PINEAU (1958) - "Les variations des diamètres céphaliques chez le jeune adulte français; étude statistique", p. 101, 102 et 103.

- *Les mesures longitudinales.* Elles se placent très loin de ce groupement et elles fournissent la relation : $100 \frac{\sigma}{M^{0,88}} = 7,3$

- *Les périmètres des parties molles ou osseuses.* Très voisins du dernier groupement, ils se placent systématiquement au-dessus et donnent la relation : $100 \frac{\sigma}{M^{0,88}} = 7,9.$

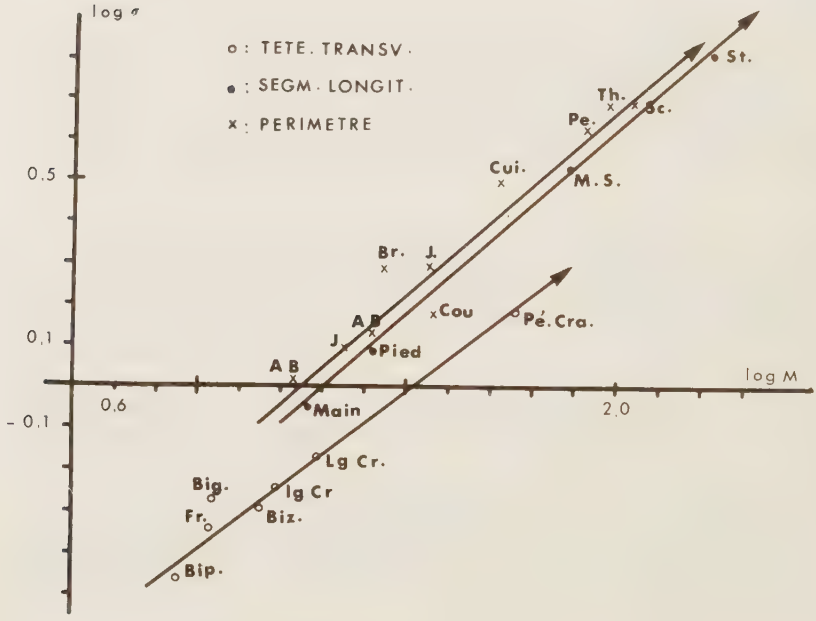


Fig.67 GROUPE DE 750 FRANÇAIS - RELATION ENTRE LOG σ ET LOG M.

La valeur de ce coefficient dépend des unités de mesures employées : aussi toutes les dimensions doivent être exprimées dans une même unité : le centimètre par exemple. C'est en prenant cette détermination que nous avons obtenu ces trois coefficients de variabilité.

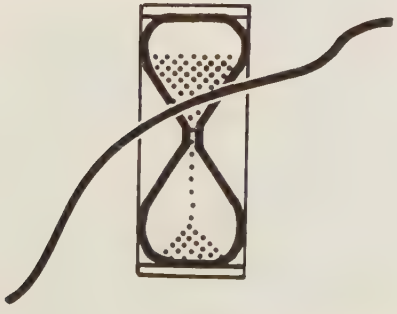
Cependant l'obstacle majeur réside dans le fait que l'on ne peut pas comparer des mesures dont la nature est différente, telles que les caractères pondéraux et métriques par exemple. Ces deux incon-

vénients ne jouent pas dans l'emploi du coefficient de Pearson, mais les renseignements obtenus ne sont évidemment pas les mêmes.

On pourra observer (fig. 67) la position intermédiaire du périmètre du cou, à mi-chemin entre les caractères transverses de la tête qui englobent le périmètre céphalique et les autres périmètres musculaire ou osseux.

La dissociation obtenue entre ces caractères est très probablement la conséquence d'un processus de croissance différent.

Les lois de la croissance prénatale que nous avons exposées, ne concernent que quelques mesures longitudinales : *taille assis* vertex-coccyx, *stature* quand elle existe, *membre inférieur* obtenu, comme dans la technique de Manouvrier, par différence entre ces deux derniers caractères. Mais le développement de l'extrémité céphalique n'est pas analysé dans ces lois. Sa croissance s'effectue en dehors de ces mesures, en particulier suivant un axe perpendiculaire à ces dimensions, d'où une certaine indépendance. Il serait extrêmement intéressant de suivre l'évolution morphologique de la tête chez les embryons et les fœtus. Malheureusement ces caractères métriques sont difficilement déterminables sur les petits embryons. Cependant leur étude renseignerait sur la nature véritable de la croissance de cette partie capitale, chez l'homme : le développement de l'encéphale.



Petit sujet de la famille Fery ; mort à l'âge de 25 ans • Musée Orfila - Stature : 71 cm. Réduction au $^1/_5$.

CHAPITRE QUATRE

CROISSANCE ET DEVELOPPEMENT

Les variations morphologiques qui se manifestent au cours des différents stades, depuis la fécondation jusqu'au plein épanouissement de l'adulte, font intervenir deux aspects complémentaires : une transformation qualitative : le développement, et une évolution quantitative : la croissance.

L'importance que l'on est en droit d'accorder à l'un ou à l'autre de ces phénomènes si différents est très variable, selon l'époque envisagée. Comme la croissance, le développement est une certaine fonction du temps, mais ces deux fonctions varient souvent à l'inverse l'une de l'autre : l'intérêt du développement, considérable au début, s'amenuise avec l'âge. Celui de la croissance proprement dite, augmente. Si l'on pouvait quantifier, en quelque sorte, le facteur "intérêt", il est possible que la somme de leurs valeurs respectives soit constante.

Dès les premiers jours de la fécondation, la croissance, prise sous sa forme traditionnellement quantitative, est inutilisable, car les mesures ne possèdent que peu de sens. Il est toujours possible de mesurer et de peser ; mais, au cours du stade somitique, les frontières de l'individu ne se séparent pas nettement de ce qui l'entoure.

Bien au contraire, le développement occupe à ce moment une place prépondérante et qui ne se retrouvera peut-être nulle part ailleurs. Le déroulement des formes transitionelles, si riche en enseignements, contraste avec la pauvreté des mesures.

Les données quantitatives sur la croissance, utilisables comme information à la base d'une étude mathématique précise, n'apparaissent qu'à une date relativement lointaine de l'origine véritable du dévelop-

pement initial. Aucune courbe de croissance ne débute avec le commencement de la fécondation. Les plus précoces ne partent en effet que 21 jours après, soit 35 jours comptés en âge menstruel.

La croissance prénatale.

Les lois de la croissance prénatale, telles que nous venons de les établir, concernent seulement trois caractères : la taille vertex-coccyx, la stature et leur différence : le membre inférieur. Plus tard, soit chez le fœtus, soit au cours de la croissance postnatale, il deviendra possible de prendre une plus grande quantité de mesures. Nous aurions pu y ajouter le poids, mais dans des travaux antérieurs, ce caractère ne nous a pas apporté une très grande satisfaction. Le poids, tout au moins pendant les premiers stades du développement embryonnaire, est sujet à des variations ou à des causes d'erreurs multiples.Un mauvais état de l'embryon, ou même la conservation de celui-ci, ont plus d'influence sur les variations pondérables que linéaires ; car, chez les embryons utilisés, nécessairement un certain nombre n'ont pu arriver à leur développement normal.

Au début de la croissance mesurable, une seule dimension linéaire existe : c'est la taille vertex-coccyx. Aussi est-ce en nous référant à ce caractère standard que nous avons analysé, par l'intermédiaire des mathématiques, la croissance prénatale tout entière.Certes, d'autres mesures peuvent être relevées, mais elles se rapprochent beaucoup de la taille vertex-coccyx, et le nombre restreint des enquêtes ne permet pas une étude précise et suivie d'un même caractère au cours de la vie prénatale. On pourra objecter que la taille assis du fœtus n'est plus la taille vertex-coccyx relevée chez l'embryon : elle s'est transformée mais c'est là le propre de la croissance, surtout à cette époque.

Cette étude quantitative nous a permis de dégager plusieurs étapes, au cours de la croissance prénatale. Dans une toute première analyse, il est possible de séparer deux grandes périodes : le développement embryonnaire et la croissance fœtale. Sur quels critères nous sommes-nous basés ? Si l'on trace la courbe représentative de la croissance prénatale, en fonction du temps, cette courbe présente une forme en **S**. Au début, la concavité est dirigée vers l'axe des tailles V.- C. Cette disposition est capitale, et elle ne se retrouvera que beaucoup plus tard, pendant le court intervalle de la croissance prépubertaire.

Au cours du développement embryonnaire, la croissance augmente de plus en plus avec l'âge, et l'accélération de croissance reste positive. Quelle est la nature de cette accélération ? peut-être une "impulsion" reçue ou provoquée au début de la fécondation, et qui se manifeste pendant toute la période embryonnaire. Une telle croissance

ne saurait se maintenir ainsi, car l'embryon prendrait rapidement des proportions inquiétantes.

Aussi, aux environs du 96 ème jour, cette disposition de la courbe de croissance change. La concavité de la courbe présente, à l'inverse, sa courbure vers l'axe des temps. La vitesse de croissance diminue continuellement : c'est la croissance fœtale. La forme de la courbe se continuera d'ailleurs, sans rupture apparente, après la naissance. Formellement, à cette époque de la vie, l'accélération est négative : mais nous ne pensons pas que l'on puisse attacher à cette signification, plus mathématique que réelle, un sens biologique très précis.

Sur la courbe de croissance, ces deux périodes sont séparées par un point d'inflexion, c'est ainsi que l'on appelle le renversement des concavités d'une courbe, qui se développe donc pendant quelque temps d'une façon sensiblement linéaire. Ce point d'inflexion est le premier sur la courbe de croissance humaine, qui, au total, en comporte 3.

Une telle définition - ou séparation - est assez banale, mais non absolument arbitraire. Nous l'avons déjà signalée, dans des travaux antérieurs, et nous ne faisons que la confirmer ici.

Embryogénèse et Organogénèse - Malformations et variations.

Beaucoup plus intéressants sont les stades que l'on peut définir après une étude mathématique qui permet de se rendre compte de ce qui se passe autour de la courbe de croissance. La forme de la courbe est moins utile à connaître, dans sa traduction analytique, que la disposition éventuelle des points expérimentaux, au voisinage de la courbe.

Bien que la courbe de croissance soit continue, nous avons mis en évidence trois périodes essentiellement distinctes, qui surviennent dans la première moitié du développement embryonnaire. Le très grand intérêt de cette division est qu'elle permet de préciser un ensemble d'observations qualitatives.

Plus précisément, à des développements différents, correspondent des lois de croissance distinctes, et les points de séparation coïncident dans les deux cas. Cette conception est parfaitement compatible avec une courbe de croissance apparemment continue. Si l'on fait appel, dans ce domaine, aux ressources mathématiques, on doit observer qu'il est toujours loisible de tracer des arcs de courbe de fonctions analytiquement distinctes, et qui se raccordent parfaitement.

Entre le 21 ème et le 35 ème jour, la croissance de l'embryon suit la même loi que le développement des cellules libres. Cette époque correspond effectivement à une mise en place d'un certain nombre d'ébauches d'unités anatomiques qui croissent assez indépendamment

les unes des autres : c'est l'embryogénèse. Et avant ? il nous paraît difficile d'extrapoler. Il est possible que la loi de croissance, depuis l'origine véritable jusqu'au 21 ème jour, soit du même type, c'est-à-dire une fonction exponentielle, mais les paramètres peuvent changer. De toute façon, il est difficile d'attribuer un sens à des longueurs aux limites incertaines.

A partir du 36 ème jour et jusqu'au 49 ème, la loi de croissance change. C'est une période absolument capitale pour le développement futur de l'individu, qui commence avec les débuts d'une organisation manifestement fonctionnelle. C'est à ce stade qu'il faut peut-être chercher l'origine lointaine des rapports entre le développement du lien qui unira le physique et le psychique du sujet adulte, sous la forme des corrélations somato-psychologiques, car les liaisons fonctionnelles intéressent l'anatomie tout entière du corps, aussi bien les fonctions de relation que la croissance et le développement de l'encéphale.

Un grand nombre d'ébauches, qui existent précédemment, vont se modifier intérieurement, par une mise en place de "systèmes" qui adaptent l'organe à peine ébauché à sa future vie fonctionnelle : le cloisonnement du cœur, par exemple. Mais c'est également l'époque où des organes nouveaux apparaissent, créant une liaison tangible : ainsi les voies biliaires extrahépatiques.

L'action conjuguée de ces deux facteurs va influer sur les variations anatomiques qui vont se produire à ce stade, et que l'on pourra dénombrer ultérieurement chez l'adulte. Ces deux actions peuvent se résumer ainsi : une mise en place des dispositifs fonctionnels, au moment où la vitesse de croissance est relativement considérable. Nous avons seulement esquissé une étude de ces variations, qui permettrait, si elle était développée, d'expliquer leur origine et leur dénombrement, lorsqu'il est effectué dans la période postnatale.

Bien des obstacles majeurs surgissent pour entreprendre une étude complète des variations et des malformations qui se produisent au cours de l'organogénèse, et qui se maintiendront ultérieurement. D'une part, il est difficile d'étudier isolément les variations, ou, à la limite, les malformations d'un seul organe. La clef du problème réside dans l'ensemble, car une malformation n'est pas isolée et la connaissance complète d'une série de malformations viendrait éclairer ce problème délicat. Mais cette recherche est évidemment difficile à réaliser, sur un même embryon. D'autre part, si l'on s'adresse aux variations anatomiques, chez l'adulte, on ne peut obtenir que des observations portant sur des dispositions, sinon normales, du moins compatibles avec l'existence du sujet.

Reprenons l'exemple des voies biliaires extrahépatiques. Il est possible d'expliquer leurs formes par leurs dimensions. Les très longues se mettent en S, les moyennes en arc, et les courtes en ligne droite, qui est, comme chacun le sait, le plus court chemin d'un point à un autre. Dans un dénombrement compatible avec les lois du hasard, les voies trop courtes manquent : elles ne peuvent se compter, car elles n'existent pas, non parce qu'elles ne se sont pas formées, mais parce que leurs dimensions trop petites ont entraîné la disparition du sujet. On peut expliquer la difficulté de ce problème à la lueur de la remarque de Laplace, citée et reprise par Niceforo, et rappelant "le philosophe de l'Antiquité auquel on montrait, dans le temple, les ex-voto de tous ceux qui s'étaient sauvés du naufrage parce qu'ils avaient invoqué les divinités. Ce philosophe avait fait remarquer qu'il ne voyait pas là les noms de ceux qui avaient péri, malgré leurs invocations". (1)

Cet exemple illustre un aspect négatif du problème, mais dont on doit tenir le plus grand compte lors de l'interprétation des résultats portant sur des dénombrements de variations anatomiques.

La fin de la période définie sous le nom d'organogénèse, se situe aux environs du 49 ème jour. A ce moment, et même assez brusquement, la loi de la dispersion autour de la courbe moyenne de croissance : taille V. - C. en fonction de l'âge, change considérablement de valeur, et prend une forme très régulière : c'est la croissance véritable, qui se prolonge jusqu'à la naissance et même un peu au-delà. Un certain nombre d'embryons ne peuvent arriver à ce stade. Au cours de l'embryogénèse, c'est-à-dire avant le 49 ème jour, si une ébauche ne se constitue pas, l'embryon meurt : c'est la période léthale. Pendant l'organogénèse, c'est-à-dire entre le 35 ème et le 50 ème jour, l'organisation fonctionnelle qui se développe dans un milieu non encore formé et avec des vitesses de croissance relativement considérables, entraîne inévitablement beaucoup plus que des variations : des malformations ou des monstruosités. Il suffit de très peu de choses dans la variation des vitesses de croissance pour obtenir un tel résultat. Le point culminant de cette période particulièrement délicate et importante se situe au milieu, vers le 42 ème jour. Si des influences extérieures viennent perturber la bonne marche du développement normal, il peut se produire des malformations.

C'est ce que l'on constate expérimentalement, par exemple, avec l'étude de la croissance de l'oreille interne. Cette remarque a déjà été formulée au cours de travaux antérieurs, en collaboration avec les Docteurs Ch. Eyriès et B. Perlès (2). Le calendrier de Bourquin (3), don-

(1) A. NICEFORO (1925) "La méthode statistique" p. 335 ou encore LAPLACE (1886) : " Théorie analytique des probabilités" : Œuvres, pp. CXII - CXXXVIII.

(2) Ch. EYRIES., B. PERLES et H. PINEAU (1960) - Développement de l'oreille interne. p. 908 à 910.

(3) J, B. BOURQUIN (1948). - Thèse. Genèse.

nant la date d'apparition des malformations en situe le mode aux environs du 42 ème jour. Le titre de ce dernier travail : "Les malformations du nouveau né causées par des virus de la grossesse et plus particulièrement par la rubéole", montre bien l'importance attachée à l'action des influences extérieures sur le développement embryonnaire. Cette perturbation survient principalement si la maladie a été contractée avant la 6 ème semaine. Mais les malformations se rencontrent jusqu'à la 14 ème semaine ; c'est-à-dire jusqu'à la fin de la période embryonnaire, où la vitesse de croissance est toujours croissante, puisque l'accélération de croissance reste encore positive.

Il existe également bien d'autres travaux qui mériteraient d'être cités à l'appui de cette théorie.

Il y aurait donc lieu de distinguer les monstruosités ou les malformations provenant de l'action des influences extérieures, venant perturber le développement embryonnaire (principalement au cours de l'organogénèse), des malformations considérées comme cas limites extrêmes des variations ou fluctuations normales. Ces dernières variations conditionnent la morphologie des futurs organes que possédera l'adulte. Elles commencent à se développer au cours de la croissance fœtale, c'est-à-dire entre le 50 ème jour et la naissance. Ainsi, cette troisième et longue période est celle des variations.

Corrélations et Indépendance - Leurs origines.

Au début de la période définie sous le nom d'organogénèse, on constate l'origine et le développement de la formation des ébauches des os longs des membres. C'est ainsi que l'humérus, le fémur, par exemple, se distinguent au voisinage du 36 ème jour. C'est très probablement la conséquence du fait que, pendant cette période, des "facteurs" d'organisation entrent en action. Avant, c'est-à-dire au cours de l'embryogénèse, le développement des segments des membres ne conduirait pas à des intercorrélations élevées ; or de telles corrélations sont - dans une certaine mesure - indispensables. Une disposition anarchique, dans la longueur des segments des membres, est impensable. Cependant il y a lieu de bien distinguer les deux aspects différents du problème : d'une part les relations entre les segments d'un même membre, inférieur ou supérieur, et d'autre part les relations entre les segments du membre inférieur et du membré supérieur. En ce qui concerne ce dernier problème, plusieurs opinions ont été exprimées, concernant la nature des corrélations élevées entre les membres. Signalons, entre autres, l'origine d'une lointaine appartenance aux tétrapodes (1).

(1) E. SCHREIDER (1964). - "La biologie Humaine". p. 55.

Mais la posture quadrupède ne conditionne pas toujours les longueurs des membres antérieurs et postérieurs. D'autre part ce point de vue n'explique pas les corrélations élevées qui existent entre les longueurs de la main et les longueurs du pied, des segments des membres ou de la stature (1).

Quoiqu'il en soit, il doit exister, entre les segments des membres inférieurs ou supérieurs, des relations linéaires simples, ne serait-ce que pour assurer une bonne symétrie ce qui entraîne des corrélations élevées. Notons toutefois que la réciproque n'est pas vraie : des corrélations fortes ne donnent pas forcément des dimensions symétriques. En fait, les relations simples entre segments, pour chaque étage, doivent être comprises entre des limites étroites, de telle sorte qu'à une valeur donnée d'un rayon corresponde une valeur moyenne d'un autre segment, avec une marge de sécurité très réduite. Dans une relation graphique à deux variables (c'est-à-dire: le nuage de corrélation) cette propriété correspond à un "écart-type, lié" faible, ce qui donne une image de la scédasticité, correspondant ici à un aplatissement du nuage, entraînant une corrélation statistique élevée (2).

Nous introduisons là une explication du passage des corrélations (ou relations) individuelles, aux corrélations statistiques observées sur une population ou même sur un ensemble de populations. C'est qu'il existe chez un sujet une liaison fonctionnelle, non pas au sens restric-

(1) Un grand nombre de coefficients de corrélation (de Bravais-Pearson) entre les longueurs de la main, du pied, des segments des membres et de la stature, figurent dans la littérature scientifique et il n'est pas question de les citer tous. En voici quelques uns. Chez les femmes : S. de FELICE (1958) - Thèse, où r (stature-long. de la main) = 0,609 ; p. 258, 259 et 266.

Chez les hommes : S. BOUISSET, H. MONOD et H. PINEAU (1961) - "Mesures d'encombrement concernant des jeunes adultes français", p. 347 et 348. Indiquons également la corrélation très élevée r = 0,741, entre les longueurs du médius gauche du pied gauche, signalée par A. NICEFORO (1925) (op. cit. p. 497 à 500), obtenue avec les 3939 mesures relevées par BERTILLON (1889).

Les dimensions du pied pourraient être très petites ou très grandes, et fournir des corrélations très élevées avec la stature (ou bien d'autres caractères). La corrélation n'est pas influencée par l'ordre de grandeur des dimensions, mais par les interrelations entre ces dimensions. On ne voit pas très bien l'origine de telles interrelations si ce n'est la nature de la croissance anisotrope des os longs (métacarpiens et métatarsiens). D'ailleurs, la corrélation de la longueur du pied ou de la main avec la stature est dué principalement à la présence du membre inférieur. La hauteur du tronc, ou du buste, fournissent des corrélations faibles avec les autres caractères (qui ne les recouvrent pas). On pourra consulter la très importante étude corrélationnelle de E. SCHREIDER (1963) "Les liaisons anthropométriques dans l'espèce humaine". dans l'Anthropologie, p. 61 à 63 et 65 à 68.

(2) R. RISSER et C. E. TRAYNARD. - (1933). "Les principes de la statistique mathématique" p. 123.

tif utilisé en mathématiques, mais au sens large, employé en anatomie. Nous reviendrons sur ce fait ultérieurement, mais nous allons essayer de définir les relations fonctionnelles individuelles.

Quelle est la nature du "facteur" d'organisation qui entraîne des liaisons "fonctionnelles" chez l'individu ? Il serait évidemment très simple de faire intervenir à cette occasion la présence d'un gène et de mettre sur son compte le mécanisme de son action,pour expliquer la présence de corrélations élevées que l'on constate, à tous les stades de la croissance, entre les segments des membres. Mais on peut citer des exemples où la présence d'un facteur ne conditionne nullement l'existence de corrélations élevées, bien au contraire. Ainsi, les largeurs et hauteurs du nez, qui servent de critères de différenciation raciale, donnent des corrélations nulles ou trop faibles pour être exploitables.

On pourrait penser que ce "facteur" d'organisation est d'origine "externe" aux membres, chimique, par exemple. Les reconstructions embryologiques ont très peu cherché à mettre en évidence la présence ou l'absence d'une innervation auxiliaire précoce (comme on le constate sur d'autres organes), qui relierait les ébauches entre elles et permettrait une hypothèse d'une organisation directe, tangible.

Nous pensons, plus simplement, que le facteur d'organisation doit s'identifier ici avec le facteur de croissance. La croissance des os longs s'effectue dans un espace très fortement anisotrope, c'est-à-dire suivant une direction privilégiée : la direction principale de l'os qui correspond à son grand axe.

Cette propagation de la croissance entraîne une très forte relation (en fonction du temps) entre la longueur principale et l'âge ; et les différents segments des membres se comportent alors comme des variables semi-aléatoires, entraînant nécessairement des corrélations. Mais il est nécessaire que la relation initiale, avec le temps, soit effectivement très forte, pour qu'elle subsiste, lorsqu'on élimine celui-ci. Autrement dit, pour qu'une liaison individuelle soit véritablement "fonctionnelle" (au sens anatomique) il faut qu'en éliminant l'influence de l'âge (ou d'une variable équivalente : la taille) les corrélations partielles subsistent. Or, c'est ce qui se produit avec les segments des membres.

C'est probablement la raison pour laquelle tous les os longs, c'est-à-dire à croissance dirigée ou anisotrope, présentent entre eux des corrélations statistiques très fortes. Et c'est l'explication du fait que l'on observe un "gradient" des corrélations qui deviennent de plus en plus faibles, non pas parce que l'on s'élève graduellement en passant du membre inférieur, pour le tronc, à l'extrémité céphalique, où le développement des os s'effectue comme dans un espace isotrope, mais

parce que l'on se rapproche de l'axe.

Nous appelons espace isotrope une région du corps où la croissance s'effectue dans toutes les directions, avec une même vitesse. Nous avons mis en évidence l'existence de telles régions. Nous avons reconstitué la morphologie des osselets du carpe, en adoptant cette hypothèse, qui se traduit ici par une vitesse de propagation uniforme des phénomènes qui entraînent la chondrification. Naturellement, il est nécessaire de faire intervenir un autre facteur : le temps, mais nous examinerons, plus loin, son action et son influence.

Aux développements dirigés des os longs des membres, où la croissance impose une empreinte exclusive, entraînant par ailleurs des intercorrélations élevées, on peut opposer les os qui se développent dans des zones isotropes, entraînant des corrélations particulièrement faibles, qui n'existent, quand on constate leur présence, que par l'intermédiaire d'un facteur "parasite" : la grandeur des sujets.

Sous une autre forme, cette idée a été exprimée par J. Piveteau ; nous la traduisons ici dans notre langage : les régions du corps où la croissance n'est pas anisotrope, en particulier le crâne (1), peuvent se transformer d'une façon tout à fait indépendante des régions où existe une direction de croissance privilégiée : les os longs des membres. (C f : voir p. 70 ci-dessus et renvoi 1)

En fait, les relations qui "concourent à une même action par une action réciproque" relèvent de la nature de la croissance relative aux différentes parties du corps, que l'on envisage. De là, il n'est pas autrement étonnant de constater que l'on puisse prévoir une corrélation statistique élevée, chez une population, lorsqu'on met en relation des caractères dont on connait la grande dépendance "fonctionnelle" individuelle. Mais il y a lieu de s'assurer dans quelle mesure la grandeur somatique des sujets intervient, aussi est-il bon de calculer les corrélations partielles, soit à stature constante, soit à poids constant.

Par contre, si l'on établit la relation entre les moyennes de la longueur du membre inférieur et supérieur - par exemple - chez des populations variées, très dissemblables de préférence pour entraîner une différence appréciable entre les valeurs moyennes, les points (moyens) doivent se grouper au voisinage d'une même droite : l'axe de la corrélation des valeurs individuelles (il peut exister toutefois des différences sexuelles). Mais la valeur élevée du coefficient de corrélation,

(1) En particulier, la croissance du pariétal qui se développe régulièrement à partir d'un épicentre, offre un bel exemple de croissance isotrope d'un os plat.

traduisant là une suppression toute artificielle de la variation véritable, c'est-à-dire individuelle, ne permet pas de porter un jugement objectif sur la valeur de la liaison. Tout ce que l'on est en droit d'affirmer, c'est que la régression est linéaire.

Réciproquement, la présence de corrélations statistiques élevées, chez une population, ou un ensemble de population, n'impliquent nullement la présence d'une dépendance fonctionnelle (anatomique) individuelle véritable. On pourrait citer par exemple le cas des périmètres : les intercorrélations, très fortes, même au dernier stade de la croissance, c'est-à-dire chez les adultes, s'évanouissent lorsqu'on élimine l'influence du poids. La présence d'un seul facteur : le poids, est mise en évidence par une analyse factorielle. C'est la variation pondérale qui crée les corrélations, entre les sujets.

Ajoutons, d'autre part, que si des corrélations fortes ne peuvent exister qu'entre organes qui se sont développés au cours de l'organogénèse, d'autres organes ayant apparu pendant cette période peuvent très bien ne pas donner de corrélations élevées lorsque leur présence n'est pas indispensable. Les organes dont les ébauches se sont formées pendant l'embryogénèse ne donnent pas de corrélations élevées.

La présence d'un facteur de croissance doit jouer un rôle déterminant dans les phénomènes de l'évolution. Son existence élimine la possibilité d'une action éventuelle des influences extérieures, même pendant un intervalle de temps considérable. De la sorte, on peut appeler "os ayant évolué" des os dont la croissance est anisotrope.

Au contraire, dans les régions du corps où la croissance se développe et se propage dans un milieu isotrope, où les propriétés sont les mêmes dans toutes les directions, où il n'existe aucune direction privilégiée, c'est-à-dire aucune contrainte, les influences extérieures peuvent avoir une action. Elles agissent dans un milieu perméable où la croissance dirigée n'imprime pas son empreinte exclusive. Les osselets du carpe peuvent évoluer.

Quant au tarse, certains osselets : l'astragale et le calcanéum - ont probablement évolué, car ils présentent, mais avec une tendance très légère, une croissance "dirigée".

Problème de l'origine, dans la croissance.

Ainsi, la nature de la croissance est au moins aussi importante que la loi. Souvent, les lois de croissance sont placées sous la dépendance du développement embryonnaire. L'étude de la croissance des os longs des membres pose tout un problème : la détermination de l'origine vé-

ritable du développement. La difficulté réside dans la présence d'origines différentes ; les os longs se développent en une période où la taille vertex-coccyx existe déjà : les origines ne sont pas les mêmes pour ces deux caractères. Or les types de lois adoptés englobent tous ces développements à partir d'une origine unique : celle de la fécondation, car l'établissement de ces lois est plus facile ; la préformation possède sur l'épigénèse l'avantage de la simplicité.

Prenons l'exemple précis du développement de l'humérus. Soit x la longueur de l'humérus et y la valeur correspondante, pour le même âge, de la taille vertex-coccyx. On sait qu'aux environs du 36^{e} jour, comptés en âge de fécondation, la taille possède une valeur moyenne de 8mm. alors que la longueur de l'humérus est nulle, puisque cette époque représente, pour cet os, l'origine de son développement. Il est donc impossible d'adopter la relation allométrique : $y = A x^{\alpha}$, car pour $x = 0$, y doit être nul, d'après la formule, alors qu'en réalité $y = 8mm$. Effectivement, si l'on met en relation le logarithme de la longueur de l'humérus, avec le logarithme de la taille vertex-coccyx, on devrait obtenir un bon alignement des points ainsi transformés. Or, les points ne sont pas parfaitement alignés ; dans ce cas, la transformation doublement logarithmique joue, en quelque sorte, le rôle de preuve négative.

Si l'on envisage une relation voisine de l'allométrie, mais en ajoutant un terme correctif, il est possible d'obtenir une exellente traduction analytique. Il suffit d'adopter la relation para-allométrique, de la forme $y = A x^{\alpha} + B$, qui est l'homologue de la formule de Robb. Dans la relation entre la longueur de l'humérus (x) et la taille vertex-coccyx (y) le coefficient correcteur B sera précisément égal à 8mm. de sorte que (taille V - C) = A (long, hum.)$^{\alpha}$ + 8. Lorsque l'humérus commence à se développer, au 36^{e} jour, et qu'il possède une longueur nulle, la taille V - C est bien égale à 8mm. D'autre part, on peut tester la valeur mathématique de cette formule de la façon suivante : on met cette équation sous la forme (taille V - C. - 8) = A (long. hum.)$^{\alpha}$ et on prend le logarithme des deux membres : *log.* (taille V- C. - 8) = α *log.* (long. hum.) + *log. A*. Si cette relation est bien valable, les points obtenus par cette transformation doivent être alignés. Or, c'est ce que nous avons observé. Il suffit d'écrire l'équation de la droite dans ce système en coordonnées doublement logarithmique, mais différent de l'allométrie, pour obtenir une très bonne relation entre la longueur de l'humérus et la valeur correspondant de la taille V - C. Cependant, nous ne pouvons attribuer un sens biologique précis à cette relation formelle où la taille est systématiquement tronquée de 8mm. Il doit exister d'autres (ou une autre) équations faisant intervenir les mesures entières de ces caractères morphologiques, sans passer par l'intermédiaire d'un artefact mathématique, qui reste malgré tout une traduction analytique simple et valable.

Ainsi, tel un bourgeon se détachant du tronc d'un arbre, bien après le développement de la graine originelle, le temps ou l'origine du temps, n'est pas le même pour les différents organes ou caractères morphologiques que possède l'embryon. Il n'est pas possible d'exprimer sous une forme allométrique ordinaire les relations entre la longueur des os longs des membres de la taille V. - C., car il existe un décalage de 36 jours, correspondant à une longueur de 8mm., pour la taille.

Mais ce décalage perd de plus en plus de son importance au fur et à mesure que l'âge du sujet augmente. Si bien que, même pendant la période fœtale, une avance de 8mm. pour la taille assis ne représente pratiquement plus rien (ou si peu), devant des dimensions de l'ordre de 100 à 500mm. Dans ces conditions, une relation allométrique, pendant la croissance fœtale, est une bonne traduction analytique entre la longueur de la taille assis et la longueur des os longs des membres Mais quel sens biologique faut-il attribuer à une relation qui est infirmée à une époque antérieure ? Ce problème parait d'autant plus délicat que, si l'on considère les relations entre les os longs des membres (entre eux) ces organes se développent à partir d'une origine sensiblement commune : le début de l'organogénèse. Il est donc légitime d'envisager, entre eux, une relation allométrique de la forme : $y = Ax^{\alpha}$; car lorsqu'une variable est nulle, l'autre est également nulle. Ici, ce fait expérimental ne constitue pas un obstacle à l'emploi de la formule d'allométrie, bien au contraire ; ce que ne veut pas dire que cette relation possède un sens biologique. Elle paraît cependant plausible entre longueurs d'os présentant un même type de développement, consécutif à une croissance "anisotrope". Mais elle ne reste valable que pour des dimensions principales (grands axes) seulement.

Les diamètres des os, ou leurs périmètres, ne donnent pas des relations allométriques avec la stature, par exemple. On s'aperçoit de cette particularité si l'on construit le nuage des points représentatifs de la relation entre le logarithme du diamètre de l'humérus et le logarithme de la taille, aussi bien pour la période embryonnaire, lorsque ces caractères existent, pour que la croissance fœtale. Le nuage est très incurvé. Au contraire, entre le logarithme du diamètre de l'humérus et la valeur de la taille, c'est-à-dire en utilisant la transformation semi-logarithmique, le nuage des points est parfaitement rectiligne. De même, c'est en coordonnée semi-logarithmique qu'il existe le meilleur alignement des points entre le logarithme du périmètre de l'humérus et sa longueur physiologique, au cours du développement fœtal (1).

Aspects qualitatifs et quantitatifs : les horizons de Streeter

A côté du développement échelonné de certaines ébauches, créant une situation complexe, par suite du déplacement de l'origine dans le temps, il existe un autre phénomène relatif aux différences de maturation enregistrées soit chez un même embryon, soit chez deux embryons de mêmes dimensions.

Le problème de la maturation a été parfaitement bien envisa-

(1) G. OLIVIER et H. PINEAU (1959) "Embryologie de l'humérus" p. A - 134 et A - 155.

gé par Streeter (1) avec ses horizons qui constituent une classification qualitative des embryons.

Malheureusement, Streeter a postulé, à tort, que les embryons de Macacus rhesus devaient avoir, à taille V. - C. égale, même âge que les embryons humains. Ceci devait conduire évidemment à étalonner les embryons humains d'après la courbe de croissance du Macacus rhesus, qui n'est pas du tout celle de l'homme. C'est là que réside l'intérêt des études quantitatives. Rappelons ici la position du point d'inflexion sur la courbe de croissance : elle se situe au 40^{e} jour chez le macaque et au 96^{e} jour chez l'homme. La position de ce point marque la séparation entre le stade embryonnaire et fœtal. En utilisant les données relatives à la taille V. - C., et à l'âge, il aurait été extrêmement intéressant d'entreprendre avec le macaque, ou d'autres Primates, une étude mathématique de la dispersion, similaire à celle effectuée chez l'homme, pour se rendre compte si la croissance, chez les Primates, peut se décomposer en trois périodes fondamentales et, dans l'affirmative, déterminer leurs dates. Mais, il n'existe pas encore pour les Primates, de données équivalentes à celles de Patten pour l'embryon humain. Il est nécessaire en effet, d'obtenir une courbe et une seule, lorsqu'on réunit par une courbe continue les points expérimentaux. D'où la nécessité de connaître ces points non seulement avec précision, mais encore à des âges suffisamment rapprochés. Notons, en passant, qu'au cours d'autres périodes de la croissance, postnatale par exemple, une aussi grande précision n'est pas nécessaire. Mais, par contre, d'autres précautions deviennent indispensables.

L'examen quantitatif des horizons de Streeter peut cependant porter sur les mesures de la taille, relevées aux différents horizons. On constate une dispersion constante pour les horizons XI à XIV, avec une rupture brusque avec l'horizon XV (1). Cependant, il nous parait difficile de classer le degré de maturation d'un embryon d'après sa taille V. - C., car de nombreux horizons se recouvrent, si bien que des embryons de même tailles peuvent avoir des degrés de maturation différents (voir p. 96 ci-dessus).

D'autre part, chez un même embryon, les diverses parties du corps peuvent présenter pendant cette période très particulière de la vie, un décalage relativement important dans le degré de maturation. Cet état de fait, qui peut sembler paradoxal, est confirmé par de nombreux travaux

(1) G. L. STREETER. - (1951) Developmental Horizons in Human Embryos Age growts XI et XXIII. - (publication "collective" de cinq cahiers différents).

(2) A partir des horizons de Streeter (op. cit.) il est possible de donner les amplitudes de variation de la taille V. - C. et les variations des variations, ce qui constitue en quelque sorte une étude différentielle des dispersions. Les résultats sont donnés au tableau XI, p. 258. On pourra constater deux ruptures aux horizons XV et XXI. L'horizon XXII nous parait un peu "étroit", aussi avons-nous effectué les différences globales entre les horizons XXI et XXIII..

et des décalages sont observés entre le développement du crâne et celui des membres. Entre les membres, il existe une différence, mais qui n'est pas toujours celle attendue. Nous donnons (p.271, fig. 69) un embryon présentant des membres inf. plus évolués que les membres sup. : c'est le contraire que l'on aurait dû, en principe, observer. Il parait donc difficile de pouvoir toujours classer un embryon dans un même horizon.

TABLEAU XI

Amplitude des horizons de Streeter.

Horizons	(A). Amplitude (mm)	ΔA	Variations de ΔA
XI	2 - 5	3	
XII	2,5 - 5,8	3,3	+ 0,3
XIII	3.0 - 6,0	3	- 0,3
XIV	5,0 - 8,2	3,2	+ 0,2
XV	6,0 - 11,0	5,0	+ 1,8
XVI	7,0 - 12,2	5,2	+ 0,2
XVII	8,6 - 14,5	5,9	+ 0,7
XVIII	11,7 - 18,0	6,3	+ 0,4
XIX	15,5 - 21,5	6,0	- 0,3
XX	18,5 - 25,0	6,5	+ 0,5
XXI	19 - 26,4	7,4	+ 0,9
XXII	23 - 27,5	4,5	+ 1,8
XXIII	23 - 32,2	9,2	

Croissance postnatale - Aspects différentiels

La croissance prénatale occupe une place très particulière dans la croissance totale. Il existe une très grande disparité entre les dimensions que possède le nouveau-né, par rapport au temps qui lui reste encore à parcourir, pour atteindre sa taille achevée. A la naissance, les 51 cm. de stature moyenne représentent environ 30% de la taille totale (moyenne). Elle a été atteinte en 4,5 % du temps de croissance globale, si l'on admet, par exemple, qu'à 18 ans, la taille est de 170 cm. On retrouve là le résultat d'une croissance extrêmement rapide. Aussi, les individus n'ont pas le temps de se différencier en "types" distincts, au cours de la croissan-

ce prénatale. Ils en auront tout le loisir, après leur naissance.

C'est la raison pour laquelle il n'est pas possible de comparer et d'étudier de la même façon la croissance prénatale et postnatale. La croissance prénatale peut être parfaitement analysée à partir d'études horizontales. Et c'est avec les points moyens, donnés par Mall, Streeter, puis revus par Patten, que nous avons pu tracer la courbe de croissance moyenne de la taille assis prénatale. Les sujets ne sont pas encore assez différenciés pour qu'il soit utile ou possible, de les sérier en "types", et il n'est même pas coutume de séparer les sexes. Si une étude longitudinale était faisable, elle n'ajouterait probablement rien de plus aux résultats des études horizontales. Autrement dit, par un point, situé dans le voisinage de la courbe de croissance moyenne il passe une seule courbe de croissance. Les différences que l'on obtient cependant à la naissance, entre races, sexes, ou en relation avec la dimension de la famille, plus généralement le milieu, sont très probablement soumises à l'influence des variations de l'âge de la naissance, qui n'est pas nécessairement une constante, déterminée à partir de la fécondation.

Après la naissance, la courbe de croissance peut être décomposée en deux grandes parties, séparées par la position, sur la courbe, du 2e point d'inflexion qui se distingue des deux autres à cause de la disposition inversée de l'**S**.

En effet, nous avons précédemment défini le premier point comme séparant l'embryon du fœtus. Le troisième point d'inflexion, qui se trouve sur la 2e courbe en **S** possède une disposition identique au premier. Le deuxième point d'inflexion, n'est qu'un raccord entre deux courbes en **S**. La courbe de croissance est située d'abord à droite (ou en dessous) de la tangente en ce point, puis au dessus, ce qui montre bien une disposition inversée par rapport aux deux autres (1).

Entre la naissance et ce deuxième point d'inflexion, la vitesse de croissance décroit constamment, si bien que la croissance postnatale diminue de plus en plus, jusqu'à ce qu'elle atteigne ce point.

Cependant, la différenciation en types morphologiques distincts s'amorce et va s'amplifier sans cesse, car il s'écoule un temps relativement grand : 8 à 12 ans, avant d'atteindre la date de ce deuxième point d'inflexion.

(1) La position de ces trois points d'inflexions est indiquée à la figure 34, page 141 ci-dessus.

Dans une étude mathématique sur la croissance, il parait indispensable de séparer les courbes de croissance des enfants en types distincts, de la même façon que l'on sépare les sexes et les races. Mais on pourait objecter, à juste titre, que la typographie est très vague, et qu'on dénombre trop de classifications pour qu'il en existe une bonne. En fait, le problème n'est pas là. La question qui se pose véritablement est la suivante : par un point du plan, combien passe t-il de courbes de croissance distinctes ? La réponse ne peut évidemment être formulée qu'après une étude approfondie, qui reste à faire. Pour cela, il est nécessaire de tracer les courbes individuelles de croissance, de les comparer entre elles, puis de les sérier en "courbes parallèles", c'est-à-dire en courbes qui ne se coupent pas, un peu à la façon des études entreprises par Boas (1) pour une autre période. C'est à partir de telles séries, obtenues empiriquement, que l'application de notre procédé mathématique à la recherche de l'équation des courbes en fonction de leur dispersion prend un sens biologique précis.

Pour la stature, peut-on obtenir des groupements distincts ? En première approximation, il est possible que les courbes de croissance, entre la naissance et la position du 2^e point d'inflexion, présentent effectivement une disposition en "éventail" (entre courbes qui ne se coupent pas trop). Il est difficile de se prononcer formellement. Mais le problème important est l'étude du déplacement de ce 2^e point d'inflexion, qui va conditionner la date de la puberté. En définitive, une sériation devient nécessaire.

Par contre, pour les composantes de la stature, comme pour d'autres caractères, il est certain que des dissociations vont se produire. Les enfants peuvent déjà donner les courbes de croissance distinctes, correspondant par exemple, pour la taille assis, à des troncs courts ou longs, encore que ce n'est pas nécessairement la dimension, en elle même, pour un âge déterminé, qui conditionne l'appartenance à tel groupe, mais l'allure générale de la courbe de croissance, prise dans son ensemble. C'est la confrontation des courbes qui permet une dissociation partielle, en "rubans" distincts, même si ces rubans ont des valeurs communes. Il suffit de jetter un coup d'œil sur la figure 31 (p. 134) pour comprendre ce que nous voulons dire : une même mesure peut appartenir à des sériations différentes.

Ce n'est pas une recherche de types que nous voulons effectuer, mais une sériation en "courbes parallèles" telles que les points moyens donnent, au cours de la période envisagée, une courbure qui ne contredise pas les notions théoriques précédemment exposées. Cette remarque est très importante, en ce qui concerne la croissance, mais elle ne conduit pas nécessairement à une typologie quantitative utilisable. En effet, les différents caractères appartenant à un même sujet, dont on utilise la crois-

(1) Voir pages 129 à 135 ci-dessus.

sance n'entrent pas nécessairement dans une même classification. Ainsi, deux enfants peuvent avoir un tronc relativement court et des dimensions transverses différentes. En excluant les caractères "complémentaires" tels que buste et membre inférieur, un petit nombre de mesures morphologiques entraine la possibilité d'un très grand nombre de combinaisons réellement observables, les corrélations abaissant peu le nombre des "in dépendances".

Entre la naissance et le deuxième point d'inflexion, la courbure des courbes doit se tourner vers l'axe des temps : la vitesse de croissance est alors constamment décroissante. Si les sujets ne sont pas suffisamment sériés pour des caractères tels que la taille assis, la courbe de croissance peut montrer des courbures dans les deux sens. C'est la disposition que l'on obtient à la fig. 28, p. 128 construite à partir des très importantes données de von J. Heimendinger. Les résultats statistiques sont exacts, mais faute de sériations possible, la courbe moyenne, tant pour les garçons que pour les filles indiquerait une accélération de croissance positive, (à certaines dates) dont il serait difficile d'expliquer la nature, les causes et l'origine.

Certes, la courbe de croissance individuelle ne donne pas nécessairement l'apparence d'une allure continue bien au contraire. Il existe de très nombreux petits phénomènes parasites qui interviennent tout au long de la croissance, et perturbent la belle régularité théorique de la courbe idéale. Mais, ainsi qu'une feuille d'arbre se détache de la branche, l'allure saccadé et aléatoire de sa trajectoire, ne l'empêche pas d'être, en dernière analyse, soumise à l'action invisible d'une accélération constante : la pesanteur. Au sens figuré, il doit en être de même pour la croissance.

C'est la réunion de plusieurs courbes individuelles, "parallèles" ou semblables, qui viendra éliminer les facteurs parasites individuels, à moins que l'on se livre à un "lissage" des courbes individuelles. Et c'est à partir de courbes de croissance moyennes soigneusement étudiées, par sériations successives, que l'on pourra commencer à établir les équations mathématiques de celles-ci.

La puberté morphologique. Son rôle régulateur.

La deuxième courbe en *S*, qui achève la première, correspond à la puberté morphologique. Il serait vain de vouloir décrire en quelques lignes le sens de cette courbe, dont la caractéristique essentielle parait-être son rôle régulateur.

A mesure que l'on s'éloigne de l'origine, la différenciation entre les individus s'accroit et continue longtemps après la fin de la croissance, par suite des déformations qui se produisent au cours du vieillissement et qui modifient continuellement l'aspect morphologique. Si bien que, pendant leur vie, un homme ou une femme ne saurait appartenir à une seule classification : ils sont multiformes.

La position du raccord entre les deux courbes en *S* est extrèmement variable. Or, c'est la position de ce point qui détermine l'heure pubère. Chez les filles, il y a peu d'augmentation, en stature, entre le 2^{e} et le 3^{e} point d'inflexion : la puberté est trop précoce. C'est ce double phénomène qui intervient pour conférer aux femmes une stature achevée plus petite que celle des hommes.

En effet, à valeur égale du premier cycle, plus la puberté est tardive, plus la croissance achevée sera grande. Si l'on observe, en particulier, la fig. 31 (p. 134) montrant les superpositions d'un double système de courbe en *S* du 2^{e} cycle, on voit que les enfants dont la puberté a été la plus tardive rattrapent finalement les premiers, bien qu'au même âge, vers 14-15 ans, leur stature soit nettement inférieure.

C'est là où l'aspect qualitatif peut jouer un rôle prépondérant dans une étude sur la croissance. Sur les courbes de croissance, on devrait porter les caractères sexuels dits secondaires, dont l'apparition doit s'effectuer entre des limites très étroites compte-tenu de la forme de la courbe de croissance (du 2^{e} cycle). Si bien que, lorsqu'on mélange indistinctement les enfants, dans une étude sur la croissance, ces dates d'apparition deviennent nécessairement très larges. C'est une raison supplémentaire, en faveur de la sériation des courbes de croissance, en prenant comme critère, rappelons-le, celui de Boas, c'est-à-dire l'âge du maximum de la vitesse de croissance, qui est celui du 3^{e} point d'inflexion de la courbe. Cette sériation diminue considérablement la variabilité.

Dès que l'on a déterminé sur la courbe de croissance et avant qu'elle ne soit achevée, la position du 3^{e} point d'inflexion, il est aisé de prévoir la stature finale que possèdera l'adolescent. Il suffit d'ajouter une constante puisque les courbes sont parallèles, ici au sens strict du mot et non plus "en éventail". Mais la constante est un paramètre car sa valeur est une fonction de l'âge du point d'inflexion. Aussi, il y a lieu d'ajouter 18 cm lorsque le point d'inflexion se situe à 13-14 ans, et seulement 13 cm lorsque ce même point se trouve à 16-17 ans. Ceci à titre indicatif, et il y aurait intérêt à étudier leurs valeurs actuelles.

Le rôle régulateur du 2^{e} cycle consiste à maîtriser l'accélération de croissance que l'on constate actuellement chez les enfants. Le deuxiè-

me cycle apparaissant plus tôt, la stature finale est maintenue sensiblement constante. Au contraire, lorsque "l'accélération" de croissance est retardée si l'on peut dire, le deuxième cycle survient plus tard.

Sur l'augmentation éventuelle de la stature, nous sommes arrivés à des conclusions analogues à celles que propose von J. Heimendinger, après une très importante étude statistique éffectuée sur 5.000 enfants de Bâle (1) où il écrit :

"Dans le dernier chapitre nous comparons nos chiffres et aussi les différents auteurs modernes et anciens (question de l'augmentation séculaire). En ce qui concerne l'augmentation séculaire, nous arrivons aux conclusions suivantes : il s'agit plutôt d'une accélération de la croissance que d'une augmentation de la taille définitive. Ainsi, au même âge, les enfants d'aujourd'hui ont une taille plus grande que les enfants d'autrefois. Cette différence augmente considérablement à l'âge prépubertaire, parceque la puberté est également avancée et en conséquence, l'accélération de la croissance prépubertaire. Finalement la taille adulte est plus vite atteinte. Cette augmentation séculaire touche avant tout les classes pauvres et à un moindre degré les classes aisées, et continue de nos jours. Les nouveaux-nés n'ont guère augmenté (barrière utérine) et du côté opposé la taille adulte n'est pas beaucoup plus grande (3 à 6 cm) (barrière génétique) mais simplement plus vite atteinte".

Au dossier des fluctuations de la stature, on devrait verser l'origine assez peu connue du terme régression. Elle est fort bien expliquée par L. Lison dans son livre de statistique biologique où il écrit : "Le terme (régression) s'est implanté à la suite d'un curieux accident historique. Le célèbre statisticien Pearson s'était avisé de comparer les tailles des enfants aux tailles de leurs pères et avait constaté le fait intéressant que les pères très grands ont des enfants moins grands qu'eux, et les pères très petits, des enfants moins petits. En somme, les enfants des pères extrêmes tendent à retourner vers la taille moyenne, à "régresser" vers le type moyen ; et pour ces motifs Pearson parlait de la "régression de la taille des fils sur la taille des pères" (2)

(1) von J. HEIMENDINGER - (1964). Die Ergebnisse von Körpermessungen an 5000 Basler Kindern von 2-18 Jahren. p. 124, dans le résumé qui est en français.

Les mesures portent sur des enfants de Bâle, et nous avons utilisé ces données parues en 1958, pour construire les graphiques 27 et 28, p. 127 et 128 ci-dessus. Toutefois nous aurions dû préciser : garçons et filles de Bâle, ou encore Suisse, ou Suisse Allemand (au lieu de : Allemagne).

(2) L. LISON - (1958) - Statistique appliquée à la Biologie expérimentale. p. 127.

L'étude des variations séculaires de la stature peut montrer une modification dans la structure des groupes. La comparaison des variances, qui s'effectue simplement et très rapidement par application du test F de Snedecor, fait souvent apparaître des différences statistiquement significatives. Dans ce cas, et indépendamment des variations portant sur les valeurs moyennes, quelque chose s'est passé dans la nature de l'échantillonnage, à travers le temps.

Si les variations de la stature ont fait l'objet de nombreuses recherches, par contre l'évolution des caractères anthropométriques (autres que les diamètres céphaliques) est assez mal connue. Or un problème intéressant la constitution morphologique finale de l'individu est la détermination des dates d'apparition du 3^e point d'inflexion, pour l'ensemble des caractères morphologiques d'un même sujet. Autrement dit, par rapport à la stature, comment se placent les courbes de croissance des autres caractères ?

C'est probablement l'étude des positions relatives des courbes de croissance du 2^e cycle (ou encore les positions relatives du 3^e point d'inflexion) qui éclairera l'origine des grandes dissociations que l'on trouve entre des groupes d'âges homogènes (20 ans) de jeunes adultes français, lorsqu'on les classe d'après des critères sociaux-économiques professionnels. Si l'on compare entre elles les moyennes des deux groupes, au moyen du test t de Student, mais en donnant un signe à t c'est-à-dire en effectuant systématiquement les différences entre les deux groupes toujours pris dans le même ordre, le groupement des moyennes est très cohérent (1). (Les deux groupes ont été appelés "agricoles" et "employés de bureau"). La disposition des moyennes nous parait finalement plus importante, du point de vue biologique, que la valeur statistique de t, dans ce cas précis.

Lorsqu'on veut effectuer des comparaisons morphologiques entre deux populations, de façon quantitative, il est important d'étudier les valeurs moyennes de chaque caractère. Pour un caractère donné, on peut définir trois moyennes : les moyennes des deux populations et la moyenne générale. On peut convertir les écarts des deux moyennes, à la moyenne générale, en écart réduit. On peut également appliquer le test t de Student entre les moyennes des deux populations, mais en affectant t d'un signe : celui de la différence entre les moyennes. Par rapport à une "moyenne générale" ; les écarts réduits, ou les t, vont se répartir de part et d'autre.

Dans certains cas, les moyennes peuvent se situer systématiquement d'un même côté. L'une des populations est donc toujours, en moyenne, supérieure à l'autre(2).

(1) S. BOUISSET, H. PINEAU et P. VASSAL (op. cit. à paraitre).
(2) A. COBLENTZ. op. cit.Les Toubous sont systématiquement plus petits que les Goranes, en moyenne. Le calcul de t n'est pas, ici, indispensable.

Dans d'autres cas, les moyennes peuvent se dissocier, mais en groupement qui possède un sens. Dans l'exemple précédemment choisi (des "agricoles" et "employés de bureau", jeunes adultes français) le critère socio-professionnel montre une différenciation extrêmement nette entre les dimensions longitudinales et transverses. Cette différenciation diminue notablement, mais subsiste cependant lorsqu'on sépare les sujets suivant un critère géographique. Ainsi, deux groupes de sujets apparemment mélangés offrent une différenciation paradoxalement plus grande que lorsque ces sujets sont "séparés" par régions.

Dans les deux cas examinés ci-dessus, la dissociation ou le groupement relatif des moyennes possède un sens qui échappe d'ailleurs à tout calcul. Plus précisément, même une erreur de calcul peut quelquefois être décelée lorsqu'il y a soit inversion dans une disposition attendue entre moyennes, soit un trop grand ou trop faible écart (entre moyennes) par comparaison avec ce que l'on est en droit d'espérer.

Par contre, il peut arriver que les dissociations soient dépourvues de sens. Dans ces conditions, il devient indispensable d'appliquer le test *t* pour chaque caractère et de ne retenir que ceux ayant une différence statistiquement significative.

On peut chercher l'origine de la cause de ces dissociations entre caractères, que l'on observe chez des sous-groupes appartenant, malgré tout, à des populations considérées comme homogènes (jeunes adultes français).

Sans aucun doute, la croissance achevée est d'abord placée sous la dépendance du développement qui s'effectue au cours de la croissance prénatale. Cette idée chère à Godin a été reprise par Heimendinger. Nous pensons toutefois qu'il faut également y ajouter l'influence du milieu, envisagée sous toutes ses formes. L'action du milieu joue son rôle dans l'apparition de "l'heure pubère", ce qui peut influer sur la grandeur finale des caractères morphologiques, lorsque la croissance est achevée.

Tout ceci ne fait que souligner davantage, s'il en était besoin encore, les précautions élémentaires dont on doit s'entourer, dans la recherche et l'établissement des lois de croissance relatives à la période pubertaire, c'est-à-dire l'équation de la 2^{e} courbe en *S*.

Les courbes de croissance doivent être sériées en courbes parallèles (au sens strict du mot, ici) et il semble dépourvu de valeur d'étudier l'ensemble de la croissance, en englobant dans une même courbe moyenne des enfants dont la croissance en est encore au premier cycle, (fin de la première courbe en *S*) et des enfants dont la puberté est pratiquement achevée. L'examen de la fig. 31 (p.134) montre qu'une telle disposition

est non seulement possible, mais effective.

Les lois de croissance. (Remarques générales).

Comme dans un grand nombre de problèmes, il est indispensable de bien connaître un phénomène biologique avant d'en étudier les lois.

Cette remarque n'est pas nouvelle, et elle correspond aux deux grandes tendances qui se font jour, lors de l'établissement mathématique des lois.

Un premier procédé consiste à déterminer directement l'équation d'une courbe à partir des points expérimentaux. En fait, il existe deux méthodes distinctes :

La loi étant postulée, dans le cas le plus simple on choisit un segment de droite. En général, quand on possède les mesures appareillées (âge et caractères) on construit le nuage de corrélation entre les variables. Quand les amplitudes de variation sont faibles, il est toujours possible d'adopter comme courbe référence, un segment de droite.

Cependant, si une courbure apparaît dans le nuage des points, on choisit et on adopte un segment de courbe dont le choix est le plus souvent conditionné par le sens de la courbure. C'est le procédé des développements en séries (voir p. 39 ci-dessus). Il existe actuellement d'excellents livres qui permettent aux consommateurs d'ajuster le plus rapidement et le plus exactement possible un arc de fonction aux données expérimentales (1).

Dans d'autres circonstances, on effectue une transformation des axes de coordonnées au moyen d'une fonction en général assez simple. La plus couramment utilisée est la fonction logarithmique. Que les points soient bien alignés ou non, il est toujours possible d'ajuster une droite dans le nouveau système de coordonnées transformées. En revenant en coordonnées ordinaires, on en déduit la traduction analytique de la relation initialement adoptée. Quelquefois, les points transformés sont trop mal alignés pour que l'on puisse retenir la loi envisagée. Cependant, la réciproque n'est pas vraie : combien d'autres transformations totalement différentes pourtant, donneraient un alignement aussi valable des valeurs expérimentales !

(1) On pourra consulter, par exemple, le livre de M. FRECHET et R. ROMANN (1930). "Représentation des lois empiriques par des formules approchées " où sont exposées des méthodes d'ajustement à diverses fonctions (linéaires, allométriques, du 2^{e} degré, trigonométriques, etc..).

On ne peut que formuler les plus expresses réserves quant à la valeur biologique d'un pareil ajustement. Le fait que la loi soit postulée entraîne une pétition de principes, et ne permet pas, en particulier, d'effectuer des comparaisons, valables entre les populations ; en postulant d'autres lois, les classifications ou les différences que l'on pourrait observer ne conduiraient pas nécessairement aux mêmes résultats.

Cependant, il est utile et parfois nécessaire d'obtenir dans certains cas une traduction analytique d'un phénomène expérimental et ces méthodes semblent tout particulièrement indiquées pour mener à bien cette entreprise.

Beaucoup plus intéressante est la deuxième méthode. C'est un procédé indirect, qui consiste à formuler des hypothèses simples et plausibles sur le mécanisme ou le processus de la croissance. Les notions mathématiques nécessaires sont essentiellement basées sur la connaissance des équations différentielles. Par l'intermédiaire des variables (âge, caractères) et de leurs "variations", on introduit des relations qui se traduisent par des équations dans lesquelles interviennent des quantités très petites : les éléments différentiels.

Un tel procédé n'est pas exempt de critiques. Souvent, on adopte un type d'équations différentielles d'après des considérations théoriques qui paraissent valables même si la fonction de croissance qui en découle ne s'adapte pas toujours très bien aux valeurs expérimentales.

D'autres fois, enfin, les raisonnement effectués sont d'ordre analogique, et c'est souvent la raison pour laquelle on passe si facilement de la croissance des populations à la croissance des organismes.

Notre procédé de recherche de l'équation d'une courbe de croissance est basé sur un tout autre principe. Le facteur biologique est introduit directement dans le problème de la détermination de l'équation des courbes de croissance, en faisant intervenir la valeur des dispersions.

Les dispersions (c'est-à-dire la variabilité) sont la traduction des données expérimentales, qui représentent des valeurs tangibles et sûres (par opposition aux considérations plus ou moins hypothétiques, qui ont conduit cependant à des résultats remarquables dans le domaine de la démographie).

Autour d'une courbe moyenne, qu'il s'agit de définir et de trouver, les points expérimentaux se distribuent d'une certaine façon. La position des moyennes de la courbe est finalement une résultante générale d'effets, dont les causes sont trop difficiles à analyser et à découvrir, et qu'il faut

accepter globalement. Quelles que soient leur nombre ou leur valeur intrinsèque, ces causes amèneront le point particulier, individuel, à l'endroit où il se trouve sur le graphique. La dispersion des points correspond à la différenciation inter individuelle car les influences qui agissent sur les sujets ne sont pas les mêmes.

On fait intervenir la variabilité en cherchant une relation entre la mesure et sa dispersion, qui n'est plus une "erreur" mais une réalité, En procédant de cette façon pour chaque variable, et indépendamment les unes des autres, on établit entre ces variables des relations de dépendance. En fait, la dépendance existe bien avant qu'on la trouve et elle se traduit par une réduction (ou une augmentation) des dispersions, autour de la courbe moyenne idéale.

Dans l'application de cette méthode, et lorsqu'on aura reconnu préliminairement la validité de la courbe moyenne, il est possible d'adopter une loi de dispersion, simple, pour l'une des variables, de façon à en déduire la loi des dispersions, relative à l'autre variable. Mais ce procédé n'est pas exclusif. La dispersion fait intervenir le facteur biologique et élimine, par ce biais, son influence. C'est la raison pour laquelle on peut rechercher une traduction analytique, entre la dispersion et la mesure, car c'est là une opération de second ordre, comparable à la façon dont on utilise les corrélations partielles. Et si le facteur biologique n'intervient plus directement, sa présence reste partout prépondérante, par l'intermédiaire de la dispersion.

L'emploi de cette méthode conduit finalement à une équation différentielle qu'il n'est pas nécessaire d'intégrer, et qui met sur la voie de la transformation à effectuer pour obtenir, en dernière analyse, l'équation d'une courbe reliant les deux variables envisagées. Mais cette relation ne doit pas être envisagée d'un point de vue exclusivement fonctionnel. L'intérêt du procédé réside dans le fait que la différenciation de l'équation définitive fournit immédiatement la valeur des dispersions relatives aux deux caractères, en accord avec la réalité des faits et c'est là une technique très sensible (on retrouve l'équation différentielle initiale).

Cette méthode est particulièrement commode lorsqu'il s'agit d'étudier les dispersions expérimentales peu accessibles comme dans le cas de la croissance prénatale. Ainsi la dispersion utile sera prise aux limites, c'est-à-dire à la naissance, où l'on dispose d'un grand nombre de données expérimentales qui viendront justifier les amplitudes. En adoptant ces valeurs, il est possible de déterminer les courbes de sécurités, en revenant en arrière.

L'introduction de la dispersion, dans les études biologiques en général, et la croissance en particulier, est une notion capitale. La compa-

raison entre la dispersion et la mesure conduit au concept de variabilité. Lorsque les mesures s'ajoutent, les dispersions ne peuvent que se réduire, si bien que la variabilité de la somme de plusieurs segments, diminue à mesure que la segmentation augmente.

Ce dernier phénomène permet d'interpréter très simplement un grand nombre de faits. Ainsi dans le cas de l'allométrie, l'exposant allométrique d'une somme est compris entre les exposants des constituants de cette somme ou, à la rigueur, inférieur, car la dispersion de la somme est toujours ici, inférieure à la somme des dispersions. ($r > 0$).

Ainsi, et à titre d'exemple, si l'on reprend le problème des coefficients de céphalisation de Dubois-Lapicque, il est possible de donner une interprétation de ces coefficients. Lorsqu'on met en relation le poids de l'encéphale et le poids du corps, on sait que les exposants de relation sont très différents si l'on groupe des individus de même espèce ($\alpha = 0,25$) ou des animaux homologues ($\alpha = 0,56$). S'il existait un processus physiologique véritable qui puisse expliquer la relation entre le poids de l'encéphale et le poids du corps, ce processus ne devrait pas varier selon le groupement envisagé.

Nous n'effectuons aucune hypothèse préalable sur l'origine des coefficients de céphalisation : envisagons la recherche de l'équation des courbes par l'intermédiaire de l'étude des dispersions. Ces courbes schématisent les nuages (entre le poids de l'encéphale et le poids du corps), soit des animaux homologues, soit des sujets de même espèce.

Les nuages des poids encéphaliques correspondant au poids du soma, pour une même espèce, ont une faible dispersion. Or, on sait qu'à l'intérieur d'une même espèce, l'exposant de relation ($\alpha = 0,25$) est faible (Lapicque). La relation entre la variation du poids de l'encéphale et du poids du corps s'écrit : $\frac{\Delta E}{E} = 0,25 \frac{\Delta P}{P}$ (par différenciation de l'équation $log\ E = 0,25\ Log\ P + A$). Donc pour une variation connue, donnée, du poids du corps, la variation de l'encéphale est $\Delta E = 0,25 \frac{\Delta P}{P} . E$.

Au contraire, si l'on envisage le nuage global, formé par la réunion des nuages précédents, et groupant des animaux homologues, la dispersion augmente considérablement. Effectivement, l'exposant plus élevé : $\alpha = 0,56$ (Dubois) conduit à une plus grande possibilité de variation du poids encéphalique, puisque ici $\Delta E = 0,56 \frac{\Delta P}{P} . E$.

Cette plus grande possibilité de variation se traduit non par une "évolution" véritable, mais par une spécialisation le long d'une "orthogénèse" où le coefficient de céphalisation (K) est constant.

L'évolution proprement dite, qui se concrétise par une augmentation du coefficient de céphalisation, se produit au voisinage de l'origine, où d'ailleurs les nuages entre mêmes espèces se recouvrent largement. C'est la zone où se groupent de très nombreuses petites formes, non encore bien spécialisées et dont la morphologie de l'encéphale est assez particulière. En effet, si l'on reprend la remarque formulée par von Bonin (1).

" ... comme Baillarger (2) l'avait noté il y a presque un siècle, les petits mammifères ont des cerveaux unis ou lissencéphalique et les grands mammifères des cerveaux plissés ou gyrencéphaliques, quel que soit l'ordre auquel ils appartiennent".

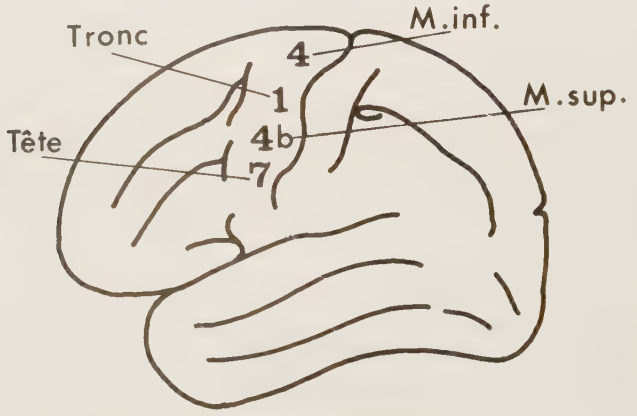


Fig.68 Aires de myélogénèse d'après Flechsig.

Quel est l'origine de cette évolution ? Il faut probablement la rechercher dans le développement progressif du stade très particulier de la vie embryonnaire : l'organogénèse. L'étude comparée de ce stade, dans les séries animales, permettrait d'élucider ce problème.

Chez l'homme, il est curieux et significatif de constater, au cours de l'organogénèse, un plan de développement comparable à la succession de la myélinisation, mais légèrement inversé pour le pied et la main, puis qui se termine enfin par "l'organisation" des aires corticales. A cet égard les aires de myélogénèse dessinées par Flechsig sont très significatives comme l'indique la figure 68.

La place de l'organogénèse au cours de l'évolution est un problème fondamental qui peut être résolu par une étude quantitative sur la crois-

(1) von BONIN G. (1955). - "Essai sur le cortex cérébral", p. 11 (traduction par Ch. EYRIES).

(2) BAILLARGER J. G. F. (1853). - "De l'étendue de la surface du cerveau et de ses rapports avec le développement de l'intelligence". p. 1 - 9.

sance en employant un procédé que nous avons mis au point en étudiant la croissance prénatale humaine.

Chez l'homme actuel, l'organogénèse englobe deux semaines de part et d'autre du 42e jour puisqu'elle débute au 36e jour et ne prend fin qu'au 49e. En principe elle devrait se situer le plus loin de l'origine et correspondre à la durée la plus longue.

Cette période est en étroite relation avec la courbe de croissance. Effectivement, si l'on se raporte aux horizons de Streeter, lequel a confondu la courbe de croissance humaine avec celle du Macaque, les horizons XVI à XIX débuteraient plus tôt : le 33e jour, mais surtout dureraient beaucoup moins longtemps : 7 jours seulement, c'est-à-dire du 33e au 39e jour.

Ainsi, la dispersion qui peut s'identifier à la variabilité, prend une place prépondérante dans la recherche et l'interprétation des courbes de croissance, prises au sens le plus large du mot. L'importance de la variabilité est un phénomène bien connu, et H. Spencer affirmait déjà que l'évolution de l'humanité est une augmentation d'hétérogénéité et, par conséquent, de variabilité.

L'étude des lois de croissance nous a permis de préciser une des phases capitale du développement dans la croissance. Un très court instant de la vie embryonnaire organise et par suite va déterminer l'existence du sujet. Une modification dans la structure de cet infiniment petit est un des facteurs de l'Evolution.

Quelles que soient la forme de la croissance et la nature du temps qui l'accompagne, depuis le temps très court du développement embryonnaire, jusqu'au temps d'espèce, la croissance apparaît comme un perpétuel raccord entre un temps qui vient à peine de s'écouler et un temps qui se situe déjà dans le futur.

Fig. 69 - E. H. 22 mm (n° 139, collection A. Delmas) Le développement des m. inf. est plus avancé que celui des m. sup (Cf. Page 96).

CONCLUSIONS

La courbe de croissance humaine, relative à un caractère global (stature par exemple), est formée par la réunion de deux courbes en **S**, d'où trois points d'inflexion. A mesure que l'on s'éloigne de l'origine, la différenciation inter-individuelle s'accentue. Cette variation est certainement dûe à l'action de divers facteurs : influence du milieu, du sexe, de la race, ainsi que du développement embryonnaire et du comportement psychique individuel. Cette différenciation modifie la position des deux derniers points d'inflexion. Cette remarque est capitale dans la recherche et l'établissement des lois de croissance.

La courbe en **S** du premier cycle englobe la croissance prénatale et une partie de la croissance postnatale jusqu'au début (exclus) de la croissance prépubertaire. Cette courbe admet un point d'inflexion relativement très voisin de l'origine, ce qui lui confère une grande stabilité. Ce point sépare le développement embryonnaire de la croissance fœtale.

La courbe en **S** du deuxième cycle voit ses dimensions et sa durée réduites par rapport à la première. Par définition, elle constitue la puberté morphologique et englobe les périodes pré et postpubertaires. La position très variable de son point d'inflexion (troisième point) est fonction du raccord entre les deux cycles. Ce raccord constitue le deuxième point d'inflexion. Sa date d'apparition est déterminante pour la morphologie de l'adulte.

Les courbes du deuxième cycle ayant leurs points d'inflexion au même âge sont parallèles. Par suite du déplacement de ce point, variable chez les adolescents, ces courbes forment un écheveau embrouillé. Au cours de cette période, les valeurs moyennes sont dépourvues de sens biologique.

Ce décalage étant étroitement lié à la position du raccord (deuxième point d'inflexion), il est possible que les courbes du deuxième cycle ayant leur raccord au même âge soient parallèles. L'exploitation

des enquêtes longitudinales n'est valable que si les courbes individuelles de croissance, après avoir été tracées, sont sériées d'après ces critères en courbes "parallèles". Cette méthode permettra la mise en équation des courbes de la croissance humaine.

Le deuxième cycle joue un rôle régulateur de premier ordre. Son déclenchement et sa présence tendent à conserver à la stature une valeur moyenne sensiblement constante, chez un groupe d'une population donnée. En effet, sur une même courbe du premier cycle, plus le raccord est précoce, plus la puberté est également précoce et plus la stature achevée est, comparativement, petite. Ainsi les filles sont plus précoces que les garçons et, par conséquent, restent plus petites. Ce mécanisme ne joue plus pour les grandes statures qui atteignent la même limite supérieure d'une façon indépendante de l'âge de la puberté. Lorsque les enfants sont plus grands, la puberté est plus précoce et la taille achevée simplement plus vite atteinte.

La forme des courbes de croissance est conditionnée par le signe de l'accélération. Au cours de la croissance il se produit deux accélérations qui sont à la base des deux courbes en **S** : l'une au moment de la fécondation, l'autre au début de la puberté.

De très nombreuses lois mathématiques ont été proposées comme traduction analytique de la croissance. Toutes sont étudiées dans un intervalle de temps restreint et concernent chaque stade très particulier de la croissance (embryonnaire, fœtal, prénatal, postnatal jusqu'au début de la puberté, pré et postpubertaire). Aucune formule ne fournit une fonction unique et globale.

On peut classer les courbes de croissance en huit familles de lois, la variable indépendante étant le temps ; ou encore en cinp groupes de courbes à une seule courbure et quatre groupes de courbes à courbures opposées, c'est-à-dire en **S**.

La dispersion des courbes de croissance (ou la dispersion des valeurs individuelles autour de la courbe moyenne idéale), doit être retenue comme étant l'une des meilleures traductions du facteur biologique pris dans son ensemble. Elle fait intervenir directement les données expérimentales sans hypothèse préalable. En égalant les relations que l'on peut formuler entre chaque variable et sa dispersion on aboutit à l'équation différentielle fondamentale des courbes de croissance.

$$\frac{dy}{f(y)} = c.\frac{dt}{g(t)} \quad (= \epsilon)$$

Si l'on donne aux fonctions $f(y)$ et $g(x)$ des formes simples,

l'équation différentielle peut s'écrire : $\frac{dy}{y^{\alpha}} = c.\frac{dt}{t^{\nu}}$

En attribuant à α et à ν des valeurs entières : zéro, un ou deux. on retrouve cinq familles de lois.

Si l'on connait la limite supérieure de la croissance $(y = a)$ on peut prendre $f(y) = (a - y)$ et $g(t) = 1$. On obtient la fonction monomoléculaire : $\frac{dy}{(a - y)} = c.\ dt$. Si la limite supérieure est de la forme $y = a\ t + b$;l'équation différentielle : $\frac{dy}{a\ t + b - y} = c.\ dt$ conduit à la courbe de Jenss et Bayley.

Si l'on rattache la croissance à ses deux limites, inférieure $(y = 0)$ et supérieure $(y = a)$, on aboutit à une somme d' équations diftielles : $\frac{dy}{y} + \frac{dy}{a - y} = c.\ dt$. C'est la logistique. Ainsi, d'un point de vue différentiel, on peut écrire :

exponentielle + monomoléculaire = logistique.

L'étude de la croissance prénatale (taille v. c.) peut s'effectuer à partir des valeurs moyennes car les individus ne sont pas encore suffisamment différenciés. Elle permet de séparer trois grandes étapes :

1° - L'embryogénèse, au cours de laquelle des ébauches vont se mettre en place, sans organisation vraiment fonctionnelle. Comme la croissance des cellules libres, la loi est ici à dispersion constante, relativement au temps. Sa traduction analytique est de la forme : $y = a e^{b\ t}$, $21 < t < 35$ *j*. Lorsqu'une ébauche manque, l'embryon ne peut se développer : par conséquent cette période est, complémentairement, léthale.

2° - L'organogénèse. La loi de croissance est de la forme : $y = a\ e^{b\ t^{0,45}}$, $36 < t < 49$ *j*. C'est la période d'organisation fonctionnelle. Les ébauches primitivement mises en place se différencient ; d'autres apparaissent, soit pour constituer un système fonctionnel bien tangible, soit parce qu'elles doivent avoir ultérieurement des corrélations élevées. C'est la raison pour laquelle les os longs des membres apparaissent au début de l'organogénèse.

Les vitesses de croissance sont relativement considérables en un moment où les organes futurs ne sont pas encore en place. Il s'ensuit de grandes variations allant, à la limite,jusqu'aux malformations.

L'organogénèse est un stade particulièrement capital et critique, dans la croissance.

3° - La croissance, proprement dite, du 50e jour en âge de fécondation, jusqu'à la naissance. Cette portion de courbe s'étend sur la moitié du stade embryonnaire, sur toute la période fœtale et pourrait même se prolonger un peu au-delà car la naissance n'est pas une rupture. La loi de croissance est de la forme : $y = a\, e^{b/t^{0,8}}$

Ces trois stades de la croissance prénatale relèvent d'une seule équation différentielle : $\frac{dy}{y} = c.\frac{dt}{t^{\nu}}$ ou ν prend successivement les valeurs : *0*, puis *0,55* et *1.8*.

La différentiation des équations définitives de croissance permet d'obtenir les dispersions autour de la courbe moyenne, puisqu'on retrouve les équations différentielles d'où l'on était parti. Si l'on connait, pour une période de temps déterminée et restreinte, l'amplitude des variations d'une variable on peut déterminer les courbes de sécurité. Dans le cas de la croissance prénatale, on emprunte les variations extrêmes à la naissance ; en revenant en arrière, on détermine par solution de continuité les courbes limites : supérieure et inférieure. Ceci permet :

a) - l'établissement de tables de croissance prénatale où figurent les amplitudes.

b) - l'étude des dispersions en fonction des horizons de Streeter. L'organogénèse englobe les horizons XVI à XIX. Paradoxalement, ces horizons déterminent des zones beaucoup plus larges que les horizons précédents ou suivants. Ce sont des périodes d'organisation et d'attente, où s'élabore la mise en place des dispositifs préfonctionnels et fonctionnels.

Ce court instant du développement embryonnaire qui couvre sept jours de part et d'autre du 42e jour, est déterminant pour la vie future, aussi bien physique que psychique, du sujet. Chez l'homme cette période doit être non seulement la plus longue mais la plus tardive.

La nature de la croissance est à la base de l'origine des corrélations faibles ou fortes qui existent entre certaines parties du corps. Ainsi les os longs des membres qui se développent comme dans un espace anisotrope suivant une direction privilégiée, leur grand axe, ont de ce fait, entre eux, des corrélations très fortes. Il existe, au contraire, des régions où la croissance s'effectue comme dans un espace isotrope, où les vitesses de croissance sont les mêmes dans toutes les

directions. Il n'est pas possible que des mesures non prépondérantes puissent fournir des corrélations élevées, par opposition aux os longs dont l'axe "ramasse" en quelque sorte le facteur général.

Les dimensions morphologiques d'un adulte sont les points d'aboutissement des courbes de croissance relatives aux différents caractères. Selon l'âge de la puberté, en rapport avec un ensemble de conditions intérieures et extérieures, les courbes de croissance ne se groupent certainement pas de la même façon : il doit exister des variations inter individuelles. Cette remarque est à rapprocher du fait que, dans une population donnée, il est possible en adoptant certains critères, de séparer les sujets en groupes tels que les valeurs moyennes présentent des différences. Le sens global que l'on doit attribuer à la dissociation d'ensemble, c'est-à-dire au groupement des caractères, est plus important que la valeur de la différence, prise une à une,entre les moyennes. Cette constatation fait d'autant plus ressortir l'intérêt des courbes de croissance individuelle, que les corrélations, chez ces groupes distincts, sont les mêmes.

Les coefficients de variabilité des caractères morphologiques doivent être interprétés et expliqués en fonction de la dispersion. La segmentation, des membres ou du corps, diminue la variabilité car les moyennes s'ajoutent alors que les écarts types ne s'additionnent que dans le cas irréalisable où la corrélation est parfaite. La variabilité d'une somme de caractères est inférieure à celle de ses constituants. Cela veut dire que l'amplitude des variations de la somme, par exemple (fémur + tibia), est inférieure à la somme des amplitudes relatives à chacun des constituants : fémur et tibia. Cette caractéristique se retrouve également dans le problème de l'allométrie, lorsqu'on envisage une somme de caractères, car l'exposant d'allométrie dépend étroitement de la variabilité des caractères (et ne peut que diminuer, dans le cas d'une somme).

Ces remarques expliquent pourquoi la variabilité de la stature est l'une des plus faibles. Elle correspond à la plus grande segmentation. Cette réduction de la variabilité,pour les grands caractères composés, maintient les individus dans une amplitude de variation restreinte.

Le coefficient de variabilité des os longs est sensiblement le même (voisin de 5,5). Cela provient très probablement de la nature de la croissance qui est la même. Elle parait indépendante de la longueur de l'os. Elle est toutefois légèrement inférieure, pour les os du membre supérieur.

Une difficulté surgit dans l'établissement des lois au cours

de la croissance embryonnaire : elle réside dans le déplacement de l'origine des temps pour divers organes. Le développement des membres se situe après celui du tronc qui possède une valeur propre, alors que les membres n'existent pas encore. Cette constatation élimine, pour ce stade de la croissance, un certain nombre de lois, dont l'allométrie.

Les lois de la croissance doivent être envisagées comme une relation entre variables dont la nature est essentiellement différente : le temps et l'espace. Les "orthogénèses" définies par Dubois ($\alpha = 0,56$) et Lapicque ($0,25$) peuvent être considérées comme des courbes de croissance mais qui s'effectuent dans un temps très particulier. Elles sont distinctes, car les dispersions autour de ces courbes ne sont pas les mêmes dans les deux cas.

Cette étude quantitative et qualitative sur la croissance appelle un certain nombre de recherches à effectuer par des méthodes nouvelles.

ADDENDA

SUR L'EMPLOI DES EXPONENTIELLES ET DES LOGARITHMES DANS LES COURBES DE CROISSANCE.

POSITION DU PROBLEME :

Au chapitre III, (p. 170 ci-dessus), nous avons justifié notre point de vue sur les équations différentielles des courbes de croissance. Nous avons montré comment un certain nombre d'entre elles relève de la forme $\frac{dy}{y^{\alpha}} = c\frac{dt}{t^{\nu}}$, où l'on peut substituer aux différentielles dy et dt les dispersions Δy et Δt. De cette façon, on compare les dispersions à des fonstions simples de la mesure et du temps.

En fait, nous n'avons jamais employé pour la mesure y que des valeurs *entières* de l'exposant α : 0 ou 1, ce qui constitue deux cas très particuliers :

- pour $\alpha = 0$: $\int\frac{dy}{y^{0}} = \int dy = y + a$, c'est la forme linéaire, qui associée à la fonction relative au temps peut devenir une relation logarithmique.

- pour $\alpha = 1$: $\int\frac{dy}{y} = L\,a\,y$, qui associé à la fonction relative au temps, peut devenir une exponentielle ou une relation allométrique.

Or cette méthode n'est valable que s'il est possible d'effectuer des petites variations autour des valeurs adoptées pour les exposants α et ν. Nous allons donc envisager cet aspect de la question : α et ν peuvent-ils être différents de 1, tout en pouvant devenir très voisins de 1 ? (ce qui constitue d'ailleurs un cas beaucoup plus général).

CAS GENERAL, avec la condition $\alpha \neq 1$ *et* $\nu \neq 1$:

Dans le cas général où α et ν sont différents de 1, l'intégrale de l'équation différentielle proposée devient :

$$\frac{y^{1-\alpha}}{1-\alpha} = c.\frac{t^{1-\nu}}{1-\nu} + k, \qquad k \text{ étant la C}^{te} \text{ d'intégration.}$$

Ce qui peut s'écrire : $y^{1-\alpha} = c.\frac{1-\alpha}{1-\nu} t^{1-\nu} + k\,(1-\alpha)$.

finalement la courbe de croissance est de la forme :

$$y^a = A.t^b + B \text{ ou encore } y = (A.t^b + B)^{\frac{1}{a}}$$

Dans ce cas il n'y a plus de forme logarithmique ou exponentielle et les courbes de croissance sont algébriques.

Expérimentalement est-il possible d'observer les valeurs $\alpha = 1$ et $\nu = 1$? Autrement dit, la relation entre la dispersion Δy et la mesure y est-elle nécessairement linéaire et de la forme : $\Delta y = \epsilon.y$? En termes de probabilité cela paraît peu probable. Il n'existe aucune raison biologiquement valable pour que l'exposant de y soit rigoureusement égal à 1. La forme $\frac{dy}{y}$ relève essentiellement d'une conception anthropocentrique particulièrement simple, commode et parfois utile. C'est l'erreur relative si couramment utilisée, sans aucune justification d'ailleurs, si ce n'est l'avantage énorme d'être indépendante des unités de mesure. De plus l'intégrale de cette fonction conduit aux formes logarithmes ou exponentielles qui sont très facilement calculables à l'aide des tables.

Mais très probablement les phénomènes biologiques ignorent ces contingences. Aussi y a-t-il lieu de bien s'assurer si la relation entre la dispersion Δy et la mesure y est linéaire. Pour cela nous allons considérer un cas particulièrement précis et que nous avons précédemment abordé : la croissance prénatale (voir chapitre III, p. 190 ci-dessus).

Croissance prénatale : Recherche d'une relation de la forme :

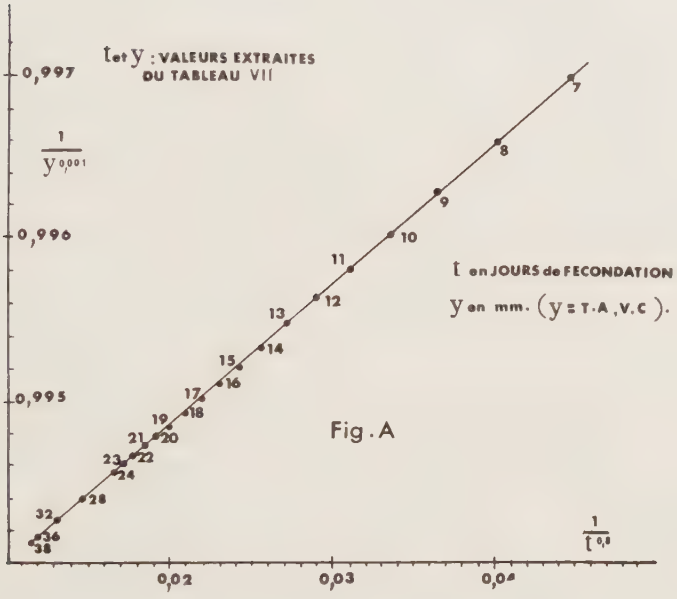
$$\frac{dy}{y^{\alpha}} = c.\frac{dt}{t^{\nu}}, \text{ où } \alpha \neq 1 \text{ et } \nu = 1{,}8.$$

valable de la 7ème semaine à la naissance (portion III de la courbe de croissance, après l'organogénèse). (y en mm ; $50 < t < 266$ jours).

1°) $\alpha = 1{,}001$ et $\nu = 1{,}8$. Cette détermination conduit à l'équation différentielle : $\frac{dy}{y^{1{,}001}} = c.\frac{dt}{t^{1{,}8}}$

En intégrant on obtient une relation de la forme :

$$y^{-0{,}001} = A\,t^{-0{,}8} + B$$



Si l'on pose : $Y = y^{-0{,}001}$ et $X = t^{-0{,}8} = \frac{1}{t^{0{,}8}}$ on obtient la relation linéaire : $Y = AX + B$. Les valeurs de y et t sont extraites du tableau VII p. 197 ci-dessus. Dans le système (X, Y), les 21 points allant de la 8ème à la 38ème semaine sont bien alignés (fig. A) et le coefficient de corrélation est très élevé : $r = 0{,}999925$.

L'équation de la courbe de croissance prénatale s'écrie :

$Y = 0{,}088023\,X + 0{,}99311$ soit encore : $y^{-0{,}001} = \frac{0{,}088023}{t^{0{,}8}} + 0{,}9931$

($y = TA$, v. c. en mm et t en jours de fécondation). Cette formule fournit d'excellents résultats pour les valeurs de t comprises entre 49 et 266 jours. Cette portion de courbe vient après l'organogénèse et cor-

respond à ce que nous avons noté précédemment : partie III. Le point d'inflexion de cette courbe en S se situe au 98ème jour.

2°) $\alpha = 0,999$ et $\nu = 1,8$. Cette détermination donne l'équation différentielle : $\frac{dy}{y^{0,999}} = c.\frac{dt}{t^{1,8}}$, dont l'intégrale est :

$$y^{0,001} = A\,t^{-0,8} + B.$$

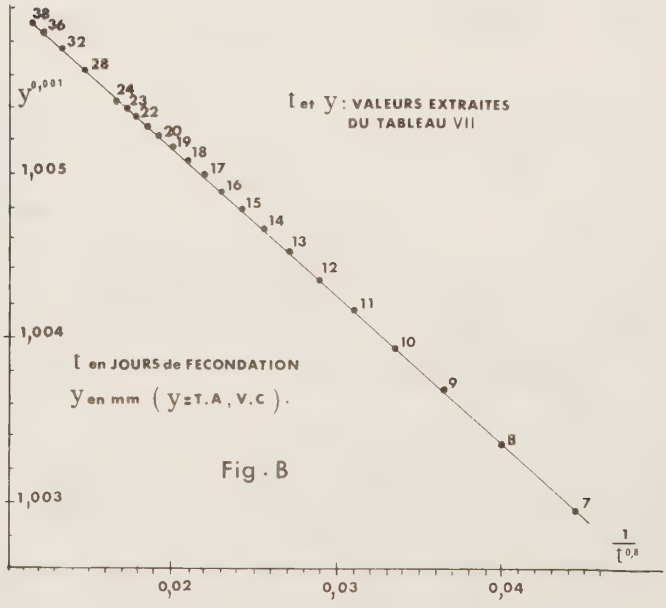


Fig . B

Si l'on pose $Y = y^{0,001}$ et $X = \frac{1}{t^{0,8}}$ on obtient la relation linéaire $Y = AX + B$. Effectivement dans le nouveau système (X, Y) les 21 points allant de la 8ème à la 38ème semaine sont bien alignés (fig. B)

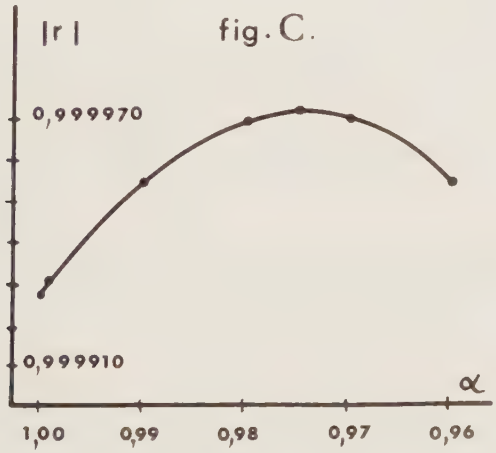
Mais comme le coefficient de corrélation est ici un peu plus élevé que précédemment cela nous a incités à continuer dans cette voie, en donnant à α de faibles variations décroissantes.

La fig. C. montre les variations du coefficient de corrélation $|r|$ en fonction de α. La courbe des variations passe par un maximum : $r = 0,999972$ correspondant à $\alpha = 0,975$. C'est cette dernière valeur que nous avons finalement retenue. Avec cette nouvelle détermination

on obtient l'équation de la courbe de croissance prénatale :

$$y^{0,025} = -\frac{2,4872}{t^{0,8}} + 1,18707 \text{ (III, croissance proprement dite)}$$

(y = taille assis vertex-coccyx en mm et t en jours de fécondation, compris entre 49 et 266 jours). Cette portion de courbe correspondant à la partie III donne une représentation encore meilleure que la forme expotielle exprimée ci-dessus (p. 200) sous la forme d'une exponentielle d'inverse. En effet, si l'on compare les écarts types liés (ce qui est valable puisque les amplitudes de variation sont identiques) on obtient ici : σ lié $t = \sigma_t \cdot 0,0075$ et précédemment : σ lié $t = \sigma_t \cdot 0,0121$, soit un écart type lié plus élevé.
Le point d'inflexion se situe au 96 ème jour.



A partir de l'équation de la courbe moyenne on peut déterminer les courbes de sécurité. Elles sont définies par l'amplitude que l'on constate à la naissance, c'est-à-dire pour $t = 266$ jours. Il suffit d'écrire la condition pour que la courbe minimale passe par 330 mm à cette date, tandis que la courbe maximale passe par 394 mm. Seule la valeur de la constante est changée et on obtient comme nouvelle constante *1,18458* pour la courbe minimale et *1,18971* pour la courbe maximale. Ces constantes doivent être substituées à la valeur *1,18707* dans l'équation de la courbe moyenne.

En différenciant l'équation moyenne proposée, on retrouve bien les dispersions. En effet : $\frac{0,025 \cdot \Delta y}{y^{0,975}} = \frac{1,98976 \cdot \Delta t}{t^{1,8}}$; soit :

$$\frac{\Delta y}{y^{0,975}} = \frac{79,59.\ \Delta t}{t^{1,8}} = \epsilon.$$

On calcule ϵ par la condition suivante : à la naissance, pour $y = 362\ mm$ correspond une amplitude $\Delta y = 394 - 330 = 64\ mm$. De là on déduit $y^{0,975} = 362^{0,975} = 312,42$ d'où la valeur de ϵ :

$$\epsilon = \frac{64}{312,42} = 0,204852.$$

En définitive on obtient $\Delta t = 0,00257.\ t^{1,8}$, soit une valeur très voisine de celle précédemment calculée (p. 214). En particulier pour $t = 155 j.$, $\Delta t = 22,5\ j.$ C'est à peu près ce qu'indique le tabl. IX.

Quant à la période correspondant à l'organogénèse, c'est-à-dire de la 5ème à la 7ème semaine, et en se servant des travaux précédents (p. 201) on doit rechercher une relation linéaire entre $Y = y^{0,025}$ et $X = t^{0,45}$.

On obtient finalement : $y^{0,025} = 0,031419\ t^{0,45} + 0,896123$ (II, organogénèse) y en mm et t en jours de fécondation tels que $35 < t < 49$ jours.

Un retour à la formule de Robb :

La première phase de la croissance prénatale (mesurable), qui s'étend de la 3ème à la 5ème semaine provient de la forme différentielle : $\frac{dy}{y^{0,975}} = c.\ dt$, soit $y^{0,025} = a.\ t + k$, a et k étant deux constantes.

En effectuant la transformation : $Y = y^{0,025}$ et $X = t$ on obtient $y^{0,025} = 0,002035\ t + 0,980737$, équation analogue à la formule de Robb et que nous avons appelée para-allométrique (p: 38). L'intérêt de cette formule réside dans le fait que pour $t = 0$ la mesure y n'est pas nulle mais correspond à 0,45 mm.

Dans cette formule la dispersion Δt est comparée à t^{0}. Or la valeur $\nu = 0$ de l'exposant de t n'est peut être pas la meilleure et il

y aurait lieu d'effectuer des variations autour de *0* pour voir si la précision s'améliore. Malheureusement l'intervalle est trop restreint pour justifier, tout au moins ici, une étude plus approfondie.

L'allométrie et les courbes de croissance

Lorsqu'on compare la croissance de deux caractères x et y; il est d'usage d'effectuer la transformation logarithmique. Cette transformation est certainement valable lorsque les caractères envisagés sont homologues, c'est-à-dire lorsqu'ils relèvent d'une croissance de même nature qui s'effectue suivant le même plan d'organisation : le grand axe des os longs par exemple.

Le plus souvent cette transformation est très acceptable et elle conduit à la relation d'allométrie : $y = A x^{\alpha}$

Cette équation provient d'une équation différentielle de la forme $\frac{dy}{y} = \alpha \frac{dx}{x}$. Dans l'esprit et l'application de notre méthode nous mettons en doute le fait que les exposants associés à x et à y soient rigoureusement égaux à *1*. Cette particularité peut se rencontrer, certes, mais non systématiquement.

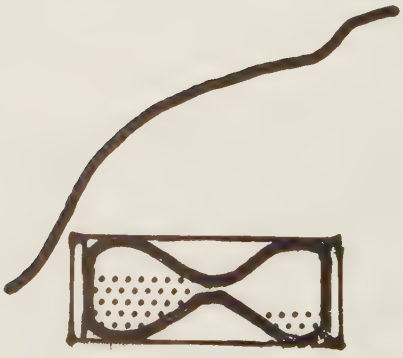
Si l'on présente la relation différentielle sous une forme très voisine : $\frac{dy}{y^{\alpha}} = c. \frac{dx}{x^{\nu}}$ ou $\alpha \neq 1$ et $\nu \neq 1$, l'intégration de cette équation différentielle conduit alors à une équation beaucoup plus souple que la forme allométrique. En effet, on ne se heurte pas ici à une seule transformation rigide et qu'il faut accepter même si les points transformés ne s'alignent pas rigoureusement.

L'inconvénient de la forme : $y^{1-\alpha} = c. \frac{1-\alpha}{1-\nu} x^{1-\nu} + k$ réside dans la valeur des exposants $(1 - \alpha)$ et $(1 - \nu)$, qui peuvent être très voisins de *0*. On sait que, dans ce cas, le calcul est impossible et il est nécessaire de recourir à la fonction logarithmique.

Toutefois le calcul est acceptable dans un grand nombre de cas. Or les nuages de corrélation entre deux caractères x et y présentent toutes les dispositions possibles : soit une seule courbure dont la concavité est tournée vers l'axe des y ou des x, soit quelquefois une forme en *S*. Dans ce cas la forme algébrique est plus précise que la forme allométrique. L'avantage de la forme algébrique : $y^{a} = A x^{b} + B$

est que l'on peut agir sur la valeur des deux exposants a et b (que l'on a précédemment déterminé approximativement par une étude de la dispersion). On peut faire évoluer les valeurs de a et b dans un sens ou dans l'autre, pour que les points transformés s'adaptent le mieux possible aux valeurs expérimentales.

Un autre avantage majeur de cette forme algébrique provient de la présence de la constante d'intégration qui reste ici sous une forme additive, et non multiplicative comme dans le cas des exponentielles ou logarithmes. De la sorte, pour l'une des variables égale à 0, (x par exemple), l'autre variable : y n'est pas nécessairement nulle. Cette remarque s'accorde parfaitement avec la réalité de l'embryologie. Quand on met en relation deux caractères x et y il existe très souvent (on pourrait peut être écrire : toujours) un décalage de l'origine. Les deux caractères x et y n'apparaissent pas rigoureusement à la même date. En employant la forme algébrique cette difficulté est résolue par la présence de la constante d'intégration. Lorsque cette constante est nulle, on retrouve la forme allométrique. Pratiquement, on s'aperçoit de cette particularité lorsque la transformation doublement logarithmique, entre x et y donnè le cœfficient de corrélation le plus élevé.



ADDENDA

COMMENTAIRES SUR LA BIBLIOGRAPHIE

En 1927, Scammon dans une bibliographie de la bibliographie sur la croissance, notait l'accroissement des publications et en tirait les conséquences. Dès les premières lignes, on pouvait lire, en effet :

"Une des plus sérieuses difficultés dans l'étude du développement physique du fœtus, petit enfant et enfant, réside dans le rassemblement de la littérature relative aux phases si variées de ce sujet". Les publications visées englobent "toutes les phases de l'anatomie et de la croissance du corps humain depuis la naissance jusqu'à la puberté, aussi bien qu'une littérature considérable sur la croissance et la structure du fœtus, distincte de celle de l'embryon". (1)

L'auteur termine son article en donnant sa bibliographie où figurent déjà 13 articles consacrés aux études bibliographiques concernant le sujet.

En 1962, dans une note consacrée à la bibliographie anatomique, von Inke écrivait : (2).

"L'accroissement du nombre des publications dans chaque domaine particulier de la science est un fait que l'on ne peut négliger. L'augmentation de l'activité scientifique n'est pas en soi une explication suffisante. Certes le nombre des activités scientifiques s'est beaucoup accru, mais en même temps le nombre des publications pour chaque spécialité a aussi augmenté, et pour des raisons différentes. Le temps de vie de plus en plus rapide de notre époque ne laisse au savant aucun temps pour "laisser en paix ses résultats décanter". Dans la grande lutte de la concurence, tous se croient obligés de publier immédiatement, même le plus infime résultat, s'il ne veulent pas s'exposer au danger de se voir dépassé. Les périodiques se sont donc multipliés, en partie pour des raisons économiques, en partie pour des raisons de politique scientifique ; ".

Quelques lignes plus loin, l'auteur donne quelques précisions d'ordre statistique sur la bibliographie anatomique où "le domaine des bibliographies générales manifeste un développement prodigieux : le nombre des titres cités

(1) SCAMMON R. E. (1927) - voir p. 1 ci-dessus (op. cit. p. 241)

(2) INKE von G. (1962) - Vorschläge zur Verbesserung der anatomischen Bibliographie - p. 138.

passe de 25.00 à 150,000 par an". Plus loin : "Le choix des périodiques à suivre se situe au moins à la frontière de 10.000. Le nombre des langues dans lesquelles paraissent les travaux anatomiques se situe autour de 30 à 35".

On comprend, dans ces conditions, qu'une bibliographie générale concernant la croissance soit matériellement impossible. En effet, notre étude sur la croissance ne concerne pas seulement les lois, qui se trouvent éparses, dans la littérature scientifique, mais encore un très grand nombre de points touchant en particulier l'embryologie, l'anatomie, l'anthropologie.

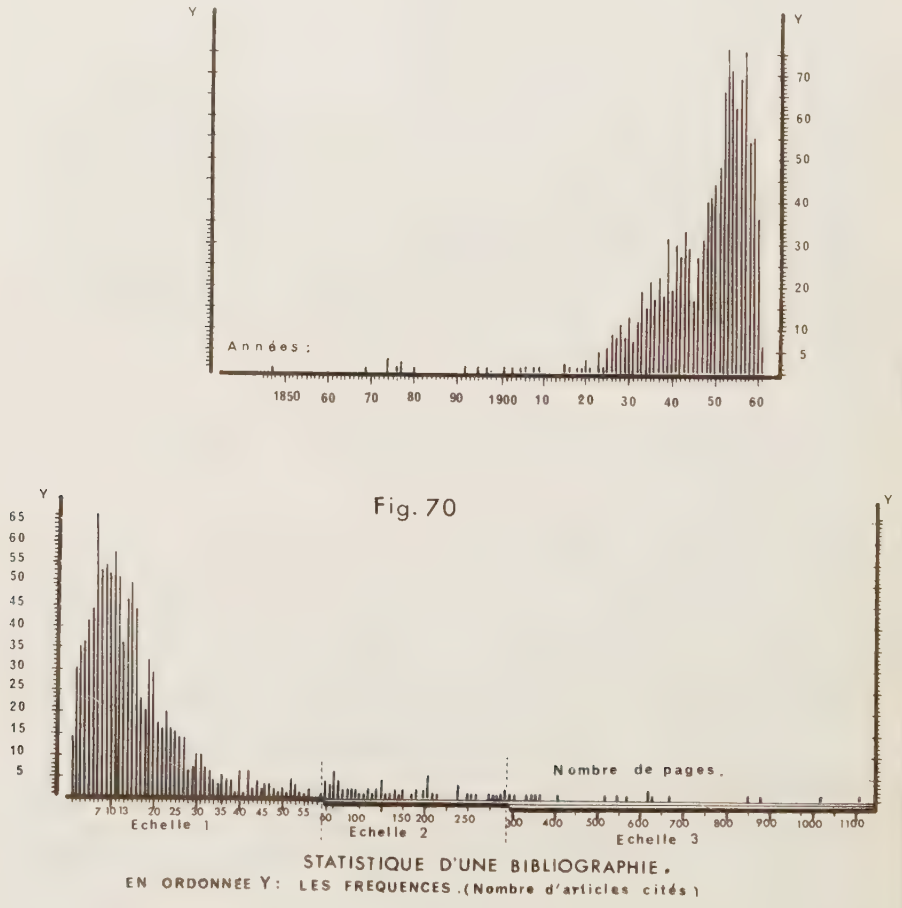


Fig. 70

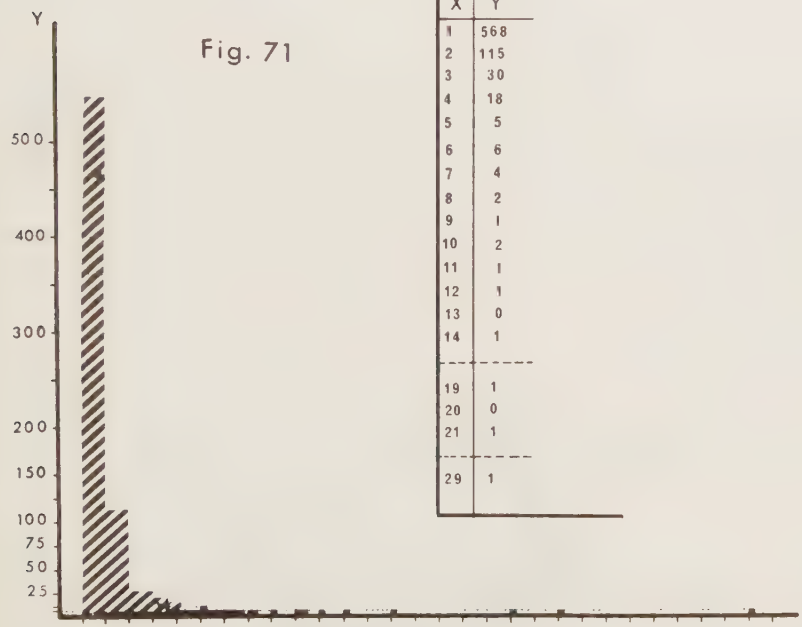
D'ailleurs, de nombreux livres contiennent de volumineuses bibliographies concernant la croissance. Ainsi, P. Godin, dans son ouvrage : "Recherches Anthropométriques sur la croissance des divers parties du corps" (1903) cite sa propre bibliographie, comprenant une cinquantaine de travaux importants. De même W. M. Krogman, donne une bibliographie générale. Bien d'autres auteurs mériteraient d'être mentionnés. En particulier, le livre de J. M. Tanner : "Growth at adolescence", publié en 1962 contient dans sa bibliographie, qui englobe 55 pages, environ 1.200 articles, revues ou livres.

Cette abondante bibliographie, qui termine un excellent livre, riche en matières traitées, attire quelques commentaires. Certes, nous ne pouvons que nous réjouir de trouver réuni en un même lieu une documentation bibliographique aussi étoffée, mais celà n'est pas suffisant pour le lecteur qui s'aperçoit de la difficulté de se procurer les ouvrages mentionnés et de l'impossibilité matérielle de pouvoir tout lire, ce qui appelle un choix.

Une sommaire étude statistique de cette bibliographie nous montre :

1°) Sur environ 1.200 travaux cités, plus de 50% ont paru entre 1950 et 1960 (fig. 70). La quasi totalité des travaux mentionnés sont postérieurs à 1925. 33 seulement sont compris entre 1847 et 1924. Certes, c'est le devoir

Fig. 71



X	Y
1	568
2	115
3	30
4	18
5	5
6	6
7	4
8	2
9	1
10	2
11	1
12	1
13	0
14	1
19	1
20	0
21	1
29	1

STATISTIQUE D'UNE BIBLIOGRAPHIE

X = Nombre des citations.
Y = Nombre des auteurs cités,

d'un livre moderme de tenir ses lecteurs au courant des publications modernes. Mais les lois de la croissance, qui se sont constituées avant 1938 (sauf la courbe de E. Boyd, qui date de 1941), ne peuvent figurer dans les articles cités qu'en "deuxième main" au moins, ce qui n'est pas toujours négligeable, lorsque les auteurs signalent leurs sources. L'examen de la répartition du nombre (fréquence) des travaux, en fonction du temps (années), montre bien cette vague de publications, dont la croissance suit une loi "exponentielle", et non une courbe en *S*, avec cette disposition de la vitesse de croissance qui est positive. On doit noter cependant le reflet des préocupations mondiales, avec une baisse de publications vers les années 1944.

2°) 60 ouvrages, sur un total de 1.100 paginés, possèdent 100 pages au plus (fig. 70). Ainsi, 5%seulement des travaux cités peuvent être considé-

rés comme des livres, par opposition à la floraison des petites notes, de une à 10 pages, dont le total avec 428 représente 40%. Le mode est à l'article de 7 pages (67 titres) alors qu'un creux, inexpliquable, se produit à 13 pages.

3°) Nous avons représenté la fréquence des auteurs cité (en ne retenant que le premier seulement), à la fig. 71. Cette distribution fait ressortir, la diversité des travaux et la grande dispersion des idées, dans l'étude générale de la croissance. En effet, sur 750 auteurs cités (en premier), 568 le sont une fois, 115 deux fois. Ceci montre que la croissance n'est pas un sujet d'intérêt très soutenu, pour un grand nombre d'auteurs.

Dans notre bibliographie, nous ne mentionnons que les auteurs cités. En général, nous avons donné, en bas de pages, l'essentiel de la référence, et principalement la, on les pages, correspondant à la citation de l'auteur, dans son texte, Lorsque la citation se rapporte à une note, plus ou moins courte, ce fait n'est pas très important, mais apporte toutefois une précision supplémentaire. Lorsque la citation est empruntée à un ouvrage, il nous parait indispensable de donner cette référence, qui coute peu et constitue une excellente coordonnée. Souvent, il nous est apparu qu'une référence parfaitement indiquée d'un point de vue bibliographie était unitilisable, car on ne la retrouve pas, noyée dans un ouvrage où elle figure pourtant quelque part.

BIBLIOGRAPHIE

DES AUTEURS CITES

(Les chiffres en italique et entre parenthèses renvoient aux pages du texte ci-dessus).

AREY, L. B. - Anat. Rec., 1923, **25**, p. 117. *(40)*

AREY, L. B. - Anat. Rec., 1925, **30**, p. 289 - 296. *(40)*

AREY, L. B. - Developmental Anatomy. W. B. Saunders. Philadelphia, 1959, 680 pp. *(15, 229)*

AUBENQUE, M. - Biotypol., 1957, **18**, 2, p. 204 - 214 *(146, 149)*

AUBENQUE, M. et DERUFFE, L. - Biotypol., 1959, **20**, 2, p. 49 - 55 *(148)*

BACKMAN, G. - Kungl. Svenkt. Vetensk. Akad. Handlingar 1934, ser. 3, **14**, 1, p. 1 - 45. *(45)*

BAILLARGER, J. G. F. - Ann. Med. Psychol., 1853, **5**, p. 1 - 9 *(270)*

BARBIN, J. Y. HARDY et PINEAU, H. - C. R. A. A. 1961 p. 92 - 108 *(231)*

BARRIOL - voir Baron Mourre, 1941, *(35)*

BASTIEN, L. - voir Henry, C. 1904. *(39, 68)*

BAYLEY, N. - voir Jenss, M. 1937. *(48, 50, 51, 58, 60, 66, 75)*

BEER, G. R. de - Embryologie et évolution. Paris, A. Legrand, 1932. (traduction : J. Rostand). 149 pp. *(104)*

BEER, S. et SACCHETTI, A. - Problemi di Sistematica Biologica. Ed. Scient. Einaudi, 1952, 671 pp. *(240)*

BERTALANFFY, L. von - Arch. Entw. Mech. Org., 1934, **131** p. 613 *(48, 49)*

BESSIERES, G. L. - Introduction à l'étude de la phrénologie. Paris. 1835, 216 pp. *(102)*

BICHAT, X. - Anatomie générale appliquée à la physiologie et à la médecine. **1**, Paris 1801. (ou édition 1830 commentée par F. Blandin). *(4, 164)*

BILLY, G. - Bull. et mém. de la Soc. d'Anthrop. de Paris, 1962, **3**. 1 - 2, p. 1 - 218 *(147, 149)*

BLACKMAN, V. H. - Ann. Botan., 1919, **33**, p. 353 - 360 *(46)*

BOAS, F. - Hum. Biol. 1932, **4**, p. 307 - 350 *(14, 93, 129 à 136, 143, 151, 260)*

BOES WILLARD, M. - Encyclop. Medico-chirurg., 1954. Glande hypoph., p. 4 *(142)*

BOK, S. T. - Histonomy of the cerebral cortex. Amsterdam, Londres. New-York, Priceton, Elesvier Publ. Co., 1959 434 pp. *(101)*

BOLK, M. - C. R. A. A., 1928, p. 80 - 92 *(78)*

BOLL, M. - Tables numériques universelles, Paris - Dunod, 1947, 882 pp. *(52)*

BONIN, G. von - Essai sur le cortex cérébral. Paris, Masson, 1955. (Traduction : Ch. Eyries). 159 pp. *(270)*

BONIN, G. von - voir Count E. W., 1957 *(45)*

BONNARDEL, R. - Le travail humain, 1960, 3 - 4, p. 361 - 362 *(90)*

BOUISSET, S. MONOD, H. et PINEAU, H. - Bull. et Mém. de la Soc. d'Anthrop. de Paris. **2**, ser. XI, 1961, 2, p. 342 - 350 *(251)*

BOUISSET, S. PINEAU, H. et VASSAL, P. - Sous presse, dans Bull. et Mém. de la Soc. d'Anthrop. de Paris. 1965, nº 1. *(147, 155, 264)*

BOURQUIN, J. B. - Thése, Genève, Paris, Le François, 1948. 146 pp. *(249)*

BOYD, E. - Outline of Physical growth and development. Burgess Publ. G. Minneapolis, 1941. 43 pp. *(51, 64, 68, 175, 220)*

BOYD, J, B. - voir Hamilton, W. J., 1959 *(15)*

BRACHET, J. - Embryologie chimique. Paris, Masson et Liège, Desser, 1944. 509 pp. *(112)*

BRODY, S. HOGAN, A. G., KEMPSTER, H, L., RAGSDALE, A. C. et TROWBRIDGE, E. A. - Univ. Missouri Agricult. exp. Sta. Res. Bull. nº 96, 1926, p. 8 *(49)*

BUFFON. - Œuvres, t. II, Paris, Parent Desbarre, s - d, 448 pp. (annotées par J. Pizzetta). *(14, 15, 64, 65, 143, 152, 161)*

CALKINS, L. A. - voir Scammon, R. E. 1929. *(40, 43, 59)*

CHAMLA, M. C. - La nature, 1964, p. 321 - 324. *(150)*

CHAMLA, M. C., MARQUER, P. et VACHER, J. - L'Anthropol. 1959 **63**, 1, p. 37 - 61 et 2, p. 269 - 294. *(156)*

CHAMPY, C. - Les caractères sexuels considérés comme des phénomènes de développement dans leur rapport avec l'hormone sexuelle. Doin, Paris 1924. *(37)*

CHEVALLIER, P. - La sem. des Hôp. de Paris, 1938, p. 59 - 66. *(153)*

CHIPPAUX, Cl. - voir Pales, L., 1960. *(240)*

COBLENTZ. A. - Thèse médecine. Paris, 1961, 113 pp. *(160, 264)*

CORDIER, G. et DELMAS, A. - Les fentes pharyngiennes et leurs dérivés glandulaires - Développement et Anomalies. Mémoire couronné par l'Acad. de Méd. (prix Mege) 1943. 30 pp. *(95).*

COUNT, E. W. - Hum. Biol., 1942, **14**, p. 143 - 165. *(42, 44)*

COUNT, E. W. - Hum. Biol., 1943, **15**, p. 1 - 32. *(42, 43, 50)*

COUNT, E. W. - Annals of the New-York Acad. of Sci. 1957. *(45)*

COURTIS, S. A. - Growth, 1937, **1**, p. 155 - 174. *(25)*

DALCQ, A. - Initiation à l'embryologie générale - Paris, Masson, Liège, Desser , 1952, 122 pp. *(3, 13)*

DARESTE. - Bull. et Mém. de la Soc. d'Anthrop. de Paris, 1862. *(32)*

DARMOIS, G. - Statistique et applications - Paris, Armand Colin, 1941, 204 pp. *(93, 104)*

DEBRAY, Ch. DELMAS, A. HAKIM, M, et MUGNIER, B. - Presse médicale, 1962, p. 1675 → 1676 *(233, 234)*

DEBRAY, P. - Encyclop. Médico-chirurgie., 1954 - Les glandes à sécrétion interne. Epiphyse. p. 1 *(142)*

DELMAS, A. - voir Debray, Ch. 1962 *(233, 234)*

DELMAS, A. - voir Cordier, G. 1943 *(95)*

DELMAS, A. et PINEAU, H. - C. R. A. A. 1959, p. 214 - 222 *(90)*

DEMING, J. - Hum. Biol., 1957, **29**, p. 83 - 122. *(14, 25, 26, 30, 117, 133, 143)*

DEMING, J. - voir Maresh, M. 1939 *(125)*

DERUFFE, L. - voir Aubenque, M. 1959. *(148)*

DORING, C. K. - Deutsch. Med. Wschr. déc. 1962. *(141)*

DRAGOIU, - voir Fauré-Fremiet, E. 1920. *(46)*

DREYER, G. - The Lancet. Aout 1919. *(35)*

DREYER, G. - The Assessment of physical fitness. Cassel anat. Co. 1920. *(35)*

DUBOIS, E. - Bull. et mém. de la Soc. d'Anthrop. de Paris 1897, **8**, p. 337 - 376. *(21, 32, 33, 100, 101, 102, 269,)*

EYRIES, C., PERLES, B. et PINEAU, H. - Annales d'oto-laryngologie, **77**, nº 12, 1960, p. 877 - 919. *(7, 38, 230, 249)*

FALKNER, F. - Problèmes actuels de Pédiatrie, **7**, p. 1 - 2 et p. 43 - 55. Karger, Basel. New-York, 1962. *(10)*

FANCONI, G. - Problèmes actuels de Pédiatrie , **7**, 256 pp. *(10)*

FAURE-FREMIET, E. - La cinétique du développement. Paris, P. U. F. 1925, 335 pp. *(9, 14, 29, 42, 45, 66,)*

FAURE-FREMIET, E. - Où en est l'embryologie. Paris, Gauthier Villars, 1927, 251 pp. *(4)*

FAURE-FREMIET, E., DRAGOIU et du VIVIER de STREEL. - C.R.A.S. 1920, **171**, p. 368 *(46)*

FELICE, S. de - Thèse, Paris, Masson, 1958, 316 pp. *(251)*

FESSARD, A. B. et A., LAUFER, J. et LAUGIER, H. - Biotypol., 1935, 3, p. 106 - 133 *(143)*

FRECHET, M. - Journ, Soc. de Statist. de Paris, 1941, p. 114 - 122. *(35)*

FRECHET, M. et ROMANN, R. - Représentation des lois empiriques par des formules approchées. Paris, Eyrolles, 1930, 302 pp. *(266)*

GARN, S. M. et SHAMIR, Z. - Methods for research in human growth. Springfield : Thomas, 1958. 121 pp. *(12)*

GIOT, P. R., l'HELGOUACH, J, et BRIARD, J. - Bull. et Mém. de la Soc. d'Anthrop. de Paris, 10° s., **7**, 1956. p. 309 - 315 et **8**, 1957, p. 183 - 195 *(149)*

GODIN, P. - Recherches anthropométriques sur la croissance des diverses parties du corps. Paris, Maloine, 1903, 212 pp. Préface de Manouvrier. (ou 2° éd., Paris, Legrand,) 1935, 268 pp. *(1, 3, 14, 68, 288)*

GODIN, P. - La croissance pendant l'âge scolaire. Neuchatel, Delachaux et Niestlé, 1913. 302 pp. *(3, 138, 139, 152, 265).*

GODIN, P. - C. R. A. S., du 13/11/1911. *(3)*

GOMPERTZ, B. - Phil. Trans. Royal. Soc., 1825, **115**, p. 513 - 585. *(1, 12, 22, 26, 30, 52, 54, 61, 62, 69, 74, 79, 178)*

GRAY, J. - Cité par Medawar, 1940, p. 335 *(77)*

GUILLAUME, P. - La Psychologie, des singes, in : Nouveau traité de Psychologie, de G. Dumas. Paris, P. U. F. 1941, p. 257 - 335. *(1)*

HAECKEL, E. - Generelle Morphologie der Organisme, Berlin, 1866. *(104)*

HAKIM, M. - voir Debray, Ch. 1962. *(233).*

HALLER. - voir Bessieres, 1835. *(102)*

HAMILTON, W. J., BOYD, J. D. et MOSSMAN, H. W. - Human Embryology, Cambridge, Heffer and sons. 432 pp. *(15)*

HARDY. - voir Barbin, 1961. *(231)*

HATAI, S. - Amer. J. of anat., 1913, **15**, p. 87. *(42)*

HEIMENDINGER, J. von - Die Ergebnisse von Körpermessungen an 5000 Basler Kindern von 2 - 18 Jahren Schwabe and Co. Verlag. Basel/ Stuttgart, 1964, 231 pp. (Helvetica Paedriatrica Acta, Suppl. XIII). *(127, 128, 261, 263, 265).*

HENRY, C. et BASTIEN, L. - C. R. A. S., 1904, **139**, p. 811 - 814. *(39, 68)*

HOGAN. A. G. - voir Brody, 1926. *(49)*

HRACHOVEC, J. - Thèse, Paris, 1955, 67 pp. *(46, 53)*
HUREAU, J. - C. R. A. A., 1964, sous presse *(228)*.
HUXLEY, J. S. - Problems of relative growth. London, Methuen, 1932 *(35)*
HUXLEY, J. S. - voir Reeve, 1945. *(9, 36, 98)*

ICHOK, G. - Biotypol. 1939, 4, p. 233 - 244. *(152)*
INKE, G. - Anat. Anz. 1962, **111**, p. 138 - 142. *(287)*
INSTANTANES MEDICAUX - Bull. Mens. de l'Encyclop. Medico-chirurg. Fev. 1963, n° 2, p. 90 *(141)*
ISRAELSOHN, W.J. - In Tanner : Human growth, 1960, p. 21 - 42. *(9, 26, 45, 78, 118, 133).*

JACKSON, C. M. - Amer. J. Anat. 1909, **9**, p. 119 - 165. *(40, 47, 78)*
JENSS, R. M. et BAYLEY, M. - Hum. Biol. 1937, **9**, p. 556 - 563. *(48, 50, 51, 58, 60, 66, 275).*
JOHR, P. - Journ. de Génét. Hum. Genève, 1953, **2**, p. 247 - 282. *(53)*

KEMPSTER, H. L. - voir Brody, 1926. *(49)*
KHERUMIAN, R. et SCHREIDER, E. - Biotypol, 1963, **24**, 1 - 2, p. 1 - 27. *(130)*
KROGMAN, W. M. - Growth of Man. Tabul. Biol. Amst. 1941, **20**, 963 pp. *(45, 124, 204, 288).*

LAMACHERE., SEYER, J. et TARDIF. B. - Soc. Anat. Paris, Fev. 1964. Presse Med. 1964, **72**, 40, p. 2351. *(97)*
LAMBOLEZ, R. - Soc. de Biol. 1925, **92**, p. 39 - 41. *(48)*
LAPICQUE, L. - Soc. de Biol., 1898, **5**, p. 62 - 63. *(34)*
LAPICQUE, L. - Bull. et Mém. de la Soc. d'Anthrop. de Paris 1907, **8**, p. 248 - 270, avec une importante discussion de M. Manouvrier. *(33, 100, 101, 269, 278).*
LAPICQUE, L. - Bull. et mém. de la Soc. d'Anthrop. de Paris, 1907, **8**, p. 313 - 345 et p. 445. *(34)*
LAPLACE, P. S. Marquis de - Théorie analytique des probabilités. Œuvres, Paris, 1886. *(249)*
LAROCHE, G. - La puberté, son évolution normale, ses déviations pathologiques. Paris, Masson, 1938. *(140)*
LAUFER, J. - voir Fessard, 1935. *(143)*
LAUGIER, H. - voir Fessard, 1935. *(143)*
LAUNOIS, P. E. et ROY, P. - Etudes biologiques sur les géants. Paris, Masson, 1904, 462 pp. *(146)*
LECOMTE DU NOUY - Le temps et la vie. Paris, Gallimard, 1936. 266 pp. *(102)*

LE GALLIC, P. - Biologié Quantique. Paris, Lanore, 1961, 2 Vol., 408 pp. *(8, 32, 37, 101)*

LICHTENBERG. R. - Thèse médecine, Paris, 1960. *(53)*

LISON, L. - Statistique appliquée à la biologie expérimentale. Paris, Gauthier-Villars, 1958, 346 pp. *(263)*

MALL, F. P. - Anat. Rec. **1**, 1907. p. 129 - 140. *(249)*

MALL, F. P. - Am. journ. Anat., **23**, 1918. p. 397 - 422. *(249)*

MANOUVRIER, L. - Bull. de la Soc. d'Anthrop. de Paris, **5**, 1882, p. 85 - 105. *(32, 33)*

MANOUVRIER, L. - voir Godin, 1903 : Préface de Manouvrier, 1902, p. VII - XV *(3)*

MANOUVRIER, L. - voir Lapicque, 1907 : Discussion de Manouvrier, p. 263 - 270 *(32, 33)*

MARESH, M. M. et DEMING, J. - Child development. **10**, 1939, 2, p. 91 - 106 *(125)*

MARQUER, P. - voir Chamla, 1959. (156)

MARTIN, R. et SALLER, K. - Lehrbuchs der Anthropologie G. Fischer Verlag. Stuttgart. B.II, 1959, p. 663 - 1574 *(45)*

MASSE, N. P. - voir Royer, *(152)*

MEDAWAR, P. B. - Proc. of the Roy. Soc. of London. B., 1940. p. 332-355. *(9, 24, 66, 77)*

MEDAWAR. P. B. - Proc. of the Roy. Soc. of London. B., **132**, p. 133-141. *(9)*

MEDAWAR, P. B. - in Essays on growth and form presented to d'Arcy Thompson. Eds. W. E. Le gros Clark et P. B. Medawar. Oxford. Clarendon Press, 1945, p. 157 - 187. *(9, 22, 24, 37, 50, 78, 79)*

MERRELL, M. - Hum. Biol. **3**, 1931, p. 37 - 70. *(30)*

MEYER, F. - Problématique de l'Evolution. Paris, P. U. F. 1954, 284 pp. *(98)*

Mc. MILLIN, H. C. - voir Weymouth *(24)*

MINNER, J. R. - Hum. Biol. 1933, **5**, 4, p. 673 - 689. *(27, 28)*

MINOT, C. S. - The problem of age, growth an death, Londres. 1908. *(23)*

MIRANDA, J. - in Problèmes actuels de Pédiatrie, **VII**, Karger, Basel, New York 1962. p. 27 - 30 et 255 - 256. *(97, 98)*

MONOD, H. - voir Bouisset, 1961. *(251)*

MORRIS' - Human Anatomy - Edit. Collective. J. Parsons Schaffer, édit. 1942. *(53)*

MOSSMAN, H. W. - voir Hamilton *(15)*

MOURRE Baron - Journal de la Soc. de Statist. de Paris, 1941, p. 85, 100. *(35)*

MUGNIER, B. - voir Debray, Ch. *(233)*

MUMFORD, A. A. et YOUNG, M. - Biometrika, 1923, **15**, p. 109 - 133. *(35, 41, 98, 99)*

MURRAY, H. A. - Journ. Gen. Physiol. 1926, **9**, p. 39 - 48. *(37)*

NEEDHAM, J. - Chemical Embryology, Cambridge, 1931, p. 1629 - 1647. *(112)*

NEEDHAM, J. - Biol. Rev. 1933, **8**, p. 180. *(112)*

NICEFORO, A. - La méthode statistique et ses applications aux sciences naturelles, aux sciences sociales et à l'art. Paris, Giard édit. 1925. (traduit par Jacquemin, R.) 652 pp. *(237, 249)*

OLIVIER, G. et PINEAU, H. - La Sem. des Hôp. (Arch. d'Anat.) **6**, 1, 1958, p. 21 - 29. *(38)*

OLIVIER, G. et PINEAU, H. - Bull. du Mus. d'Hist. Nat. 5, 1958, p. 407 - 413. *(226)*

OLIVIER, G. et PINEAU, H. - Bull. et Mem. de la Soc. d'Anthrop. de Paris, **9**, 10e ser, 1958, p. 217 - 226. *(157)*

OLIVIER, G. et PINEAU. H. - La Sem. des Hôp. (Arch. d'Anat.) **7**, 2, 1959, p. 121 - 138. *(256)*

OLIVIER, G. et PINEAU, H. - C. R. A. A., 1961, p. 573 - 576. *(96, 209)*

OLIVIER, G. et PINEAU, H. - Biométrie de la Croissance. Réunion de quatre C. R. A. S. : 1957, **245**, p. 222 - 224 ; **246**, p. 1292 - 1294, 1961, **252**; p. 1841 - 1842; **253**, p. 2117 - 2119, *(6, 38, 68)*

OSTWALD, Wo. - Ueber die Zeitliche Eigenschaften der Entwicklungsvorgänge - in Roux's Vorträge, Heft V, 1908, 71 pp. *(28)*

PALES, L. CHIPPAUX, Ce et PINEAU, H. - Journ. de la Soc. des Océanistes, 1960, **16**, 16, p. 45 - 95. *(240)*

PARETO, V. - Cours d'économie politique, Lausanne, 1897, *(34, 35, 36)*

PASQUIER, L. G. du - Vierteljahrschr. des Naturforsch. Ges. Zurich, 1918, **63**, p. 236 - 249. *(28)*

PATTEN, B. M. - Human Embryology. Philadelphia. The Blakiston Co, 1947, 776 pp. *(15, 53, 65, 191, 192, 197, 257, 259)*

PEARL, R. - Amer. Natur. 1909, **XLIII**, 509, p. 302 *(42)*

PEARL, R. et REED, L. J. - Proc. Nat. Acad. Sci. 1920, **6**; p. 275 - 288. *(28, 30, 31, 55)*

PEARL, R. et REED, L. J. - Proc. Nat. Acad. Sci. 1922, **8**, p. 365 - 368. *(28)*

PEARL, R. et REED. L. J. - Proc. Nat. Acad. Sci. 1923, **9**, p. 6 - 19 *(28)*

PEARL, R. et REED, L. J. - Proc. Nat. Acad. Sci. 1925, **11**, p. 16 - 22. *(28)*

PERLES, B. - voir Eyriès. *(7, 38, 230, 249)*
PETROVITCH. - Mécanisme commun aux phénomènes disparates, Paris, Alcan, 1921. *(14, 165)*
PEZARD, A. - Bull. Biol. France et Belg. 1918, **52**, p. 1 *(37)*
PINEAU, H. - Colloques internationaux du C. N. R. S., **XCVI**, Paris, 1960, p. 47 - 58. *(165)*
PINEAU, H. - Soc. Anat. Paris, Nov. 1962, in Presse Méd. 1963, **71**, p. 687. *(97)*
PINEAU, H. - Soc. Anat. Paris, Fev. 1964, in Presse Méd. 1964, **72**, 4°, p. 2351. *(194)*
PINEAU, H. et PIGOT, F. - Biotypol, **21**, 1960, 3 - 4, p. 141 - 164. *(90)*
PINEAU, H. et TARDIF, B. - C. R. A. A., 1964, (sous presse). *(167, 234)*.
PINEAU, H. - voir Barbin. *(231)*
PINEAU, H. - voir Bouisset, *(147, 155, 236, 251, 264)*
PINEAU, H. - voir Delmas. *(90)*
PINEAU, H. - voir Eyriès. *(7, 38, 230, 249)*
PINEAU, H. - voir Olivier. *(6, 38, 68, 96, 157, 209, 226, 237, 249, 256)*
PINEAU, H. - voir Pales. *(240)*
PINEAU, H. - voir Vassal, *(241)*
PINEAU, M. - Biotypol. 1963, **24**, 1 -2 , p. 30 - 60, *(139)*
PITTARD, E. - Bull. de la Soc. des Sci. de Bucarest, 1903. *(145)*
PIVETEAU, J. - Traité de Paléontologie. Primates, paléontologie humaine. Paris, Masson, 1957, **7**,675, pp. *(148)*
PIVETEAU, J. - in : L'Evolution Humaine. Spéciation et Relation. Paris, Flammarion, 1957, p. 7 - 21. *(70, 253)*
PRZIBRAM, H. - Form und Formel, 1922. *(37)*

QUETELET, A. - Lettres sur la théorie des probabilités appliquée aux sciences morales et politiques, 1846. *(27, 28)*
QUO, S. K. - Hum. Biol., 1953, **25**, 4, p, 333 - 358. *(30, 31, 47, 50)*

RAGSDALE, A. C. - voir Brody, S. *(49)*
RAPKINE, L. - L'énergétique du développement de l'œuf. Chahine, Paris 1928. *(112)*
RAPKINE. L. et TEISSIER, G. - Act. Sci. et Industr., Paris, Herman, 1938, 33 pp. *(9)*
RASHEVSKY, N. - Mathematical biophysics. Physico - mathematical foundation of biology, Dover, 1960, 2 vol. 462 pp. *(71)*
REED, L. J. - voir Pearl *(28, 31)*

REEVE, E. C. R. et HUXLEY, J. S. - in . Essays on growth and form, presented to d'Arcy Thomson. Eds. W. E. Le gros Clark et P. B. Medawar - Clarendon Press. Oxford, 1945. p. 121 - 156. *(9, 36, 98)*

RICH, W. H. - Voir Weymouth. *(24)*

RISSER, R. et TRAYNARD, C. E. - Les principes de la statistique mathématique - Paris, Gauthier - Villars, 1933, 338 pp. *(6, 251)*

ROBB, R. C. - J. Exper. Biol., 1923, *(36, 38, 87, 255, 284)*

ROBERTSON, T. B. - Arch. f. Entwicklungsmech, 1908, 25, p. 581 - 614. *(1, 13, 29, 31, 55)*

ROBERTSON, T. B. - The chemical basis of growth and senescence. Philadelphia, 1923. *(29)*

ROMANN, R. - voir Fréchet, 1930. *(266)*

ROY, P. - voir Launois. *(146)*

SACCHETTI, A. - voir Beer. *(240)*

SALLER, K. - voir Martin. *(45)*

SAPPEY, P. C. - Traité d'Anatomie, I, Ostéologie - Arthorlogie Paris, Delahaye et Lecrosnier, édit., 1888, 742 pp. *(152)*

SAUVY, A, - in : Histoire de la Science. Encyclop. de la Pléiade, Paris, N. R. F., 1957, p. 1595 - 1624. *(28)*

SCAMMON, R. E. - Anat. Rec. 1927, **35**, 3, p. 241 - 267. *(1, 287).*

SCAMMON, R. E. - in : Morris' Human Anatomy, chapitre I. *(53).*

SCAMMON, R. E. et CALKINS, L. A. - The development and growth of the external dimensions of the human body in the fetal period, University of Minnesota Press, Minneapolis, 1929, 368 pp. *(40, 43, 59)*

SCHMALAUSEN, L. - Arch. Entwmech. Org, 1926, **108**, p. 322. *(37)*

SCHREIDER, E. - L'Anthropologie, Paris, 1963, **67**, p. 49 - 84. *(251)*

SCHREIDER, E. - La Biologie Humaine. P. U. F. Paris, 1964, 121 pp. *(250)*

SCHREIDER, E. - voir Kherumian, *(150)*

SCHREK, P. - Hum. Biol., 1942, **14**, p. 95 - 103. *(79)*

SEMPE, M. - Thèse Médecine, Paris, 1962. *(123)*

SEYER, J. - voir Lamachère *(97)*

SHAMIR, Z. - voir Garn. *(12)*

SHOLL, D. - Proc. Roy. Soc. 1947, **B 135**, p. 243 - 258. *(83)*

SLATOR. - Biochem. Journ. 1913, **7**, 1, p. 400. *(45)*

SNELL, O. - Archiv. fur Psychiatr., 1892, p. 436 - 446. *(8, 21, 31, 32, 33, 101)*

SOONG, S. C. - voir Wu. *(44)*

STREETER, G. L. - Carnegie contri. to Embry., 1921, **11**, p. 143 - 170: *(259)*

STREETER, G, L. - Developmental horizons in human embryos. Description of age groupes XI to XXIII. Collected Papers from to Contribution to Embryology, Published by the Carnegie Institution of Washington. n° 197, 199, 211, 220, 230. *(96, 210, 211, 225, 226, 227, 256, 257, 258, 271, 276).*

SUTTER, J. - in : Le niveau intellectuel des enfants d'âge scolaire. Travaux et documents, Paris, P. U. F. 1960, Travaux et documents, cahier n° 13 p. 41 - 62. *(156)*

TANNER, J. M. - Human growth - (Ed. Collect.) Pergamon Press. Oxford, London, New-York, Paris, **III**, 196, 120 pp. *(9, 26, 78, 118, 133)*

TANNER, J. M. - Growth at adolescence. Oxford Blackwill Scientif. Public., 1962, 325 pp. *(9, 26, 45, 152, 288)*

TANNER, J. M. - The evolution of growth and maturity of children. 1962. *(155)*

TARDIF, B. - voir Lamachère (97)

TARDIF, B. - voir Pineau. *(167, 234, 236)*

TEISSIER, G. - Arch. Physiol., 1928, **3**, *(1)*

TEISSIER, G. - Act. Scient. et Indust. Paris, Herman, 1937, 47 pp. *(7, 9, 23, 24, 28 à 30, 35 à 37, 48, 68 , 71, 85,)*

TEISSIER, G. - Biométrics, 1955, **11**, 3, p. 344 - 356. *(85)*

TETRY, A. - Zoologie, Encyclop. de la Pléiade, Paris N. R. F. 1963, **1**, p. 23 - 53. *(103)*

THOMPSON D'ARCY - On growth and form. Cambridge University, Press. 1948, 1116 pp. *(9, 26, 29, 45, 66, 68)*

TONNELAD, M. A. et MAVRIDES, S. - Astronomie, Encyclop. de la Pléiade, Paris, N. R. F. 1962, p. 1306. *(6)*

TOPINARD, P. - voir Launois *(146)*

TRAYNARD, C. E. - voir Risser. *(6, 251)*

TROWBRIDGE, E. A. - voir Brody, S. *(49)*

TUTTLE, L. - J. Amer. Med. Assn. 1908, **51**. p. 919 - 920. *(40)*

VACHER, J. - voir Chamla. *(156)*

VALIRON, G. - Equations fontionnelles. Applications. Paris, Masson, 1945, 605 pp. *(76)*

VALLOIS, H. V. - La semaine des Hôpitaux de Paris, 1948, **24**, 13, p. 374 - 383. *(161)*

VASSAL, P. et PINEAU, H. - Bull. et mém. de la Soc. d'Anthrop. de Paris. **IX**, X° série, 1958, p. 93 - 124. *(241)*

VASSAL, P. - voir Bouisset. *(147, 155, 236)*

VERHULST, P. F. - Mém. Acad. Roy. Sci. et Belles Lettres Bruxelles, 1838, **10**, p. 113 - 121. *(1, 27 à 31, 55, 69)*

VERHULST, P. F. - id° -, 1845, **18**, p. 1 - 38, *(27)*
VERHULST, P. F. - id° -, 1847, **20**, p, 1 - 32, *(27)*
VIALLETON, L. - Eléments de morphologie des vertébrés, Paris, Doin, 1911, 790 pp. *(104)*

WAALER, G. H. M. - Akad. Oslo, 1, mat. - Nat. Kl. nr. **7**, 2 Bd. 645. 1933. *(124)*
WELFORD, A. T. - Colloques internationaux du C. N. R. S., Paris 1961, **XCVI**, p. 31 - 46. *(10, 11)*,
WEYMOUTH, F. W. Mc. MILLIN, H. C. et RICH, W. H. - J. Exp. Biol. 1931, **8**, p. 228 - 249. *(24)*
WINSOR, H. P. - Proc. Anat. Acad. Sci. 1932, **18**, p. 1 - 8. *(24)*
WRIGHT, S. - J. Amer. Statis. Soc., 1926, **21**, p. 493. *(23)*
WU, C. H. et SOONG, S. C. - Amer, Jour. Phys. Anthrop. 1941, **28**. 4, p. 357 - 373. *(44)*

YOUNG, M. - voir Mumford. *(35, 41, 98, 99)*

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION 1

CHAPITRE PREMIER

HISTORIQUE ET CRITIQUE DES LOIS DE CROISSANCE

§ I - **Historique des lois de croissance** 21

1° - La courbe en *S* de Gompertz 22
2° - La logistique (ou courbe en *S* de Verhulst-Pearl) .. 26
3° - L'allométrie et les courbes paraboliques 31
4° - Développements en séries 39
5° - La fonction logarithmique (Courbes de croissance en fonction du logarithme du temps) 42
6° - La fonction exponentielle 45
7° - Inverse d'exponentielle (fonction monomoléculaire ou catalytique, courbe de Jenns et Bayley 48
8° - Exponentielle d'inverse 51

§ II - **Discussion**

1° - Etude sommaire des courbes de croissance : leur forme est conditionnée par le signe de l'accélération ... 56
Une seule courbure :
a) Courbe parabolique 57
b) Courbe exponentielle 57
c) Courbe logarithmique 58
d) Courbe monomoléculaire 58
e) Courbe de Jenss et Bayley 58
f) Développements en séries 59

Deux courbures opposées
a) courbe de Gompertz 62
b) logistique 62
c) Exponentielle d'inverse 63
d) Cubique 64
2° - Critique des lois de croissance 64
3° - Equations différentielles des lois de croissance .. 72
4° - La méthode des transformations dans l'étude des lois de croissance 78
- Critique de la méthode des transformations 80

§ III - **Présence et action du temps** 84

1° - Origine et détermination de l'âge 85
2° - Relation entre les caractères 86
- Nature des caractères étudiés 88
- Valeur dimensionnelle des caractères 88
- Les caractères étudiés sont-ils aléatoires ? 90
3° - Le temps, milieu de la variation biologique 94
- Croissance individuelle et temps d'espèce 100

CHAPITRE DEUX

QUELQUES ASPECTS DU PROBLEME DE LA CROISSANCE HUMAINE

§ I - **Courbe et cycle de croissance** 105

1° - Interprétation de la concavité des courbes de croissance 107
a) un segment de droite 107
b) un arc de courbe dont la concavité est tournée vers l'axe représentant le caractère ... 109
c) un arc de courbe dont la concavité est tournée vers l'axe des temps 110
2° - Cycle de croissance 112

§ II - **Croissance individuelle et courbe moyenne** 119

1° - Croissance prénatale 121
2° - Croissance postnatale 125
- La contribution de F. Boas 129
a) croissance des garçons 129
b) croissance des filles 135

§III - **Applications** 139

1° - croissance et puberté 139
- La puberté morphologique : élément régulateur 142
- Discussion 148
2° - Croissance et types morphologiques 153
- Discussion 157
Indices de proportions et indices de formes .. 158

CHAPITRE TROIS

LA VARIABILITE DES CARACTERES MORPHOLOGIQUES

§ I - **L'équation des courbes de croissance est-elle fonction de leur dispersion ?**

1° - Erreur relative et variation relative 161
2° - Equation des courbes de croissance en fonction de leur dispersion 167
- Recherche d'une relation entre deux caractères, par l'intermédiaire de leurs dispersions 167
Equation diffétentielle fondamentale des courbes de croissance 170
- Premier groupe d'équations différentielles des lois de croissance 170
a) relation linéaire 170
b) relation logarithmique 171
c) relation exponentielle 172
d) relation allométrique 173
e) exponentielle d'inverse 174
- Deuxième groupe d'équations différentielles des lois de croissance classiques 175
a) relation monomoléculaire 175
b) la logistique 176
c) la courbe de Gompertz 178
- Cas général 179
1° - On connait les dispersions 179
Exemple d'une estimation linéaire 179
Exemple d'une estimation allométrique .. 181
Autres exemples 182
2° - On connait les valeurs moyennes 182
- Exemple de l'utilisation de la dispersion, dans la recherche de l'équation des courbes 183
- Les données de base - Nous créons une dispersion arbitraire - On mesure la dispersion 183
- discussion 188

§ II - *La croissance prénatale (Etude théorique)* 190

1° - Croissance de la Taille Assis (Vertex-coccyx) 190
a) Etude de la croissance de la Taille Assis en adoptant comme origine le temps *t* en âge de fécondation 191
- Embryogénèse, organogénèse et croissance véritable 203
- Discussion 204
Tableau VIII : Equation des courbes min. moy, et max. pendant les trois phases de la croissance prénatale 206
Tableau VIII bis : Courbes de croissance min. moy. et max. obtenues à partir du Tabl. VIII, (valeurs numériques) 208
Tableau IX : Croissance prénatale. Détermination de l'âge d'après la taille (avec amplitudes et correspondance des horizons de Streeter) ... 210
b) Etude de la croissance de la Taille assis en adoptant comme origine le temps *T* en âge menstruel 217
2° - Croissance de la stature et du membre inférieur ... 219
a) la stature 219
Tableau X:Croissance Prénatale de la stature et des membres inférieurs 221
b) le membre inférieur 223

§ III - *Applications* 225

Les horizons de Streeter 225
- Fig. 63 : Croissance prénatale T. A. La position des horizons XI à XXIII de Streeter est indiquée .. 227
Vitesse de croissance, développement et variations ... 230
- Reconstruction du carpe 234
Variabilité et corrélations 236

CHAPITRE QUATRE

CROISSANCE ET DEVELOPPEMENT 245

- La croissance prénatale 246
- Embryogénèse et Organogénèse. Malformations et variations 247
- Corrélations et indépendance. Leurs origines 250
- Problème de l'origine dans la croissance 254

- Aspects qualitatifs et quantitatifs : les horizons de Streeter 256
- Croissance postnatale. Aspects différentiels 258
- La puberté morphologique. Son rôle régulateur 261
- Les lois de croissance. (Remarques générales) 266
- Notre procédé de recherche de l'équation d'une courbe de croissance 267

CONCLUSIONS 273

ADDENDA

- Sur l'emploi des exponentielles et des logarithmes dans
- les courbes de croissance 279
- Position du problème 279
- Croissance prénatale 280
- Un retour à la formule de Robb..... 284
- L'allométrie et les courbes de croissance 285

ADDENDA

- Commentaires sur la bibliographie 287

BIBLIOGRAPHIE 291

TABLE DES MATIERES 303

DEUXIEME THESE

PROPOSITIONS DONNEES PAR LA FACULTE

"LES INDICES EN ANTHROPOLOGIE"

Vu et approuvé :

Paris, le 15 Décembre 1965.

Le Doyen de la Faculté des Siences,

Marc. ZAMANSKY

VU

et Permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie

de Paris,

Jean ROCHE.